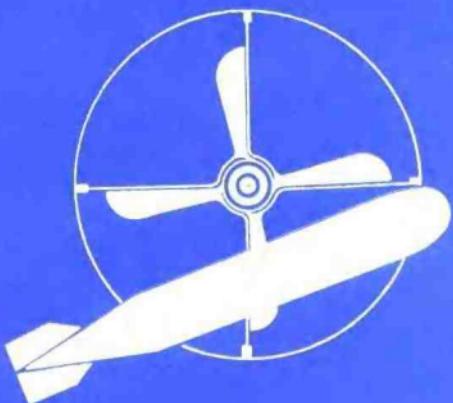


高等学校教材

# 鱼雷航行力学

詹致祥 陈景熙 主编



30·12

西北工业大学出版社

## 内 容 简 介

本书是鱼雷设计和鱼雷控制两个专业本科生的教材，除系统地介绍鱼雷航行力学基础知识，如坐标系、作用在鱼雷上的外力及力矩、动力学方程、纵向运动、横向运动、运动的稳定性、机动性、动态响应、雷-伞系统、导引弹道等内容外，对工程上实用性较强的弹道仿真也做了较为详细的介绍。此外，还对目标运动参数估值做了摘要介绍，这部分内容反映了鱼雷航行力学的新发展。

本书除作为鱼雷设计和鱼雷控制两个专业的教科书外，还可供研究所、实验室、工厂等单位的工程技术人员参考。

## 高等学校教材 鱼雷航行力学

主编 詹致祥 陈景熙

责任编辑 胡梦仙

责任校对 郭生儒

\* 西北工业大学出版社出版

(西安市友谊西路127号)

陕西省新华书店发行

西北工业大学出版社印刷厂印装

ISBN 7-5612-0207-5/0·21(课)

开本 787×1092 毫米 1/16 13.5 印张 328 千字

1990年2月第1版 1990年2月第1次印刷

印数：1—2 000 册 定价：2.73 元

## 前　　言

《鱼雷航行力学》是为鱼雷设计和鱼雷控制两个专业所编写的教材，是在鱼雷设计专业所使用的讲义（詹致祥编）和鱼雷控制专业所使用的讲义（陈景熙编）的基础上编写而成的，原讲义已在两个专业的教学中多次使用，这次编写删去了一些陈旧的内容，补充了弹道仿真（第八章）和目标运动参量估值（第九章）两章，反映了航行力学的发展，形成了一个较为完整的体系。

本书共分10章，前3章讨论鱼雷的受力，并建立了鱼雷运动方程组，这部分内容是航行力学的基础；第四章和第五章讨论运动方程组的简化，并在此基础上分析鱼雷运动的稳定性和机动性；第六章讨论导引弹道，其目的是研究鱼雷导向目标的精度；第七章讨论雷-伞系统，目的是研究空中弹道的稳定性及入水参量；第八章讨论鱼雷弹道的计算机仿真，这是实用性较强的一部分内容；第九章讨论目标运动参量估值，简要介绍了卡尔曼滤波技术及其在水下目标跟踪中的应用，这部分内容在提高制导精度及靶场测量鱼雷弹道的数据处理方面都有应用前景；第十章讨论鱼雷作为控制对象的动态特性，是制导系统设计所必须具有的知识。综观全书内容，除重视基础知识和基本方法外，还注重像弹道仿真这种实用性较强的内容，以培养学生研究分析实际工程问题的基本技能，同时本书还适当介绍了一些新技术及其在水下目标运动参量估值中的应用。

参加本书编写工作的有：詹致祥（第五、六、七、八、九章）、陈景熙（第三、八章）、李治典（第一、二、十章及附录）、范一刚（第四、八章），全书由詹致祥和陈景熙主编。本书稿经中国船舶工业总公司第七〇五研究所杨保生同志审查，提出许多宝贵意见，在此表示感谢。

