

多变量 非线性控制的 逆系统方法

李春文 冯元琨



清华大学出版社

多变量非线性控制的 逆系统方法

李春文 冯元琨 著

清华大学出版社

内 容 简 介

本书是关于多变量非线性控制的一本专著,介绍了非线性系统控制设计的一种新的反馈线性化理论与方法——逆系统方法。

全书前三章主要内容为非线性模型的表示与建立、逆系统方法的设计原理及单变量系统的设计理论。第四章研究一般形式多变量非线性系统的可逆性理论。第五章运用逆系统方法进一步研究多变量系统的控制设计问题。第六章介绍非线性系统的状态观测器理论。第七章,介绍逆系统方法在一些应用及实验研究中的结果。第八章总结全书内容,并讨论了今后的发展方向。

本书可供在自动化领域工作的工程师和科技人员阅读,也可供自动控制类及相关专业的研究生和大学高年级学生参考。具有高等数学、线性代数及线性系统理论基础知识的读者,均可阅读本书。

(京)新登字 158 号

多变量非线性控制的逆系统方法

李春文、冯元琨 著

☆

清华大学出版社出版

(北京·清华园)

清华大学印刷厂印装

新华书店总店科技发行所发行

☆

开本: 850×1168 1/32 印张: 6.25 字数: 163 千字

1991 年 8 月第 1 版 1991 年 8 月第 1 次印刷

印数: 0001—4000

ISBN 7-302-00840-X/TP·305

定价: 3.90 元

前 言

非线性现象是在工程、自然界以及人类社会活动的各个领域普遍存在的问题，因此，非线性控制一直在控制科学中占有重要地位。特别是进入 80 年代以来，非线性控制这一领域由于“反馈线性化”理论的兴起而得到了蓬勃发展，形成了受当前国际控制界高度重视的前沿学科领域。

所谓“反馈线性化”，就是研究通过非线性反馈或动态补偿的方法将非线性系统变换为线性系统，然后再按线性系统理论完成系统的各种控制目标的一种理论与方法。在“反馈线性化”理论研究中，微分几何方法是较早得到发展的一种方法。这种方法的发展给非线性控制的研究带来了一系列理论上的突破和成果，但由于这种理论需要引入太多专门的数学理论以及比较抽象，使其在使用上还有不少明显的困难或不便。因而，上述理论在实际中所发挥的作用大大小于人们对其理论研究所付出的努力。

在上述背景下，一种不同于微分几何方法的反馈线性化理论——逆系统方法，也在近几年中得到了显著的发展。这种方法是通过研究和引入逆系统理论中的一些概念和结果，如 α -阶积分逆，伪线性系统等，来形成非线性系统的反馈线性化理论的。和已有的非线性理论相比，逆系统方法的理论总的来说具有如下一些特点。首先，由于作为逆系统方法的基础的可逆性概念是不局限于系统方程的特定形式而具有普遍的研究意义，从而，使得逆系统方法可以直接以一般形式的非线性系统作为考察的范围，并建立设计理论，而且在更大的范围上，逆系统方法的设计思想对离散系统、分布参数系统这样的不同系统类型也同样适用。其次，由

于逆系统方法不需要象微分几何方法将问题变换到“几何域”那样将问题进行某种变换而直接进行研究，因而既直观又易于理解。再者，由于逆系统方法成功地避免了对微分几何或其它抽象的专门性数学理论的引入，从而形成了一种非常简明的非线性控制理论，这也给理论的使用带来了极大的方便。目前这一理论的发展，已在一般形式的非线性系统上建立了比较完整的设计理论，其中包括逆系统方法原理，可逆性理论，解耦与线性化理论，系统镇定及非线性状态估计等一系列重要的基本结果，为应用问题中大量出现的各类复杂非线性系统的控制问题的解决建立了理论的基础。

由此看来，逆系统方法作为非线性控制的一个新理论，将会由于其物理概念清晰，适用面宽，应用简便的特点，而有希望在工程及各学科的实际应用中得到有效的普及并发挥出显著的作用。

