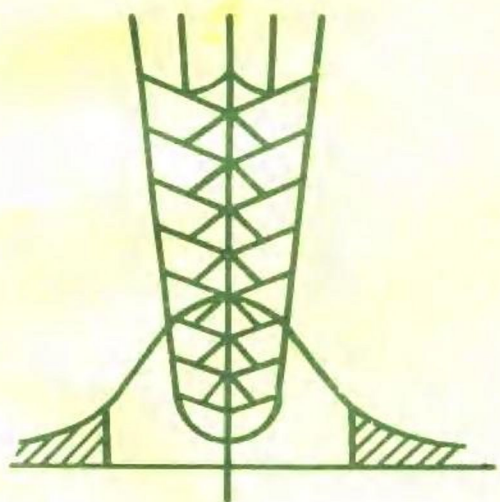


粮食应用数学

胡 楚 主编



① 上

中国商业出版社

95
F717.5
38
2:1

粮食应用数学

主 编 胡 楚

副主编 肖安华

上 册

XHJ29/28

中国商业出版社

C 122048

粮 食 应 用 数 学

胡 楚 主 编

•

中国商业出版社出版发行

湖北省新生印刷厂印刷

•

787×1092毫米 32开 10.375印张 233千字

1991年3月第1版 1991年3月第1次印刷

印数：1—5000册 定价：4.67元

ISBN 7—5044—0824—7/O·8

前 言

各级各类粮食学校的数学课如何更紧密地为各专业课服务，为粮食工作服务，使学员学得进，用得上，提高实际工作能力，这是值得研究的课题。鉴于这个目的，我们组织力量编写这本《粮食应用数学》，它涉及粮食各专业学科所需的基本数学内容，适合粮食系统职工中专各专业教学和职业高中教学的需要。这是一次改革的尝试。

《粮食应用数学》分上、下各一册。该书遵循成人教育规律，突出粮食应用特色，通俗易懂，符合职工中专数学教学大纲的要求，以较小的篇幅介绍了较多的实用内容，删去了复杂的理论推导过程和与粮食工作范畴联系不紧的部分，具备粮食工作必需的基本数学知识。各章节除按数学体系介绍基本内容外，还选择了大量粮食商业、工业和储检工作中的实际应用问题，以适应不同专业的教学需要。在采用本书进行教学时，可根据职工中专财经类、理工类、职业高中等教学大纲的要求和专业特点，灵活选取有关内容、例题和习题组织教学。

该书可作为粮食职工中专学校、职业高中、粮食企业各级各类岗位培训以及需要补充数学知识的短训班所开数学课的教材，也可作为粮食干部职工和技术人员业余自学数学知识的读物和参考书。

参加本书编写的有：胡楚、肖安华、刘有斌、卢德泽、柳火田、梁元福、刘兴明、陈忠毅、田惠兰、孙仁安、

龚安琼、许邦华、许正奇、刘益勇、谭艳红、肖绪新等同志。
全书由胡楚任主编并总纂，肖安华任副主编。各位作者在编写过程中参阅了有关书籍资料，谨此一并致谢。

这是改革文化基础课教学内容，更好地为专业课服务的一次尝试，加之时间仓促，水平所限，有错误或不妥之处，恳请批评指正。

湖北省粮食局教育基层处

1991年3月

目 录

第一章 代数..... (1)

§ 1.1 比与比例 (1)

一 比..... (1)

二 比例..... (8)

三 集合简介..... (14)

§ 1.2 方程与不等式 (23)

一 方程和方程组..... (23)

二 不等式..... (37)

§ 1.3 数列 复数简介 (55)

一 数列的概念..... (55)

二 等差数列..... (59)

三 等比数列..... (64)

四 和式符号—— Σ (70)

五 复数简介..... (73)

第二章 函数..... (81)

§ 2.1 函数概述 (81)

一 平面直角坐标系..... (81)

二 函数的概念..... (87)

§ 2.2 一次函数 幂函数、指数函数与对数函数

..... (108)