本书内容不可能包括航行力学的所有方面。由于我们水平有限，不足之处希望得到指正。

编　者

1989年2月

## 目 录

<b>第一章 坐标系和运动学方程</b> .....	1
§ 1-1 坐标系的选择 .....	1
§ 1-2 坐标转换与坐标转换矩阵 .....	3
§ 1-3 几何学关系式 .....	7
§ 1-4 运动学关系式 .....	8
<b>第二章 作用在鱼雷上的流体动力和力矩</b> .....	11
§ 2-1 与位置导数有关的流体动力和力矩 .....	11
§ 2-2 与旋转导数有关的流体动力和力矩 .....	19
§ 2-3 流体惯性力和附加质量 .....	24
§ 2-4 作用在鱼雷上的其它外力 .....	27
§ 2-5 铰链力矩 .....	27
§ 2-6 流体动力和力矩小结 .....	28
<b>第三章 鱼雷运动方程组</b> .....	32
§ 3-1 动量和动量矩定理 .....	32
§ 3-2 鱼雷运动方程组 .....	35
§ 3-3 鱼雷运动方程组的简化 .....	39
<b>第四章 纵向运动及运动的稳定性</b> .....	42
§ 4-1 定常水平直线运动 .....	42
§ 4-2 运动稳定性 .....	43
§ 4-3 纵向运动方程组的线性化 .....	46
§ 4-4 雷体特性 .....	48
§ 4-5 雷体特性与动态特性的关系 .....	53
§ 4-6 扰动速度对雷体特性的影响 .....	55
§ 4-7 纵向运动的闭环稳定性 .....	57
<b>第五章 侧向运动及运动的机动性</b> .....	68
§ 5-1 过载的概念 .....	68
§ 5-2 法向过载与运动参数的关系 .....	68
§ 5-3 弹道曲率半径与法向过载的关系 .....	69
§ 5-4 鱼雷在水平面内或垂直面内运动的法向过载 .....	70
§ 5-5 需用和可用法向过载 .....	71
§ 5-6 侧向运动 .....	73

§ 5-7	侧向稳定性	73
§ 5-8	回转半径	75
§ 5-9	鱼雷的横滚	77
§ 5-10	横滚对鱼雷运动的影响	78
§ 5-11	回旋过深	82
§ 5-12	航向自持振荡	83
<b>第六章 导引弹道</b>		<b>92</b>
§ 6-1	概述	92
§ 6-2	相对运动方程	92
§ 6-3	导引方法	93
§ 6-4	追踪法	94
§ 6-5	固定提前角导引法	98
§ 6-6	平行接近法	101
§ 6-7	比例接近法	103
§ 6-8	三点法	106
§ 6-9	逐次变提前角导引法	110
<b>第七章 雷-伞系统</b>		<b>112</b>
§ 7-1	概述	112
§ 7-2	雷-伞系统的运动方程	112
§ 7-3	入水参数	114
§ 7-4	雷-伞系统的稳定性	118
<b>第八章 弹道仿真</b>		<b>120</b>
§ 8-1	鱼雷仿真概述	120
§ 8-2	导引弹道的数字仿真	122
§ 8-3	脱靶量的统计分析	127
§ 8-4	初始弹道的数字仿真	133
§ 8-5	自导指令系统的半实物仿真	138
§ 8-6	深度控制系统的半实物仿真	141
<b>第九章 运动参数估值</b>		<b>144</b>
§ 9-1	无偏最小方差估计	144
§ 9-2	卡尔曼滤波	151
§ 9-3	用卡尔曼滤波跟踪水下目标	171
<b>第十章 传递函数与动态特性</b>		<b>174</b>
§ 10-1	纵向运动参数的传递函数	174

§ 10-2 脉冲过渡函数与单位过渡函数 .....	177
§ 10-3 横舵阶跃偏转时纵向运动参数的过渡过程 .....	178
§ 10-4 频率特性 .....	182
§ 10-5 扰动速度对雷体特性的影响 .....	190
§ 10-6 纵向运动参数传递函数的简化 .....	190
§ 10-7 侧向运动参数的传递函数 .....	191
§ 10-8 直舵阶跃偏转时侧向运动参数的过渡过程 .....	193
§ 10-9 侧向运动参数的频率特性 .....	194
§ 10-10 侧向运动参数传递函数的简化 .....	195
<b>附录 .....</b>	<b>196</b>
I 数据汇集 .....	196
II 求解常微分方程组的龙格-库塔法 .....	200
III 导引弹道的数字仿真程序及半实物仿真排题结构图 .....	201
<b>主要参考文献 .....</b>	<b>207</b>

# 第一章 坐标系和运动学方程

本章将介绍以后常用到的几种坐标系和坐标变换矩阵，并建立鱼雷运动的运动学关系式。

## § 1-1 坐标系的选择

为了研究鱼雷的运动，应选用一些坐标系。一般说来，坐标系的选择是任意的，但是，如果坐标系选取得当，会给讨论问题带来方便。本书中常用到的坐标系有如下几种：地面系，雷体系，速度系和半速度系。