几年来，我们一直从事着逆系统方法的研究。将逆系统方法的当前理论总结为专著，对于进一步的理论研究及应用都将是有意义的。本书中的大部分内容都是近几年来我们在研究中得到的结果。为了便于读者掌握本书的内容，我们在写作上从工程角度出发，尽量使叙述深入浅出。所用的数学工具也将不超出一般的高等数学、线性代数以及线性系统等理论的范围。对于这种安排大多数读者是欢迎的。从这个角度来看，也可以说，本书将是专门为那些希望能系统地掌握一种非线性控制的设计理论与方法，但同时又希望避免使用比较抽象的数学工具的读者撰写的。当然，本书毕竟是一本理论性较强的专著，因此，作者也真诚希望本书的内容能够对从事控制理论研究的同行们起到一种抛砖引玉的作用。

在本书的写作即将完成之际，我首先要对我的两位导师——方崇智教授和冯元琨教授致以衷心的感谢。而且，本书由作为我的导师之一的冯元琨教授和我来共同完成，则尤使我感到欣喜。

• I •

同时,作者还要衷心地感谢曾与之进行过有益的讨论,或对我们的研究工作提出过各种有益的建议、指导或鼓励,或给予过重要帮助的控制界的专家和同事们。这里不再一一列举他们的姓名,但要特别感谢的是: A. G. J. MacFarlane, A. J. Krener, 秦化淑, 高为炳, 王恩平, T. J. Tarn, 涂序彦, 冯纯伯, 张钟俊, 曹长修, 项国波, 孙增圻, 黄琳, 朱广田, 吴麒, 万百五, 蒋慰孙, 吴沧浦, 张嗣瀛, 吕勇哉, 袁曾任, 袁著祉, 蒲富全, 疏松桂, 张良起, 李春阳, 王骥程, 韩曾晋, 吴澄, 吕林, 张永光, 韩京清, 王照林, 郑维敏, 张志方, 王桂增, 郑毓蕃。

原稿的大部分内容是由周建春等几位同学整理的,他们熟练的技术避免了许多校对工作。最后,还要感谢电机工程与应用电子技术系的丁青青老师,她对本书的工作给予了许多极其重要的帮助和支持。

作者愿以此书与各位读者共勉,并期望得到更多的指导与帮助。

李春文

1990年11月

光华基金会为支持研究生教材和学术
专著的出版,给予我社资助,本书即为由光
华基金会资助出版的专著之一。

目 录

第一章 绪论	1
§ 1 一般研究概况	1
§ 2 反馈线性化	2
§ 3 微分几何方法	4
§ 4 逆系统方法	6
§ 5 本书内容安排	8
第二章 非线性模型的表示和建立	11
§ 1 引言	11
§ 2 机理建模	12
§ 3 统计建模	15
§ 4 不同模型间的转换	16
第三章 逆系统方法概述	19
§ 1 引言	19
§ 2 系统的逆	20
§ 3 逆系统方法原理	27
§ 4 伪线性系统的综合(I)	32
§ 5 伪线性系统的综合(II)	41
§ 6 一类多变量系统的综合(I)	44
§ 7 一类多变量系统的综合(II)	48
§ 8 一类离散系统的综合	52
§ 9 一类分布参数系统的综合	55
§ 10 小结	58
第四章 非线性系统的逆	59
§ 1 引言	59
§ 2 定义和记号	60

§ 3	单变量系统的逆	62
§ 4	多变量系统的函数可控性	69
§ 5	多变量系统的可逆性	88
第五章	多变量非线性控制	95
§ 1	引言	95
§ 2	解耦理论	95
§ 3	伪线性系统动态综合	108
§ 4	镇定理论	113
§ 5	输出轨迹控制	121
第六章	状态观测理论	124
§ 1	引言	124
§ 2	规范型观测器设计	125
§ 3	小误差观测器设计	140
§ 4	指数收敛观测器的一般理论	152
第七章	逆系统方法的应用	160
§ 1	在系统动态综合中的应用	160
§ 2	逆系统在机械手轨迹控制中的应用	172
§ 3	四容液位控制系统的实验研究	176
第八章	结论与展望	181
§ 1	主要结论	181
§ 2	进一步的发展方向	183
	参考文献	187

第一章 绪 论

在绪论中,将对非线性控制领域中一些主要研究思想和方法以及当前的主要发展状况做一概述,然后介绍本书的内容概貌。

§ 1 一般研究概况

对于非线性系统,传统的控制设计程序是将过程模型线性化,然后再利用线性控制的方法。然而“线性化”的办法用于非线性对象并不总能得到满意的结果。特别是在例如姿态控制、先进的飞机控制、机器人控制、无刷直流电机和化学过程等的控制问题中,由于系统的高度非线性及经历大范围变化,问题更加严重。究其原因,是人们将不可忽视的非线性关系用线性关系代替或忽略了。所有这些,都要求我们必须寻求真正的非线性控制技术。

