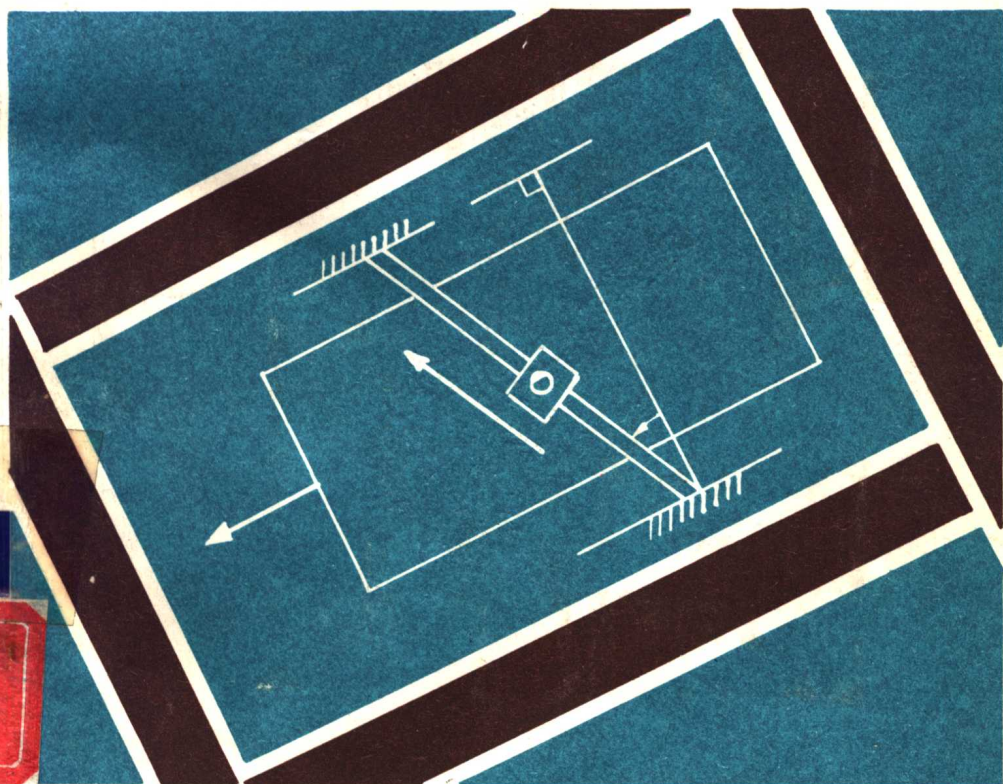


高等学校教材

理论力学

下册

西北工业大学理论力学教研室编



西北工业大学出版社

高等学校教材

理论力学

下册

西北工业大学理论力学教研室 编

西北工业大学出版社

1993年10月 西安

(陕) 新登字 009 号

【内容简介】 本书是根据《高等工业学校理论力学课程教学基本要求》进行修订和编写的,可作为机械、航空、土建等类专业(100~110学时)的理论力学教材,亦可供有关工程技术人员参考。

本书体系完整,推理严谨,叙述恰当,详简适度,且有通用性。书中附有思考题、习题和答案。

全书分上、下两册,上册包括静力学和运动学,下册为动力学。

高等学校教材
理 论 力 学
下 册

西北工业大学理论力学教研室 编

责任编辑 蒋相宗
责任校对 高小惠

© 1993 西北工业大学出版社出版
(西安市友谊西路 127 号 邮编 710072)

陕西省新华书店发行

西北工业大学出版社印刷厂印装

ISBN 7-5612-0620-8/O·82 (课)

