新编财会应用数学

赵邦宏　王建中　张润清　编著

中国农业出版社

前　言

马克思曾经说过，只有当一门科学成功地运用了数学时，才算真正达到了完善的地步。财务会计的产生和数学有着密切的联系，同样其发展也离不开数学这一强大的支柱和有力的工具。如果说传统的记帐、算帐和报帐离不开数学方法的话，那么在市场经济条件下，随着财会人员职能的转变，财会预测、决策、计划、控制、分析和评价等所采用的数学方法，已成为财会人员参与经济管理，提供有用信息不可缺少的有用工具。

数学如何运用于财务会计领域，目前尚无一套完整、系统的科学方法和体系。常见的《财经（会）应用数学》等，多注重基础数学理论，侧重于数学理论的推导，较少涉及数学理论和方法在财经（会）实际工作中的具体应用。为了克服此弊端，适应目前一般财会人员的文化水平，有针对性地掌握实用的财会数学方法，本书略去了许多繁杂的数学理论推导和一些较难理解的数学方法，运用实例讲解财会实际工作中常用的数学方法，力求深入浅出，简明实用，通俗易懂。为提高读者运用数学方法处理财会方面问题的能力，本书每章均选编一定数量的财会应用习题，并附有答案。本书可作财会人员上岗培训使用，也可作为财经中等专业学校、财会实际工作者参考用书。

本书受河北省财政厅会计事务管理处委托，由赵邦宏、王建中、张润清合编。编写过程中，从编写大纲审定、内容

修改到最后成书，一直得到陈润书、郑勇及会计处其它同志的关心和支持，同时还参考了该处编写的《财会应用数学》（内部使用），以及其它有关方面的教材，张会敏同志参加了部分章节的编写，在此一并表示衷心的感谢。由于成书时间较仓促，书中不妥之处在所难免，恳请读者批评指正。

编者

1993 年 11 月

目　录

第一章　初等数学

初等数学是数学的基础，在财会工作中有广泛的应用价值，本章将从集合入手，介绍有关数、数学运算和函数的基础知识，为数学在财会工作中的应用打下基础。

第一节　集合与实数

一、集合

集合是数学中一个重要的概念，在现代数学中起着非常重要的作用。我们通常遇到的某些事物组成的集体，如一班学生、一批产品、一套家俱等都是集合。

一般来说，集合是具有某种属性的事物的全体，构成集合的事物或对象称为集合的元素。集合用大写字母 A、B、C……等表示，小写字母 a、b、c……表示集合的元素。

如果 a 是集合 A 的元素，则记 $a\in A$，读 a 属于 A；如果 a 不是集合 A 的元素，记 $a\notin A$，读 a 不属于 A。

集合一般有两种表示方法。

(一) 列举法

按任意顺序列出集合的所有元素，并用花括号{ }括起来。

[例 1] 由 a，b，c，d 四个元素组成的集合 A，表示为：

A＝{ a, b, c, d }

[例 2] 由 $x^2-5x+6=0$ 的根所构成的集合 A，表示为：

A＝{ 2, 3 }

（二）描述法

把集合中元素的共同属性描述出来，用 A＝{ x | x 的共同属性 }表示。

[例 3] 设 A 为全体偶数的集合，可以表示为：

A＝{x | x＝2n,n 为整数}

二、实数集

人们对数的认识是逐步发展的，先是自然数(1、2、3、4、…、n、…)，继而发展到整数(…－3、－2、－1、0、1、2、…)再扩展到有理数（正、负整数、正、负分数及零），有理数可以表示为$\frac{p}{q}$，其中：p、q 都是整数，且 $q\neq0$，再进一步发展就有了无理数（不能表示为两个整数相除的数，如$\sqrt{2}$、$-\sqrt{3}$、π 等)。在财务工作中通常使用的十个基本符号是 1、2、3、4、5、6、7、8、9 和 0。

有理数和无理数统称为实数。实数的全体组成的集合称为实数集，实数集分类如下：

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{自然数(正整数)}\\\text{零}\\\text{负整数}\end{cases}\\\text{分数}\end{cases}\\\text{无理数(无限不循环小数)}\end{cases}$$