几十年来,对非线性系统控制的研究进展是明显的。主要的研究方法有:相平面方法、李亚普诺夫方法以及谐波线性化方法等。这些方法已被作为研究非线性系统控制的常用方法。但是,这些方法各有其不足之处,都不能成为处理一般非线性系统的方法。例如,相平面方法虽然能够获得定常系统的全部特性(稳定性、过渡过程等),但对于大于二阶的系统就不能或不便应用了。李亚普诺夫方法用于稳定性分析时,虽然对所要研究的系统的形式没有特别限定,但要求出一个非线性系统的李亚普诺夫函数也并不是一件简单的事。因此,其理论指导作用在实际上往往要受

到很大限制。谐波线性化法(描述函数法)是一种近似分析方法,对于工程中的应用,它不失为一种可用的实用工具,但它的作用主要是用来分析自振及稳定性,且其结果也只是近似的。

以上情况不是偶然的,因为非线性系统的内容十分丰富,运动类型很多,要建立一个适于所有的非线性系统运动规律的分析方法是不可能的。从数学的角度来看,其原因可理解为:对应于每个线性系统的线性微分方程总是有解的,而且也有解的公式,但对应于每个非线性系统的非线性微分方程却一般是不可解的。在上述的研究方法中,虽然不是要求准确地求解非线性微分方程,但总是需要将理论建立在对解的性质的某种理解之上。因此,这些研究途径所面临的困难也是显然的。

在这样的情况下,非线性系统的研究一直进行着,并且又出现了一些新的方法,如频域方法(如波波夫判据等)、输入输出稳定性、大系统方法等。但无论如何,非线性系统的理论仍然是远非完善的,有很多问题还有待研究。

§ 2 反 馈 线 性 化

控制理论的发展,在很大程度上也是反馈理论的发展。从古希腊亚历山大时期用来调节流量的克泰希比斯水钟(滴漏),到近代的瓦特蒸汽机中的速度调节装置,直至本世纪电子线路中大量使用的反馈放大器,都用到了反馈的原理,而这些原理都产生在控制理论之前。在控制理论中,反馈的方法是实现控制目的的基本途径。在最初的阶段,研究的是具有单环结构的单变量系统的输出反馈控制。以后由于多变量系统控制的需要,开始引入了状态方程模型,全状态反馈的概念也产生了。

全状态反馈和原来的输出反馈这两个概念之间,在其实际的内容和功能上已经有了很大的差别。从数学的观点来看,反馈就

是对微分方程施行的一种变换。传统的输出反馈对系统方程的改变是有限的，而状态反馈几乎不受任何限制，它可以将系统方程变换为与原来的运动特性毫无关系的任何形式。例如，对于由方程

$$y'' = f(y, y') + u \quad (1.2.1)$$

所表示的一个非线性系统，其中 y, y' 为状态， u 为输入，不难看出，当使用反馈律

$$u = v - f(y, y') \quad (1.2.2)$$

时，原系统即可变为由方程

$$y'' = v \quad (1.2.3)$$

所表示的一个线性系统。显然，变换后的系统只需要线性控制理论的方法即可控制。

上述的例子虽然简单，但已说明了这样一个事实：在状态反馈之下，可将一个非线性系统完全变换为一个线性系统！在此情况下，线性系统和非线性系统的控制问题已不再有本质上的差别。状态反馈具有的这种潜力，在线性系统状态空间理论逐步在走向成熟之后，自然很快便被注意到了。利用反馈的方法将非线性系统进行线性化的问题很快得到了普遍的重视和大量的研究，形成了一个崭新的研究方向，这个方向被称作“反馈线性化”。

不难看出，将反馈线性化方法与其它传统方法相比，一个主要的不同点在于：它不再依赖于对非线性系统的求解或稳定性分析，而只需要讨论系统的反馈变换，因此它一开始便具有一定的—般性。按照这种方法，可以使得非线性系统中的许多综合问题，能够象对待线性系统的问题那样进行研究，从而打破了以往那种长期徘徊不前的局面。

正因为如此，在反馈线性化方法的产生的同时，也就开始了它的迅速发展。到目前为止，一个并行于线性系统状态空间理论的非线性系统控制的理论体系已初步形成。因此，可以毫不夸张