一	一次函数与直线	(108)
二	幂函数	(122)
三	指数函数	(131)
四	对数函数	(135)
§ 2.3	二次函数	(147)
一	二次函数的图象和性质	(147)
二	由二次隐函数表示的曲线 (圆 椭圆 双曲线 抛物线)	(165)
§ 2.4	三角函数	(197)
一	任意角的三角函数	(197)
二	三角函数的图象	(225)
三	加法定理及其推论	(232)
四	解三角形	(242)
五	反三角函数	(249)
六	求两直线的夹角 坐标轴的旋转	(256)
第三章	空间图形	(261)
§ 3.1	空间平面和直线	(261)
一	平面的基本性质	(261)
二	空间线面的位置关系	(263)
§ 3.2	多面体和旋转体	(275)
一	多面体	(275)
二	旋转体	(285)
三	面积与体积计算在粮食储藏中的应用	(300)
习题答案		(310)

第一章 代 数

§ 1.1 比与比例

一、比

1. 比的意义

两个数相除，叫做**两个数的比**。

表示数 a 与数 b 的比，可以写成 $a:b$ ，读作“ a 比 b ”（“ $:$ ”是比号，读作“比”）。比号前面的数叫做**比的前项**，比号后面的数叫做**比的后项**。

比也可以写成分数形式，例如， $3:2$ 可以写成 $\frac{3}{2}$ ，仍可读作“3比2”。

比的后项不能是0。

2. 比与除法、分数的关系

比与除法、分数之间有密切的联系，可列表如下：

比	前项	比号“ $:$ ”	后项	两数的关系
除法	被除数	除号“ $\div$ ”	除数	商
分数	分子	分数线“ $-$ ”	分母	分数值

比与除法、分数既有联系，又有区别。比表示两个数之间的关系，除法是一种运算，分数是一个数。

3. 比的基本性质与化简方法

比的前项和后项都乘以或者除以相同的数（零除外），

比值不变。

应用这个性质可以把比化成最简单的整数比。

比的化简方法：

(1) 前、后项是整数的比化简：比的前项和后项分别除以它们的最大公约数，化成最简整数比。如果是分数形式的比仍可以直接约分，化成最简的整数比。

例如， $24 : 16 = 3 : 2$ ， $\frac{24}{16} = \frac{3}{2}$ 。

(2) 前、后项是小数的比化简：先把比的前项和后项同时扩大相同的倍数化成整数比，能化简的再按整数比化简的方法化简。

例如， $3 : 0.75 = \frac{3}{0.75} = \frac{300}{75} = \frac{4}{1}$ 。

(3) 前、后项是分数的比化简：先把分数化成整数比，能化简的再按整数比化简的方法化简。

例 1 将下列比化成最简整数比。

$$\frac{3}{4} : 1\frac{4}{5}, \quad \frac{5}{72} : \frac{7}{324}.$$

解 前后项乘以分母的最小公倍数。

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} : 1\frac{4}{5} &= \left(\frac{3}{4} \times 20\right) : \left(\frac{9}{5} \times 20\right) \\ &= \frac{15}{36} = \frac{5}{12}. \end{aligned}$$

如果前后项的分母数字较大，而分子数字较小，也可以先找出分子的公倍数，然后前后项乘以分子公倍数的倒数，使分子成为 1，按与分母相反的顺序写出整数比，能化简的再化简。例如，

$$\begin{aligned}
\frac{5}{72} : \frac{7}{324} &= \left(\frac{5}{72} \times \frac{1}{35} \right) : \left(\frac{7}{324} \times \frac{1}{35} \right) \\
&= \frac{1}{72 \times 7} : \frac{1}{324 \times 5} \\
&= \frac{1}{504} : \frac{1}{1620} \\
&= 1620 : 504 = 45 : 14.
\end{aligned}$$