实数可与直线上的点建立关系，表达出它的几何意义。

设有一条水平直线，在这条直线上取定一点 O，称为原点，规定一个正方向（习惯上规定由原点向右的方向为正

方向），再规定一个长度，称为单位长度。这种具有原点、正方向和单位长度的直线称为数轴。如图 1-1。

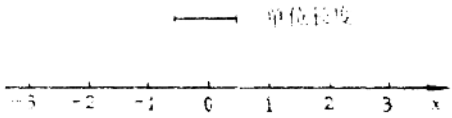

图 1-1

每一个实数必是数轴上某一个点的坐标;反之，数轴上每一点的坐标必是一个实数，这就是说，全体实数与数轴上的全体点形成一一对应的关系。

三、不等式和绝对值

（一）不等式

因为数集中的每一个数都是唯一的，故彼此之间就有大小之分。表示这种大小之分的数学式子称为不等式，不等式中使用的符号有下列几种：

$>$表示“大于”；$<$表示“小于”；$\ngtr$表示“不大于”；$\nless$表示“不小于”；$\geqslant$表示“大于等于”；$\leqslant$表示“小于等于”。

若 $a>0$，则称 a 为正数。若 $a<0$，则称 a 为负数。0 本身既不是正数，也不是负数。

例如，某车间生产的机器零件 a 不少于 100 件；不大于 100 件；超过 100 件。

用不等式分别表示为：

$a\geqslant100$；$a\ngtr100$（或 $a\leqslant100$）；$a>100$

不等式的性质：

1.若 $a>0$，且 $b>0$，则 $a+b>0$；$ab>0$。

2.若 $a<b$，且 $b<c$，则 $a<c$。

3.若 $a<b$，则对任何实数 c，都有 $a+c<b+c$。

4.若 $a<b$，且 $c>0$(或 $c<0$)则 $ac<bc$(或 $ac>bc$)。

在许多情况下要用到的一个数介于两个数之间的表示形式，也可以用不等式表示。如某商品的价格 P 可以在大于 20 元小于 30 元的范围内变化，用不等式表示为：

$20<P<30$

又如汽车的速度 V 限制在 30 公里／时到 40 公里／时的范围内。用不等式表示为：

$30<V<40$

（二）绝对值

在无须考虑一个数的正负号的时候，我们可以不管这个数的符号，仅看去掉符号后的值。一个数在去掉正负号以后所得的数值，称为这个数的绝对值。

一个实数 x 的绝对值，记为$|x|$，定义为：

$$|x|=\begin{cases} x, & x\geqslant 0 \\ -x, & x<0 \end{cases}$$

$|x|$的几何意义：$|x|$表示数轴上点 x(不论 x 在原点左边还是右边）与原点之间的距离。

绝对值及其运算有下列性质：

(1) $|x|=\sqrt{x^2}$

(2) $|x|\geqslant 0$

(3) $|-x|=|x|$

(4) $-|x|\leqslant x\leqslant |x|$

因为 $x>0$ 时 $-|x|<x=|x|$

$x<0$ 时 $-|x|=x<|x|$

$x=0$ 时 $-|x|=x=|x|$

所以，总起来有 $-|x|\leqslant x\leqslant|x|$

(5) 如果 $a>0$，则下面两个集合相等。

$\{x\,||x|\leqslant a\}=\{x|-a<x<a\}$

(6) 如果 $b>0$，则下面两个集合相等。

$\{x\,||x|>b\}=\{x|x<-b$ 或 $x>b\}$

从几何上看，$|x|>b$ 表示所有与原点的距离大于 b 的点 x 的集合，而"$x<-b$ 或 $x>b$"表示在点 $-b$ 左边或在点 b 右边的所有点 x 的集合。