### 一、地面系 $ox_0y_0z_0$

该坐标系各轴与地球固连（相对于地面静止不动），这些轴简称地轴。

地面系的原点  $o$  选在地面某处，例如发射点。轴  $oy_0$  铅直向上；轴  $ox_0$  在水平面内指向任意方向，例如发射方向；轴  $oz_0$  垂直于轴  $ox_0$  和  $oy_0$ ，其方向使该坐标系成为右手系，如图 1-1 所示。鱼雷相对这一坐标系的运动就是鱼雷相对地面的运动。

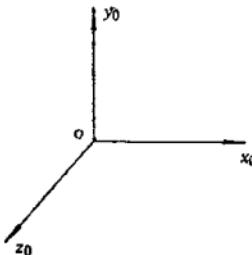


图 1-1 地面系

### 二、雷体系 $ox_1y_1z_1$

雷体系也称固连系。该坐标系各轴与鱼雷固连，也就是相对鱼雷静止不动的坐标系。这一坐标系的各轴称为固连轴。

雷体系的原点  $o$  通常选在鱼雷的浮心或重心。本书采用浮心为原点。轴  $ox_1$  沿鱼雷纵轴并指向前方；轴  $oy_1$  垂直于轴  $ox_1$  并指向上方（当鱼雷在地面上正常放置时）；轴  $oz_1$  垂直于轴  $ox_1$  和  $oy_1$ ，其方向使坐标系  $ox_1y_1z_1$  成为右手系（从雷尾向前看轴  $oz_1$  指向右侧）。如图 1-2 所示。

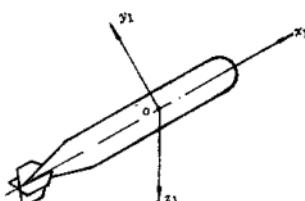


图 1-2 雷体系

$ox_1$  轴即鱼雷的纵轴， $oy_1$  轴在垂直鳍所在的平面内，称为立轴或竖轴， $oz_1$  轴在水平鳍所在的平面内，称为横轴。 $ox_1y_1$  平面称为鱼雷的纵轴对称面， $ox_1z_1$  平面称为鱼雷的横平面。通常雷体系的三个轴接近于鱼雷的主中心惯性轴。

### 三、鱼雷相对于地面系的位置的确定

研究鱼雷运动，就是研究鱼雷相对于地面系的运动，也就是研究雷体系相对于地面系的运动。

鱼雷作为一个刚体有六个自由度，雷体系相对于地面系的位置就由六个坐标来确定：雷体系坐标原点在地面系中的三个坐标  $x_0, y_0, z_0$  和雷体系与地面系之间的三个角度，即三个欧拉角。

因为在讨论两个坐标系之间的角度关系时与坐标原点的位置无关。为了确定三个欧拉角，将地面系的原点移至鱼雷的浮心，使之与雷体系的原点相重合，参阅图 1-3。

鱼雷纵轴  $ox_1$  在水平面内的投影与地轴  $ox_0$  间的夹角称为偏航角（或称航向角），用  $\psi$  表示。它是鱼雷纵轴在水平面的投影与参考航向（例如发射方向）间的夹角。

鱼雷纵轴  $ox_1$  与水平面的夹角称为俯仰角，用  $\theta$  表示。它表示鱼雷的俯仰运动。

鱼雷立轴  $oy_1$  与通过纵轴  $ox_1$  的铅垂平面间的夹角称为横滚角或横倾角，用  $\varphi$  来表示。当鱼雷水平放置时，横滚角  $\varphi$  就是垂直鳍与铅垂面之间的夹角（或水平鳍与水平面间的夹角）。

$\psi, \theta, \varphi$  就是描述鱼雷转动的三个欧拉角，也称为鱼雷的三个姿态角。它们的符号规定为：从鱼雷尾部向前看时，鱼雷纵轴偏向参考航向 ( $ox_0$ ) 的左侧  $\psi$  为正；从雷尾向前看，鱼雷顺时针滚动  $\varphi$  为正；鱼雷纵轴（雷头）偏离水平面向上  $\theta$  为正。即按右手螺旋规则。