*

开本 850×1168 毫米 1/32 . 10. 187 5 印张 249 千字

1993 年 10 月第 1 版 1993 年 10 月第 1 次印刷

印数: 1—5 000 册 定价: 5.33 元

编者的话

本书是在西北工业大学历年来编写的多学时类《理论力学》教材的基础上,根据《高等工业学校理论力学课程教学基本要求》进行修订和编写的。

在修订和编写过程中,我们力求保持理论力学体系的完整性和严密性,定理证明和逻辑推理严谨,叙述恰当,详简适度。同时坚持理论联系实际和加强了各专业的通用性。

全书分上、下两册,上册包括静力学和运动学,下册为动力学,每册书末分别附有各章的习题和答案。引申和加选内容用“*”号标出。

此次修订和编写是在西北工业大学理论力学教研室统一规划和组织下完成的。参加修订和编写工作的有吕茂烈(绪论)、董秋泉(第一~七章)、蔡泰信(第八~十三章)、赵惠兰(第十四、十五章及第一~十三章习题)、弋崇义(第十六、十八~二十章)、支希哲(第十七章)、梁工谦(第二十一章)、杜文奎(第二十二~二十三章)。吕茂烈任主编。初稿经试用后由蔡泰信和董秋泉对全书作了统一修改,最后由吕茂烈定稿。和兴锁为全书描绘了插图。

本书承西安交通大学许庆余教授详细审阅,并提出了许多宝贵意见。在修订和编写过程中,西北工业大学理论力学教研室许多老师给予了大力支持,参加讨论和选题,以及对初稿提出修改意见,在此一并表示感谢。

由于编者的水平有限,书中难免有不妥和疏漏之处,敬请读者批评指正。

1993年春节

DAAD 5/65

目 录

第三篇 动力学

第十四章 质点动力学基础.....	3
§ 14-1 动力学的基本定律	3
§ 14-2 质点运动微分方程	7
§ 14-3 质点动力学基本问题	9
§ 14-4 质点直线运动微分方程积分的 几种典型例子.....	14
§ 14-5 质点的相对运动微分方程.....	21
第十五章 质点的振动	32
§ 15-1 概述.....	32
§ 15-2 质点的自由振动.....	33
§ 15-3 质点的衰减振动.....	41
§ 15-4 质点的强迫振动.....	48
第十六章 转动惯量	62
§ 16-1 转动惯量的概念及其一般表达式.....	62
§ 16-2 简单形状匀质刚体的转动惯量.....	64
§ 16-3 转动惯量的平行轴定理.....	66
§ 16-4 刚体对任意轴的转动惯量·惯性积和	

惯性主轴.....	72
§ 16-5 质量对称分布刚体的惯性主轴方向的判定.....	75
* § 16-6 惯性椭圆.....	76
第十七章 动能定理	79
§ 17-1 动力学普遍定理概述.....	79
§ 17-2 力的功.....	80
§ 17-3 几种特殊力的功.....	82
§ 17-4 作用于质点系上的力系的功.....	85
§ 17-5 动能.....	89
§ 17-6 动能定理.....	92
§ 17-7 功率·功率方程	101
§ 17-8 势力场·势能·机械能守恒定理	104
第十八章 动量定理	110
§ 18-1 动量	110
§ 18-2 动量定理和冲量定理	112
§ 18-3 质心运动定理	119
* § 18-4 变质量质点的运动微分方程	125
第十九章 动量矩定理	132
§ 19-1 动量矩	132
§ 19-2 动量矩定理	133
§ 19-3 刚体的定轴转动微分方程	140
§ 19-4 有心力情形的面积速度定理	143
§ 19-5 相对于质心的动量矩定理	145
§ 19-6 刚体的平面运动微分方程	148
* § 19-7 赖柴定理	153