(4) 前或后项分别是分数和小数时，要按所给数字的特点，或先将小数化成分数，或先将分数化成小数，然后再化简。

例 2 化简下列各比。

$$0.35 : 1\frac{2}{5}; \quad 3\frac{1}{8} : 1.25.$$

解 将 $1\frac{2}{5}$ 化成小数计算较简便。

$$\begin{aligned}
0.35 : 1\frac{2}{5} &= 0.35 : 1.4 \\
&= 35 : 140 \\
&= 1 : 4.
\end{aligned}$$

将 1.25 化成分数计算较简便。

$$\begin{aligned}
3\frac{1}{8} : 1.25 &= \frac{25}{8} : 1\frac{1}{4} \\
&= \frac{25}{8} : \frac{5}{4} = \frac{5}{2}.
\end{aligned}$$

(5) 前项和后项单位不同（同类量）时，要先化成相同单位，然后再化简。

例如， $\frac{3}{8}$ 公里 : 125 米 = 375 米 : 125 米 = $\frac{3}{1}$.

4. 比值

比的前项除以后项，所得的商叫做比值。比值也叫做比率。或者说，比率是比值的数字表示形式。

比值是一个数值，它可以是一个整数、小数或分数。

百分比、千分比、百万分比是粮食工作中广泛应用的几种比值的表示方法。

百分比：即用百分数表示的两个数的比值。例如，国家标准规定：晚籼稻谷水分含量不超过14.5%；早籼稻谷水分含量不超过13.5%。

千分比：即用千分数表示的两个数的比值。例如，《国家粮油仓库管理办法》规定的粮食保管自然损耗定额，保管时间6个月以内的，不超过1‰，保管时间一年以内的，不超过1.5‰。

百万分比：即用百万分数表示的两个数的比值。例如，应用防虫磷拌粮防虫的剂量为10~20 ppm (ppm即为百万分比)。

5. 正比、反比与连比

如果把甲数对乙数的比叫做正比，那么乙数对甲数的比就叫做甲数对乙数的反比。

例如，如果把5 : 3作为正比，那么3 : 5就是5 : 3的反比，5 : 3与3 : 5这两个比互为反比。

三个或三个以上的量组成的比，叫做**这三个或三个以上量的连比**。

例如，采用磷化锌碱式法熏蒸贮粮害虫，所需磷化锌，生石灰，纯碱和水的质量比为，1 : 3 : 0.6 : 12。

6. 比的应用

比在粮食企业实际工作中应用比较广泛，这里仅就一些

粮食经济指标、粮油品质检测项目和粮食加工中的有关比率计算公式及方法举例如下。

(1) 粮食企业考核经济效益的主要经济指标，大都是用某项工作指标与另一指标的比（或百分比）来表示的。

$$\text{销售计划完成率} = \frac{\text{实际销售数}}{\text{计划销售数}} \times 100\%;$$

$$\text{劳动生产率} = \frac{\text{粮油加工总产量或总产值}}{\text{平均职工人数}};$$

$$\text{流动资金周转次数} = \frac{\text{产品销售收入总额}}{\text{流动资金平均占用额}};$$

$$\text{每万公斤经营量平均费用} = \frac{\text{费用总额}}{\text{商品总经营量(万公斤)}};$$

$$\text{销售利润率} = \frac{\text{利润总额}}{\text{商品销售收入总额}} \times 100\%;$$

$$\text{销售成本率} = \frac{\text{销售成本额}}{\text{销售收入额}}, \quad \text{毛利率} = \frac{\text{毛利额}}{\text{销售额}};$$

$$\text{销售成本率} + \text{毛利率} = 1.$$

(2) 国家粮油质量标准规定的粮油质量检验项目，其指标多是用一项指标占另一项指标的百分比来表示的。

例如，国家粮油质量标准规定的稻谷、小麦的几个主要质量指标的计算方法如下：

$$\text{稻谷出糙率}(\%) = \frac{\text{完善粒重量} + \frac{1}{2} \text{不完善粒重量}}{\text{试样重量}} \times 100;$$

小麦容重：指小麦籽粒在一定容积内的重量，以“克/升”表示；

$$\text{水分}(\%) = \frac{\text{烘前试样重量} - \text{烘后试样重量}}{\text{试样重量}} \times 100;$$