### 四、速度系 $oxyz$

速度系的原点选在鱼雷的重心或浮心。轴  $ox$  沿鱼雷重心的速度矢量方向；轴  $oy$  垂直于轴  $ox$  并在鱼雷的纵对称面（即  $ox_1y_1$  平面）内，指向上方（鱼雷在地面正常放置时）；轴  $oz$  垂直于轴  $ox$  和  $oy$ ，其方向使  $oxyz$  构成右手系（从雷尾向前看轴  $oz$  指向右侧）。

$ox$  轴称为速度轴， $oy$  轴称为升力轴， $oz$  轴称为侧力轴。流体动力通常是在速度坐标系中给出的。

速度系相对于地面系的位置，由类似于角  $\psi, \theta$  和  $\varphi$  的三个角  $\Upsilon, \Theta$  和  $\Phi$  来确定。如果将角  $\psi, \theta, \varphi$  相应地用角  $\Upsilon, \Theta, \Phi$  来替换，雷体系  $ox_1y_1z_1$  用速度系  $oxyz$  来替换，速度系与地面系之间的关系可参阅图 1-3。角  $\Upsilon$  是鱼雷重心速度矢量  $v$  在水平面上的投影和地轴  $ox_0$  间的夹角，称为弹道偏角。弹道偏角也就是速度  $v$  在水平面上的投影与参考航向（如发射方向）间的夹角。角  $\Theta$  称为弹道倾角。它表示速度矢量偏离水平面的角度。角  $\Phi$  是升力轴  $oy$  与通过速度矢量的铅垂平面  $oxy$  间的夹角，称为倾斜角。倾斜角  $\Phi$  与横滚角  $\varphi$  是有差别的。

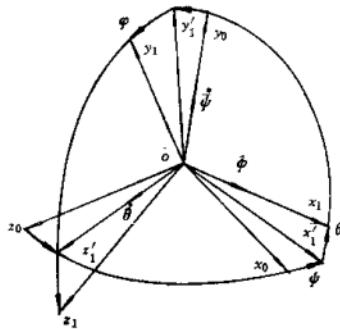


图 1-3 雷体系与地面系的相对位置

## 五、半速度系 $oxy_*z_*$

在半速度坐标系中，轴  $ox$  仍沿速度  $v$  的方向，轴  $oy_*$  永远处于铅垂面（通过速度  $v$  的铅垂面）内，而  $oz_*$  总是水平的。所以半速度系相对地面系的位置，仅由轴  $ox$  的方向，即速度  $v$  的方向来确定，也就是由角  $\psi$  和角  $\theta$  来确定。如图 1-4 所示。

不难看出，速度系相对于半速度系的位置仅由角  $\phi_e$  来确定。当  $\phi_e = 0$  时，即鱼雷纵对称面与铅垂面重合时，速度系与半速度系重合。

## 六、鱼雷相对于速度矢量的位置的确定

鱼雷相对于其重心速度矢量  $v$  的位置，由攻角和侧滑角来确定。

速度矢量 ( $ox$  轴) 与鱼雷纵对称面  $ox_1y_1$  之间的角度称为侧滑角，用  $\beta$  表示。速度矢量在鱼雷纵对称面  $ox_1y_1$  上的投影与鱼雷纵轴  $ox_1$  间的夹角称为攻角，用  $\alpha$  表示。

鱼雷相对于其速度矢量的位置即雷体系相对速度系的位置，可参阅图 1-4。只要将该图中的地面系  $ox_0y_0z_0$  换成速度系  $oxyz$ ，半速度系  $oxy_*z_*$  换成雷体系  $ox_1y_1z_1$ ，弹道偏角  $\psi$  换成侧滑角  $\beta$ ，弹道倾角  $\theta$  换成攻角  $\alpha$  即可。

先让雷体系与速度系重合，用两次转动就可以使雷体系相对于速度系转换到任意位置：先将雷体系绕  $oy$  轴（图 1-4 中的  $oy_*$  轴）转一个角度  $\beta$ ，然后再绕  $oz_1$  轴（图 1-4 中的  $oz_*$  轴）转动一个角度  $\alpha$ 。 $\alpha$  和  $\beta$  的符号由右手螺旋规则确定。