* § 19-8 高速自转陀螺的进动·陀螺力矩和陀螺效应	154
第二十章 碰撞理论	157
§ 20-1 碰撞现象的基本特征·瞬时力及其度量	157
§ 20-2 恢复系数·质点对固定面的碰撞	159
§ 20-3 碰撞时的动力学普遍定理	162
§ 20-4 两个物体的对心正碰撞	167
§ 20-5 碰撞对定轴转动刚体轴承的作用·撞击中心	173
第二十一章 达朗伯原理和动静法	176
§ 21-1 达朗伯原理	176
§ 21-2 质点系惯性力的简化	178
§ 21-3 动静法的应用举例	182
§ 21-4 定轴转动刚体对轴承的动压力	187
§ 21-5 消除附加动压力的条件·静均衡和动均衡	193
第二十二章 虚位移原理	196
§ 22-1 概述	196
§ 22-2 约束和约束方程	196
§ 22-3 虚位移·自由度	199
§ 22-4 虚功·理想约束	202
§ 22-5 虚位移原理	203
§ 22-6 广义坐标·广义坐标形式的虚位移原理	210
* § 22-7 质点系在势力场中平衡的稳定性	215

第二十三章 动力学普遍方程和拉格朗日方程	218
§ 23-1 动力学普遍方程	218
§ 23-2 拉格朗日方程	221
* § 23-3 拉格朗日方程的第一积分	232
习 题	240
主要参考书目	317

第三篇 动力学

动力学的任务是研究作用于物体的力和物体运动之间的一般关系。

在静力学里,我们研究了力系的简化理论和物体在力系的作用下处于平衡的条件,而没有涉及受不平衡力系作用的物体将如何运动。在运动学里,我们只从几何观点描述了物体的运动过程,而未涉及作为物体运动原因的力。在动力学里将建立起力与运动之间的关系,这里不仅要用到运动学里有关运动分析和静力学里有关受力分析的知识,而且需要建立物体运动和作用力之间的物理规律和数量关系。

动力学知识的应用极其广泛,各种机器、仪表的设计,火箭技术以及宇宙航行等问题,都要有动力学的知识作为基础。动力学的内容也极其丰富,本书只介绍它的基础理论,而不涉及专门应用中的具体力学问题。

从研究对象来看,动力学可以分成质点动力学和质点系(包括刚体)动力学这两个部分。

质点是指具有一定质量但可以忽略其尺寸大小的物体。一群具有某种联系的质点称为质点系,刚体可以看成不变形的质点系。

一个物体能否抽象成质点,要由问题中的要求和实际可能来确定。例如,当我们研究地球绕太阳的公转时,不必考虑地球上各点间的运动差别,而只需研究整个地球的平均运动,因为,相对于

公转轨道的尺寸来说,可以忽略地球的直径,而把地球看作质点。在物理学里讲过物体质量中心的概念,动力学里将证明,任何质点系(包括刚体)的质量中心的运动,是和该质点系的质量集中于它的质量中心时一样(质心运动定理)。这就是把一个物体抽象成质点的理论根据。我们把地球看成质点,意思是说把它看成其质量集中于质量中心。

但是,质量中心的运动,并不能完全代表物体的全部运动。例如,地球还有绕其质心轴的转动,即地球的自转。当我们研究地球自转时,把它看成一个刚体,而不再看成质点。

为使篇幅紧凑,本书将交错地叙述质点和质点系动力学,而不是严格地分为两部分。

第十四章 质点动力学基础

§ 14-1 动力学的基本定律

动力学的理论基础概括为四个定律,即牛顿三定律和作为这三个定律的补充的“力的独立作用定律”。这些定律早已由牛顿在前人研究的基础上通过大量实验、观察和分析,在他的《自然哲学的数学原理》(1687年)一书中首先完整地提出,因而称为牛顿定律。按照现代的形式,这些定律可陈述如下:

第一定律 惯性定律

质点如不受力作用,则保持其运动状态不变,即作直线匀速运动或者静止。质点保持其运动状态不变的性质称为惯性。直线匀速运动称为惯性运动。

第二定律 力与加速度关系定律

质点因受力作用而产生的加速度,其方向与力相同,其大小与力成正比而与质量成反比。

第三定律 作用与反作用定律

任何两个质点相互作用的力,总是大小相等、方向相反、沿同一直线同时并分别作用在这两个质点上。这个定律在静力学中已叙述过,它对运动的情况仍然适用。

第四定律 力的独立作用定律

几个力同时作用于一个质点时所引起的加速度,等于每个力单独作用于这个质点时所引起的那些加速度的矢量和。

惯性定律的基本思想早已由伽里略发现,他曾通过斜面实验,

论证了物体的惯性运动。但惯性运动的特点并不是很容易为一般人直观地理解的。要正确理解它,必须通过精巧的实验,在实验中应设法排除重力和摩擦力的干扰。近来采用气垫装置将试验物体悬浮起来,可以极大程度地消除运动物体与固定接触面间的摩擦力,从而能使物体的运动非常接近于惯性运动。

第二定律从量上表征了作用于质点的力和质点的运动状态变化(通过加速度表示出来)以及质点的质量三者间的关系。

质量是表征质点惯性大小的度量。由经验知,设以同样的力作用在两个不同的质点 A 和 B 上,如质点 A 所含的物质是质点 B 的 2 倍,则质点 A 获得的加速度只有质点 B 的一半。因此,一般用物质含量的多少来量度质点的质量。在第二定律中认定,每个给定的质点具有不变的质量。

以 m 代表质点的质量,以 F 代表该质点所受的力, a 代表它在 F 作用下获得的加速度,则第二定律可以表示成

$$ma = F \quad (14-1)$$

即,质点的质量与加速度的乘积,按大小与方向,等于所受的力。式(14-1)称为质点动力学基本方程。当质点同时受几个力作用时,根据第四定律,式(14-1)右端的 F 应理解成各力的合力。如合力等于零,则质点的加速度也等于零,这样就回到第一定律的情况。但不能因此认为,第一定律只是第二定律的特殊情况,因为第一定律独立地指出了物体运动的惯性,并断定了惯性运动的存在。

在力学中有三个基本度量。除时间和长度外,第三个基本度量是可以选择的。在国际单位制中选取质量,而在工程单位制中则选取力。在国际单位制中,力是导出量,它的基本单位定为牛顿,记作 N 。如在质量 $m = 1\text{kg}$ 的质点上作用的力,能使该质点获得 $a = 1\text{ m/s}^2$ 的加速度,则该力就等于 1 N 。这种以时间、长度和质量作基本度量的单位制称为绝对单位制,国际制则是其中的一种。在工程单位制中,质量是导出量,它的单位还没有专门名称。规定如下:

如用 $F = 1\text{kgf}(= 9.806\ 65\text{N})$ 的力作用于—质点,能使该质点获得 $a = 1\text{ m/s}^2$ 的加速度,则该质点的质量就等于1工程质量单位。这种以时间、长度和力作基本度量的单位制称为实用单位制,工程制则是其中的一种。

根据国务院规定,本书采用国际单位制。在这种单位制中,力的量纲为

$$\begin{aligned} [\text{力}] &= [\text{质量}] \cdot [\text{加速度}] = [\text{质量}] \cdot [\text{长度}] \cdot [\text{时间}]^{-2} \\ &= [M] \cdot [L] \cdot [T]^{-2} \end{aligned}$$

在重力场中,物体只受重力 G 作用而自由落下时的加速度是 g ,因此由式(14-1),有

$$mg = G$$

测出物体的重量和重力加速度,可以根据上式算出物体的质量,有

$$m = \frac{G}{g}$$

即,物体的质量等于它的重量除以重力加速度。

在地面上各处,重力加速度并不相同,它与当地的纬度和高度有关。例如,在赤道海平面处, $g = 9.78\text{ m/s}^2$;在南北极处, $g = 9.83\text{ m/s}^2$ 。我国各地的平均值可取成 $g = 9.80\text{ m/s}^2$ (相当于北京地区的 g 值),本书采用这个数值。