地说,反馈线性化的兴起是非线性系统控制研究方向的一次重要转折。

同时,需要指出的是,反馈线性化研究虽然导致了非线性控制理论上的一次重大进展和突破,但这并不能代替非线性控制中原有的某些方法,如描述函数法等。反馈线性化方法虽然可适用于一般形式的非线性网络,但同时又要求非线性部分为解析的或某种程度的连续函数。而描述函数法等一些方法却正好相反,虽然它们所适应的非线性种类不多,但却包括了一些非解析的情形,如饱和、死区、滞环等。无论如何,了解这些差别可以更好地了解反馈线性化方法在非线形控制中所具有的地位和作用,而无损于它的重要意义。

目前,关于反馈线性化问题的研究论文已有许多篇,它们介绍了大量的有关结果和方法。从总的方面来看,这些方法可分为两大类:一类是微分几何方法,这种方法已经产生了较大的影响;另一类是普通的直接分析方法,例如近年来发展起来的逆系统方法就属于这一类。以下将对它们分别加以介绍。

§3 微分几何方法

在反馈线性化方法中,微分几何方法是较早发展起来并有较大的影响的一种方法。

近十多年来,人们利用从微分几何中得出的数学概念,寻求并行于线性系统状态空间理论的非线性控制理论,取得了显著的进步,并逐渐形成了一个专门的理论分支,即非线性系统的微分几何方法。

微分几何方法是在线性系统几何方法的基础之上,进一步引入微分几何的数学概念而逐步发展起来的。线性系统几何方法的基本原理是:对于一个给定的线性系统,可以把状态空间按要求

分解为一些特定的子空间，例如能控子空间、能观子空间、 (A, B) -不变子空间等。而线性系统的状态轨线、输出或干扰等，只属于某些子空间或由它们生成的超平面，因此，讨论这些子空间的性质即可了解线性系统的性质，并得到反馈控制设计的理论和方法。

对于非线性系统，不管是运动轨线或输出等，一般都不能用子空间来描述。它们往往属于一些低维子流形，或简略地说为 R^n 中的一些低维曲面。类似于线性系统的几何方法，在非线性系统的微分几何方法中，将通过对低维子流形的讨论来了解系统的性质。由于直接讨论这些低维子流形往往比较困难，因而实际上要把问题转化为对与这些子流形相应的向量场及其分布的性质的研究。其中，李代数是研究向量场和向量场所形成的分布的主要工具。

目前，非线性系统的微分几何方法的主要内容有：在有关定性理论方面，如非线性系统的能控性和能观性，已进行了有成效的工作。在控制方面也发展了扰动解耦、输入-输出解耦和反馈线性化等技术。微分几何法所研究的主要对象为由如下状态方程

$$\Sigma_f: \begin{cases} \dot{x} = A(x) + \sum_{i=1}^m B_i(x) \cdot u_i \\ x(t_0) = x_0 \quad x \in R^n \quad u \in R^m \quad (1.3.1) \\ y = C(x) \quad y \in R^r \quad (1.3.2) \end{cases}$$

所表示的仿射非线性系统。

总之，对于仿射非线性系统，人们通过微分几何方法的途径，已经得到了许多深入的理解和丰富的结果。这些研究不但为反馈线性化提供了一系列理论方法，而且也力图对非线性系统的某些结构性质，如可控性、可观性、实现等，进行新的认识。目前，这一理论研究方向还正在发展中。

§ 4 逆系统方法

对非线性反馈的研究还可回顾到更早些的工作。我们已经知道,非线性控制的问题是很早就有的问题,只是由于种种原因使线性控制理论得到了较早的发展。而线性系统中反馈思想成功的运用,自然要在非线性控制的研究中得到延伸。在微分几何方法出现之前,就已有了对于仿射非线性系统反馈的研究;在另一些文章中,也曾将线性系统的积分串联型推广于一类非线性系统的反馈控制。直至近来微分几何方法的大量采用,进一步在仿射非线性控制中取得了长足的进展。