杂质:

$$\text{大样杂质}(\%) = \frac{\text{大样杂质重量}}{\text{大样重量}} \times 100;$$

$$\text{小样杂质}(\%) = (100 - \text{大样杂质百分率}) \\ \times \frac{\text{小样杂质重量}}{\text{小样重量}};$$

$$\text{稻谷黄粒米}(\%) = \frac{\text{黄粒米重量}}{\text{试样重量}} \times 100;$$

$$\text{小麦不完善粒}(\%) = (100 - \text{大样杂质百分率}) \\ \times \frac{\text{不完善粒重量}}{\text{试样重量}}.$$

(3) 粮食加工碾米中, 砻谷工艺效果的计算。

$$\text{脱壳率}(\eta_T) = \frac{G_1 - G_2}{G_1} \times 100\%,$$

$$\text{或 } \eta_T = \frac{m + s}{m + s + k \cdot c} \times 100\%;$$

式中: G_1 ——进机的稻谷百分数;

G_2 ——砻谷后的稻谷百分数;

m ——砻谷后取样中糙米的重量(克);

s ——砻谷后取样中碎米的重量(克);

c ——砻谷后取样中稻谷的重量(克);

k ——稻谷的出糙率。

$$\text{完整率}(w) = \frac{m_w}{m_w + m_s} \times 100\%;$$

式中: m_w ——砻谷后取样中完整米粒重量(克);

m_s ——砻谷后取样中碎米重量(克);

$$\text{碎米率} = \frac{m_s}{m_w + m_s} \times 100\%;$$

例3 建国饲料加工厂购进猪用饲料添加剂3000公斤，鸡用饲料添加剂2000公斤，支付汽车运费100.00元，计算每公斤饲料的运杂费。

解 每公斤饲料的运杂费 $= \frac{100}{3000 + 2000} = 0.02$ (元/公斤)。

例4 检验大豆油的水分及挥发物，称取试样10.000克，烘后试样重为9.980克，该大豆油的水分及挥发物的百分数是多少？

$$\begin{aligned}\text{解 水分及挥发物 (\%)} &= \frac{10.000 - 9.980}{10.000} \times 100 \\ &= 0.20.\end{aligned}$$

即此大豆油的水分及挥发物为0.20%。

例5 粮库常用一种马拉硫磷乳剂按1:200稀释后，用于空仓消毒。现在欲配制这种稀释液60公斤，须用这种马拉硫磷乳剂多少公斤？

解 该乳剂按1:200稀释后的稀释液中，药与水的质量比为 $\frac{1}{200 + 1}$ 。

所以， $\frac{1}{200 + 2} \times 60 \approx 0.3$ 公斤，即配制60公斤这种稀释液，须用此马拉硫磷乳剂0.3公斤。

例6 红新粮食商业企业某月粮油销售额为423749.65元，销售成本361423.47元，商品流通费用为20198.32元，若不计税金，试求成本率、毛利率、费用率、经营利润率。

解

$$\text{成本率} = \frac{\text{销售成本额}}{\text{销售收入额}} = \frac{361423.47}{423749.65} \approx 85.29\%;$$

由于 成本额 + 毛利额 = 销售额, 所以

$$\text{毛利率} = 1 - \text{成本率} = 1 - 85.29\% = 14.71\%;$$

$$\text{费用率} = \frac{\text{费用额}}{\text{销售额}} = \frac{20198.32}{423749.65} \approx 4.77\%;$$

$$\text{利润率} = \frac{\text{利润额}}{\text{销售额}} = \frac{\text{毛利额} - \text{费用额}}{\text{销售额}}$$

$$= \text{毛利率} - \text{费用率} = 14.71\% - 4.77\% = 9.94\%.$$

例7 和平粮库粮食进仓平均水分为16.53%, 出仓平均水分为16.23%, 求水分损耗率.

$$\begin{aligned} \text{解 由公式, 水分损耗率} &= \frac{\text{入库水分} - \text{出库水分}}{100 - \text{出库水分}} \\ &\quad \times 100\%, \end{aligned}$$

$$\text{得 水分损耗率} = \frac{16.53 - 16.23}{100 - 16.23} \times 100\% \approx 0.358\%.$$

二、比例

1. 比例的概念

表示两个比相等的式子, 叫做比例.