由实验知,同一物体在各处的重量也不相同;但同一物体的重量与当地的重力加速度的比值,却始终不变,这正说明了每个物体的质量是一个常量。

必须指出,第二定律中出现了三个量:质量、加速度和力,在古典力学里,把每个质点的质量看成常量。质点所受力的大小和方向可以通过其他物理定律(例如虎克定律)独立地测定出来,测定的结果不因参考系选择的不同而改变。但是,质点的加速度的大小和方向都因参考系的选择不同而不同(参看运动学第十章)。可见,这

里存在着根本性的矛盾：它决定了第二定律不可能适用于一切参考系，而只能适用于对于某些参考系^①的运动。

牛顿当时指明，这些定律只适用于所谓“绝对运动”。而牛顿所理解的绝对运动，指的是相对于“绝对静止”而与物质运动无关的“绝对空间”的运动。对于这种空间来说，时间也被看成与物质的运动无关而均匀地流逝着，即所谓“绝对时间”。这种把空间、时间与物质运动完全割裂开来的形而上学观点是根本错误的。辩证唯物主义指出，时间、空间是物质运动存在的形式，相互间是有内在联系的，根本不存在脱离运动物质的“绝对时间”和“绝对空间”，在近代物理的研究中已能在量的方面确定它们之间的联系。不过在物体的速度远小于光速的宏观力学中，运动速度对空间、时间的实际量度的影响极小，完全可以忽略。也只在这种情形下，古典力学才是适用的。

凡是可以应用牛顿定律的参考坐标系，称为基础坐标系。由于任何物质都在运动，宇宙间找不到一个绝对静止的物体，因而也就找不出绝对精确的基础参考坐标系。但是，牛顿定律和以它作为基础而建立起来的动力学理论，并不因此而失去实用的价值。实践证明，可以找到许多近似精确的基础参考坐标系，对于这种参考坐标系，应用牛顿动力学理论，能得到足够精确的结果。例如，在绝大多数工程问题中，地球是足够精确的基础参考坐标系。对于某些问题，需要考虑地球的自转，这时可取以地球中心作为原点、三个坐标轴分别指向三个恒星的参考坐标系作为基础参考坐标系。在天文计算中，则取太阳中心作为坐标原点、三个坐标轴分别指向三个恒星的基础参考坐标系。本书中，如不特别指明，我们总是把固连在地球上的坐标系作为近似的基础坐标系。

① 这里不涉及古典力学本身局限性的问题。物理学里指出，古典力学不适用于速度接近于光速的运动。

§ 14-2 质点运动微分方程

牛顿定律给出了解决质点动力学问题的基本方程(14-1),将该式表示为包含质点的位置坐标对时间的导函数的方程称为质点运动微分方程。但在具体计算中,需要根据每个问题的特点选择各种形式的坐标系,把式(14-1)写成相应的形式。通常多采用直角坐标系或自然轴系,有时也采用极坐标系或其他曲线坐标系。现分别介绍这些方程。

设有可以自由运动的质点 M , 其质量是 m ; 作用力的合力是 F , 加速度是 a (图 14-1)。由运动学知

$$a = \frac{d^2 r}{dt^2}$$

而 r 是质点 M 对固定点 O 的矢径, 于是式(14-1)可以写成

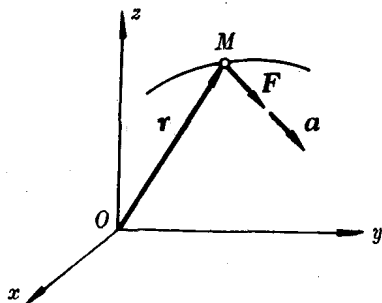


图 14-1

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = F \quad (14-2)$$

这就是质点的运动微分方程的矢量形式。

把上式投影到固定直角坐标系 $Oxyz$ 的各轴, 得

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_x, \quad m \frac{d^2 y}{dt^2} = F_y, \quad m \frac{d^2 z}{dt^2} = F_z \quad (14-3)$$