作用在鱼雷上的流体动力与力矩与  $\alpha$  和  $\beta$  有关。

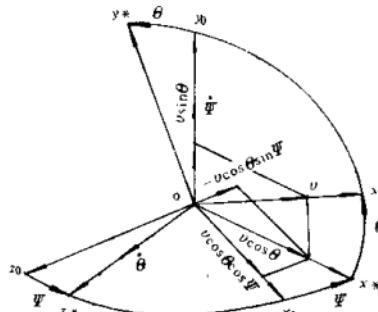


图 1-4 半速度系与地面系的相对位置

## § 1-2 坐标转换与坐标转换矩阵

在讨论鱼雷运动问题时，常常要遇到一些量在各坐标系之间相互转换，为此我们求出各坐标系之间的坐标转换矩阵。

### 一、雷体系与地面系间的坐标转换矩阵

设某矢量在雷体系中的坐标为  $(x_1, y_1, z_1)$ ，在地面系中的坐标为  $(x_0, y_0, z_0)$ ，则有

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= x_1 \cos(\alpha_0, x_1) + y_1 \cos(\alpha_0, y_1) + z_1 \cos(\alpha_0, z_1) \\ y_0 &= x_1 \cos(\beta_0, x_1) + y_1 \cos(\beta_0, y_1) + z_1 \cos(\beta_0, z_1) \\ z_0 &= x_1 \cos(\gamma_0, x_1) + y_1 \cos(\gamma_0, y_1) + z_1 \cos(\gamma_0, z_1) \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

及

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= x_0 \cos(x_1, x_0) + y_0 \cos(y_1, x_0) + z_0 \cos(z_1, x_0) \\ y_1 &= x_0 \cos(y_1, x_0) + y_0 \cos(y_1, y_0) + z_0 \cos(y_1, z_0) \\ z_1 &= x_0 \cos(z_1, x_0) + y_0 \cos(z_1, y_0) + z_0 \cos(z_1, z_0) \end{aligned} \right\} \quad (1-2)$$

将式(1-1)和(1-2)写成矩阵形式

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(x_0, x_1) & \cos(x_0, y_1) & \cos(x_0, z_1) \\ \cos(y_0, x_1) & \cos(y_0, y_1) & \cos(y_0, z_1) \\ \cos(z_0, x_1) & \cos(z_0, y_1) & \cos(z_0, z_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \quad (1-3)$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(x_1, x_0) & \cos(x_1, y_0) & \cos(x_1, z_0) \\ \cos(y_1, x_0) & \cos(y_1, y_0) & \cos(y_1, z_0) \\ \cos(z_1, x_0) & \cos(z_1, y_0) & \cos(z_1, z_0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \quad (1-4)$$

矩阵

$$C_0^1 = \begin{bmatrix} \cos(x_0, x_1) & \cos(x_0, y_1) & \cos(x_0, z_1) \\ \cos(y_0, x_1) & \cos(y_0, y_1) & \cos(y_0, z_1) \\ \cos(z_0, x_1) & \cos(z_0, y_1) & \cos(z_0, z_1) \end{bmatrix} \quad (1-5)$$

称为由坐标系  $ox_0y_0z_0$  到坐标系  $ox_1y_1z_1$  的坐标转换矩阵。而矩阵

$$C_1^0 = \begin{bmatrix} \cos(x_1, x_0) & \cos(x_1, y_0) & \cos(x_1, z_0) \\ \cos(y_1, x_0) & \cos(y_1, y_0) & \cos(y_1, z_0) \\ \cos(z_1, x_0) & \cos(z_1, y_0) & \cos(z_1, z_0) \end{bmatrix} \quad (1-6)$$

称为由坐标系  $ox_1y_1z_1$  到坐标系  $ox_0y_0z_0$  的坐标转换矩阵。坐标转换矩阵的元素，表示两坐标系各坐标轴之间夹角的余弦，称为方向余弦。

由式(1-5)及(1-6)看出  $C_0^1$  和  $C_1^0$  互为转置矩阵

$$C_0^1 = [C_1^0]^T \quad (1-7)$$

为了确定坐标转换矩阵  $C_1^0$  及  $C_0^1$ ，可参阅图 1-3。由于姿态角可以看作是由三次旋转形成的，从地面系到雷体系的坐标转换，可由以下三次旋转坐标变换形成，即

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi & 0 & -\sin\psi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\psi & 0 & \cos\psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \quad (1-8)$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0' \\ y_0' \\ z_0' \end{bmatrix} \quad (1-9)$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & \sin\varphi \\ 0 & -\sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0' \\ y_0' \\ z_0' \end{bmatrix} \quad (1-10)$$