例如, $a:b=k$, $c:d=k$ 因为比值相等, 所以可以组成比例: $a:b=c:d$ (或写作 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$).

组成比例的四个数, 叫做比例的项. 其中 b 、 c 叫做比例内项, a 、 d 叫做比例外项, d 叫做 a 、 b 、 c 的第四比例项. 若 $a:b=b:c$ 时, b 叫做 a 和 c 的比例中项.

组成比例的四个项一般不是零.

2. 比例的基本性质

在比例式中,两个外项的积等于两个内项的积。即,如果 $a:b=c:d$, 那么 $ad=bc$ 。这个性质叫做**比例的基本性质**。

反过来, 若 $ad=bc$, 也有 $a:b=c:d$ 成立。

3. 解比例

求比例式中的未知项, 叫做**解比例**。

解比例的一般方法是: 根据比例的基本性质得, 外项 $\times$ 外项 = 内项 $\times$ 内项, 再根据乘除法之间的关系求出未知项。

例 1 解比例 $2\frac{4}{5}:x=1.4:0.8$ 。

解 根据比例的基本性质, 得 $1.4x=2\frac{4}{5}\times 0.8$,

所以
$$x = \frac{2\frac{4}{5} \times 0.8}{1.4} = 1.6.$$

例 2 把1.4, 4.2, 0.7配上一个数, 组成比例。

解 由所配数的位置不同, 所得结果也不同。设所配上的数为 x , 则有

$$(1) \quad 1.4:4.2=0.7:x,$$

$$x = \frac{4.2 \times 0.7}{1.4} = 2.1.$$

组成的比例是 $1.4:4.2=0.7:2.1$;

$$(2) \quad 1.4:4.2=x:0.7,$$

$$x = \frac{0.7 \times 1.4}{4.2} = \frac{7}{30}.$$

组成的比例是 $1.4:4.2=\frac{7}{30}:0.7$;

$$(3) \quad 1.4:x=0.7:4.2$$

$$x = \frac{4.2 \times 1.4}{0.7} = 8.4.$$

组成的比例是 $1.4 : 8.4 = 0.7 : 4.2$.

请读者考虑，还有没有不同的比例结果？

4. 正比例和反比例

(1) 正比例和反比例.

两个相关联的量，一个量变化，另一个量也随着变化，如果这两个量中相对应的两个数的比值（也就是商）一定，这两个量就叫做**成正比例的量**。它们之间的关系叫做**正比例关系**。

设 $y = kx$ (k 为常数)，则称 y 与 x 成正比。又令 $y_1 = kx_1$, $y_2 = kx_2$ ，两式相除可得，

$$y_1 : y_2 = x_1 : x_2.$$

所以也称 y 与 x 成正比例。常数 k 就叫做 x 与 y 之间的**比例常数**。

两个相关联的量，一个量变化，另一个量也随着变化，如果这两个量中相对应的两个数的积一定，这两个量就叫做**成反比例的量**。它们之间的关系叫做**反比例关系**。

设 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数)，则称 y 与 x 成反比。又令 $y_1 =$

$\frac{k}{x_1}$, $y_2 = \frac{k}{x_2}$ ，两式相除可得，

$$y_1 : y_2 = x_2 : x_1.$$

所以又称 y 与 x 成反比例。 k 叫做 y 与 x 之间的**比例常数**。

例如，粮食加工厂的通风和气力输送，常研究空气状态的变化。在一定条件下，空气可以当作理想气体。设 P 、 V 、 T 、 Γ 分别表示气体的压力、体积、温度、比重。那么：

当温度不变时，一定重量的气体的压力和它的体积成反比，