因此,从反馈的角度来看,对非线性控制的理论问题按比较直接的方式进行数学分析研究的方法,无论如何仍然应是基本的途径。作为这方面的例子,可以举出在近几年中提出和发展起来的一种“逆系统方法”。逆系统方法的基本思想是:对于给定的系统,首先,用对象的模型生成一种可用反馈方法实现的原系统的“ α 阶积分逆系统”,将对象补偿成为具有线性传递关系的且已解耦的一种规范化系统(称作伪线性系统);然后,再用线性系统的各种设计理论来完成伪线性系统的综合。这种方法的一个突出特点,就是系统的模型可以不必受仿射非线性这个形式的限制,而直接以下述方程

$$\Sigma: \begin{cases} \dot{x} = f(x, u) & x(t_0) = x_0 \quad x \in R^n \quad u \in R^m \quad (1.4.1) \\ y = h(x, u) & y \in R^r \end{cases} \quad (1.4.2)$$

所表示的一般非线性系统作为其考察对象,为控制系统设计理论的研究提供一种一般的途径和方法。

众所周知,逆的概念是一个很具有普遍意义的概念。对于函数,有反函数;对于矩阵,有逆矩阵;而对于一个具有动态过程的系统,则有相应的逆系统。从更一般的观点来看,这些关系都

可被称作映射和逆映射的关系。如果暂时抛开对于各种具体的可逆性条件的讨论,则我们立即可以看到这样一个事实:对于任何可逆过程来说,如果信号先后经过原来过程和逆过程的两次作用之后,其结果将等价于仅仅经过了一个被标准化了的单位映射,从而等价于经过了一个线性映射。而逆系统方法也正是利用逆系统的这种性质,为非线性系统的线性化指出了一种新的途径。

在逆系统方法中,由于所涉及的逆系统这个概念是一个具有普遍性,有比较明确的含义且容易理解的概念,因此将不难理解:在非线性系统的反馈线性化研究方面,逆系统方法具有在理论上形式统一,在物理概念上清晰直观,在使用方法上简单明了的一些特点。

近年来,在逆系统方法这一方向上,通过直接数学分析的方法,已得到和发展了关于一般非线性系统反馈控制方法的一系列结果。例如关于一般非线性的左、右可逆性理论、解耦理论、系统镇定、线性化综合和状态观察等方面的基本理论和方法。这些结果为一般非线性控制系统设计理论的建立打下了初步的基础。

对反馈线性化的不同途径进行某些比较是有益的,不过,这是很困难的。首先,大体上说来,微分几何方法在理论上比较容易展开,可以从统一的微分几何概念出发深入研究各种不同的问题,这是其主要的优点,但这一途径比较抽象,不便在工程上推广应用。逆系统方法的特点是直观、简便和易于理解,但它的主要作用只是限于研究反馈线性化问题。其次,从研究途径上讲,微分几何方法是将控制问题转换成“几何域”的问题后进行研究的,而逆系统方法并不需要这种转换,因此,后一途径显得更直接些。而且,考虑到近年来人们在非线性控制研究方面所关心的各种问题和所取得的各种进展中,最主要的还是反馈线性化这一部分,因此,从工程应用的角度看,逆系统方法似乎更适宜些。

§5 本书内容安排

本书的主要目的是以一种深入浅出的方式介绍一种新的非线性控制理论，主要的内容是近年来发展起来的关于解析多变量非线性系统的“反馈线性化”的理论与方法。目前，已有一些从微分几何方法的角度介绍反馈线性化理论的专著。微分几何方法具有便于在理论上进行深入分析的优点，但这种理论毕竟比较抽象。本书则从以逆系统方法为主要内容的角度出发，介绍这一理论。本书包括逆系统方法、可逆性理论、多变量非线性系统的线性化、解耦和镇定，以及非线性观测器等理论内容，同时，还介绍若干实际例子的应用研究。总的说来，逆系统方法具有理论统一（可直接适用于一般形式的非线性系统）、概念直观、方法简便等特点。因而更便于工程应用和推广。

首先对本文的内容简介如下。

众所周知，正确地提出和建立系统的数学模型，是实现系统控制的基础和前提。作为准备，第二章将通过几个典型的例子，说明用机理建模和统计建模方法来建立非线性模型的过程。然后，再对非线性系统模型的不同表示方法及其相互间的关系进行适当的讨论。

第三章将对逆系统方法进行初步的介绍，主要包括如下两部分内容：第一部分内容为逆系统方法的基本概念以及概括性的设计原理；第二部分是在这些概括性原理的基础上，对若干类非线性系统的控制问题展开进一步的讨论，并给出一些初步的设计方法。逆系统方法，是在本书中作为一种用来研究控制系统设计理论的具有一般性的新的思想方法而提出的。同时，该章也将为以后各章中对逆系统方法及其有关理论问题进行深入研究提供必要