(7) $|x+y|\leqslant|x|+|y|$

由上面的性质 (4) 有：

$-|x|\leqslant x\leqslant|x|$

$-|y|\leqslant y\leqslant|y|$

两式相加得：

$-(|x|+|y|)\leqslant x+y\leqslant|x|+|y|$

再由性质 (5) 得：

$|x+y|\leqslant|x|+|y|$

(8) $|x-y|\geqslant||x|-|y||$

由于， $|x|=|(x-y)+y|\leqslant|x-y|+|y|$

所以， $|x-y|\geqslant|x|-|y|$

同理有 $|x-y|\geqslant|y|-|x|=-(|x|-|y|)$

因此由性质 (5) 得：

$|x-y|\geqslant||x|-|y||$

(9) $|xy|=|x|\cdot|y|$

(10) $\left|\dfrac{x}{y}\right|=\dfrac{|x|}{|y|}$，$y\neq0$

根据绝对值的定义,(9) 与 (10) 显然成立。

四、实数的基本运算法则

初等数学四则运算的基本法则，在高等数学里仍然适用，应用这些运算法则可以解决许多实际问题。基本运算法则如下：

（一）加法和乘法适合交换律、结合律，乘法还适合分配律：

$a+b=b+a$，$a+(b+c)=(a+b)+c$；

$a\times b=b\times a$，$a\times(b\times c)=(a\times b)\times c$；

$a\times(b+c)=a\times b+a\times c$

（二）符号法则

加法：同号二数相加，取相同的符号并把绝对值相加。异号二数相加，取绝对值大的符号，并把绝对值相减（大减小）。

乘法：同号取正，异号取负，把绝对值相乘。

减法：减去一个数等于加上这个数的相反数。如：

$a-b=a+(-b)$

除法：除以一个数等于乘以这个数的倒数。如：

$a\div b=a\times\frac{1}{b}$

（三）去括号或添括号法则

在去括号或添括号时，①若括号前是正号时，则括号内的各项不变号；②若括号前是负号时，则括号内的各项都变号。如：

$a+b+c=a+(b+c)$，$-(a+b-c)=-a-b+c$

五、近似计算

在科学实践中，有时要求数字相当精确，且数位不宜冗

长，如测量、设计工作，会计的记帐、结帐、编制报表等。因此，有许多情况都需用近似计算来解决。

（一）概念

1.有效数字

从一个数左边第一个非零数字开始直到右边最末一个数字止，都称为这个数的有效数字。如 0.0045、0.48、5.0、90 都是有 2 个有效数字。又如 0.0362、4.80、40.1 都是 3 个有效数字。

2.精确度

一个数最后一个数字，即尾数（可以是零），相对于小数点的位置，称精确度。如 9.6 精确到小数点后一位（即十分位），9.60 精确到小数点后两位（即百分位），0.096 精确到小数点后三位（即千分位）。

3.准确度

一个数所含有效数字的个数，称为准确度。如 0.037、0.36、3.6、36 它们的准确度都是 2。

4.不足近似值

小于准确值的数称为不足近似值。如：无理数圆周率 $\pi=3.141592\cdots\cdots$ 取 $\pi=3.14$ 即为 π 的不足近似值。

5.过剩近似值

大于准确值的数称为过剩近似值。如取 $\pi=3.1416$ 即为 π 的过剩近似值。

6.绝对误差

一个数的近似值 a 与它的准确值 A 之差叫做误差。取误差的绝对值称为绝对误差。

绝对误差可用公式表示为：$D=|a-A|$

例如，1.245 与其近似值 1.25 的绝对误差为：

$D=|a-A|=|1.25-1.245|=0.005$

7.相对误差

绝对误差 D 与准确值 A 之比叫做相对误差。

相对误差可用公式表示为：$d=\dfrac{D}{A}$

例如，1.245 与其近似值 1.25 的相对误差为：

$$d=\frac{D}{A}=\frac{0.005}{1.245}\approx 0.004$$

[例 4] 某种商品有 841 件，销售单价为 11.75 元／件，问总销售金额是多少？要求总销售金额最小单位是角，角以下的四舍五入，并以此例说明上述有关概念。

解：总金额（A）＝841×11.75＝9881.75（元）

取近似值到角位为 9881.8 元。

9881.8 是过剩近似值，大于准确值 9881.75。

有效数字是 5 个：9，8，8，1，8。

准确度是 5 位有效数字。

精确度是 1 位小数，即角位。

绝对误差 $(D)=|9881.8-9881.75|=0.05$

相对误差 $(d)=\dfrac{0.05}{9881.75}\approx 0.005‰$

（二）尾数的取舍方法

尾数的取舍，要根据实际的需要和可能来定。现介绍几种方法：

1.四舍五入法

若一个数需要保留 N 位有效数字，则把 N+1 位以后的数字全部舍去。第 N+1 位数字小于 5，第 N 位数字不变，第 N+1 位数字大于或等于 5，在第 N 位数字上加 1。