式中, F_x, F_y, F_z 是作用力的合力 F 在各轴上的投影, 等于作用于质点各力在相应轴投影的代数和; x, y, z 是质点 M 的直角坐标。式(14-3)是质点运动微分方程的直角坐标形式。

如采用自然轴系 $M\tau n b$ (图 14-2), 并把式(14-2)向各轴投影, 可得

$$m \frac{d^2 s}{dt^2} = F_\tau, \quad m \frac{v^2}{\rho} = F_n, \quad 0 = F_b \quad (14-4)$$

式中, $a_\tau = \frac{d^2 s}{dt^2}$, $a_n = \frac{v^2}{\rho}$ 和 $a_b = 0$ 是加速度 a 在切线、主法线和副法线正向的投影; F_τ 、 F_n 和 F_b 是合力 F 在相应轴上的投影。式(14-4)就是质点运动微分方程的自然形式。由式(14-4)的第三式可见, 作用力的合力恒垂直于副法线, 因而也和质点的加速度 a 一样, 恒在密切面内。

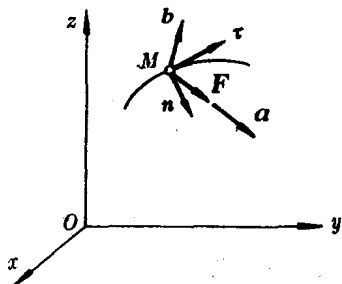


图 14-2

思 考 题

作匀速曲线运动的质点是否受到力的作用?

如果质点受到约束, 则成为非自由质点, 这时要考虑约束对质点运动的影响, 非自由质点只能进行约束所许可的运动。例如曲柄连杆机构中被约束的滑块只能沿导轨运动, 限制在固定曲面上的质点只能沿此曲面运动, 等等。约束对非自由质点运动的影响通过相应的约束力 N 来反映, 因此可以用约束力 N 来代替约束(解除约束原理), 但这个力要能自动调节到使质点进行该约束所许可的运动(图 14-3)。于是非自由质点的动

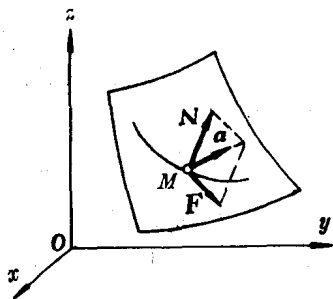


图 14-3

力学基本方程可以写成

$$ma = F + N \quad (14-5)$$

从而方程(14-2) ~ (14-4) 都要作相应的改变。

§ 14-3 质点动力学基本问题

由微分方程(14-2)可以解决自由质点动力学的两类问题。第一类问题:已知运动,求力;第二类问题:已知力,求运动。

解决第一类问题,只需根据质点的已知运动规律 $r = r(t)$, 通过导数运算,求出加速度 $\ddot{r}$, 代入式(14-1) ~ (14-4), 即得作用力 F 。

求解第二类问题,是积分过程。作用于质点的已知力,在一般情形下可能表现为时间、质点位置和速度的函数,即 $F = F(r, \dot{r}, t)$, 这样使式(14-2) ~ (14-4) 成为 $r(t)$ 的二阶微分方程。仅在少数情形下可以化成求积形式。因此第二类问题的解法往往导致数学困难。通常有两种出路:一是在可能条件下将微分方程简化为线性的,因线性微分方程有一般解法(例子见第15章);二是采用数值解法,现在由于有计算机辅助,这种方法被大量采用。尤其是,当力 F 并不能用解析形式表示,这时数值解成为唯一出路。

必须注意,在求解第二类问题时,方程的积分中要出现积分常数,为了完全确定质点的运动,必须根据运动的初始条件定出这些积分常数。

在实际问题中,物体常常受到约束的作用。对非自由质点,约束力总是待求的。有一些方法能将未知约束力从运动微分方程中消去,这样就只剩下根据已知主动力求质点运动的问题了。当然如已知非自由质点的运动,则既可求出主动力,也可求出约束力。