例如，把准确值 127.348 元，用四舍五入法取不同精确度的近似值。

127.348 元≈127.35 元（精确到分位）

127.348 元≈127.3 元（精确到角位）

127.348 元≈127 元（精确到元位）

2.只舍不入法

若一个数需要保留 N 位有效数字，则 N 位以后的数字不管大小全部舍去。

[例 5] 一箱能装 24 瓶罐头，现有罐头 2587 瓶，应装多少箱？不够整箱的舍去。

解：2587÷24≈107.8 箱

实际上应装 107 箱。

3.只入不舍法

若一个数需要保留 N 位有效数字，则 N 位以后的数字不管大小都进入，不舍去。

[例 6] 邮电局汇款收取汇费 1%，汇款不满 10 元者按 10 元计算，汇款 10 以上尾数不满 1 元者，尾数按 1 元计算。若汇款三笔：4.90 元、85.25 元、100.26 元，问各需汇费多少元？

$$4.90\times1\%\approx10\times1\%=0.10(元)$$

$$85.25\times1\%\approx86\times1\%=0.86(元)$$

$$100.26\times1\%\approx101\times1\%=1.01(元)$$

各需汇费 0.10 元、0.86 元、1.01 元。

（三）近似数的运算法则

1.近似数加减法

和、差精确的数位，与已知数中精确度最低的那一个数的数位相同。计算时，先把已知数中超过这个数位的数字四

舍五入到这个数位的下一位，并把计算结果的最末一位数字四舍五入。

[例 7] 计算近似数 21.3+1.764−6.3251

解：最低精确度是 1 位小数，高于 1 位小数的只保留 2 位小数，最后结果保留 1 位小数。

$$\begin{aligned} \therefore\quad & 21.3+1.764-6.3251 \\ &= 21.3+1.76-6.33 \\ &= 16.73 \\ &\approx 16.7 \end{aligned}$$

2.近似数的乘除法

积、商的有效数字个数，与已知数中有效数字个数最少的近似数的个数相同。计算时，先把已知数中有效数字的个数多的，四舍五入到比结果中要的个数多 1 个，除法要比结果多算出一位，再将所得最后一个数字四舍五入。

[例 8] $\dfrac{4.75\times36.8}{10.56\times3.9}+3.75$

解：此例有效数字个数最小的为二位，在计算过程中应保留三位有效数字，结果保留二位。

$$\begin{aligned} \text{所以，}\ & \frac{4.75\times36.8}{10.56\times3.9}+3.75 \\ &\approx \frac{4.75\times36.8}{10.6\times3.9}+3.75 \\ &\approx \frac{175}{41.3}+3.75 \\ &\approx 4.24+3.75 \\ &= 7.99 \\ &\approx 8.0 \end{aligned}$$

（四）近似公式

当 α、β 是一个很小的正数时，可用下列近似公式，α、β 的值愈小，近似程度愈高。

1. $(1\pm\alpha)^2\approx 1\pm 2\alpha$

[例 9] 计算 1.001^2,0.98^2 的近似值。

解：$1.001^2=(1+0.001)^2=1+2\times 0.001=1.002$

$0.99^2=(1-0.01)^2\approx 1-2\times 0.01=0.98$

2.$(1\pm\alpha)^n\approx 1\pm na$

[例 10] 计算 $(1.005)^3$,$(0.994)^5$ 的近似值。

解：$(1.005)^3=(1+0.005)^3\approx 1+3\times 0.005=1.015$

$(0.997)^5=(1-0.003)^5\approx 1-5\times 0.003=0.985$

3.$(1+\alpha)(1\pm\beta)\approx 1+\alpha\pm\beta$

$(1-\alpha)(1\pm\beta)\approx 1-\alpha\pm\beta$

[例 11] 计算 1.02×0.997 的近似值。

解：
$$\begin{aligned}1.02\times 0.997&=(1+0.02)(1-0.003)\\&\approx 1+0.02-0.003\\&=1.017\end{aligned}$$

4.$\dfrac{A}{1\pm\alpha}=\dfrac{A(1\mp\alpha)}{(1\pm\alpha)(1\mp\alpha)}=\dfrac{A(1\mp\alpha)}{1-\alpha^2}\approx A(1\mp\alpha)$

[例 12] 计算（1）$6\div 1.009$；（2）$8\div 0.997$ 的近似值。

解：（1）$\dfrac{6}{1.009}=\dfrac{6}{1+0.009}\approx 6\times(1-0.009)=5.946$

（2）$\dfrac{8}{0.997}=\dfrac{8}{1-0.003}\approx 8\times(1+0.003)=8.024$

（五）科学记数法

利用 10 的整数次幂来表示一个数的方法，称为科学记数法。它是科学技术上常用的一种记数方法。