用如下符号表示上式中的三个矩阵

$$C_1(\psi) = \begin{bmatrix} \cos\psi & 0 & -\sin\psi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\psi & 0 & \cos\psi \end{bmatrix} \quad (1-11)$$

$$C_3(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1-12)$$

$$C_1(\varphi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & \sin\varphi \\ 0 & -\sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix} \quad (1-13)$$

上述三个矩阵称为基本旋转矩阵。矩阵符号的下标表示雷体转轴按  $x, y, z$  顺序的编号，同时指出矩阵元素“1”所在的位置，括号中的姿态角表示旋转的角度。

由式(1-11), (1-12), (1-13)可得坐标转换矩阵

$$C_1^0 = C_1(\varphi)C_3(\theta)C_2(\psi) \quad (1-14)$$

矩阵展开后得到从地而系到雷体系的坐标转换矩阵

$$C_1^0 = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\psi & \sin\theta & -\cos\theta\sin\psi \\ -\sin\theta\cos\psi\cos\varphi + \sin\psi\sin\varphi & \cos\theta\cos\varphi & \sin\theta\sin\psi\cos\varphi + \cos\psi\sin\varphi \\ \sin\theta\cos\psi\sin\varphi + \sin\psi\cos\varphi & -\cos\theta\sin\varphi & -\sin\theta\sin\psi\sin\varphi + \cos\psi\cos\varphi \end{bmatrix} \quad (1-15)$$

从雷体系到地面系的坐标转换矩阵  $C_0^1$  则是上述矩阵的转置矩阵

$$C_0^1 = \begin{bmatrix} \cos\psi\cos\theta & \sin\psi\sin\theta - \cos\psi\sin\theta\cos\varphi & \sin\psi\cos\varphi + \cos\psi\sin\theta\sin\varphi \\ \sin\theta & \cos\theta\cos\varphi & -\cos\theta\sin\varphi \\ -\sin\psi\cos\theta & \cos\psi\sin\theta + \sin\psi\sin\theta\cos\varphi & \cos\psi\cos\varphi - \sin\psi\sin\theta\sin\varphi \end{bmatrix} \quad (1-16)$$

## 二、速度系与地面系间的坐标转换矩阵

由于速度系与地面系间的几何关系和雷体系与地面系间的几何关系是一样的，所以，将矩阵  $C_1^0$  和矩阵  $C_0^1$  中的三个姿态角  $\psi, \theta, \varphi$  相应地换成弹道偏角  $\Psi$ ，弹道倾角  $\Theta$  和倾斜角  $\Phi_e$ ，就得到速度系与地面系之间的坐标转换矩阵

$$C_0^v = [C_0^v]^T$$

$$= \begin{bmatrix} \cos\Psi\cos\Theta & \sin\Psi\sin\Phi_e - \cos\Psi\sin\Theta\cos\Phi_e & \sin\Psi\cos\Phi_e + \cos\Psi\sin\Theta\sin\Phi_e \\ \sin\Theta & \cos\Theta\cos\Phi_e & -\cos\Theta\sin\Phi_e \\ -\sin\Psi\cos\Theta & \cos\Psi\sin\Phi_e + \sin\Psi\sin\Theta\cos\Phi_e & \cos\Psi\cos\Phi_e - \sin\Psi\sin\Theta\sin\Phi_e \end{bmatrix} \quad (1-17)$$

## 三、半速度系与地面系间的坐标转换矩阵

在速度系中令倾斜角  $\Phi_e = 0$ ，就得到半速度系。因此半速度系与地面系之间的坐标转换矩阵很容易求出，只要使矩阵  $C_0^v$  及矩阵  $C_0^v$  各元素中的  $\Phi_e = 0$  即可

$$C_0^* = \begin{bmatrix} \cos\psi \cos\theta & -\cos\psi \sin\theta & \sin\psi \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ -\sin\psi \cos\theta & \sin\psi \sin\theta & \cos\psi \end{bmatrix} \quad (1-18)$$

$$C_*^0 = [C_0^*]^\tau = \begin{bmatrix} \cos\psi \cos\theta & \sin\theta & -\sin\psi \cos\theta \\ -\cos\psi \sin\theta & \cos\theta & \sin\psi \sin\theta \\ \sin\psi & 0 & \cos\psi \end{bmatrix} \quad (1-19)$$

因此，半速度系与地面系之间的坐标转换关系为

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = C_0^* \begin{bmatrix} x \\ y_* \\ z_* \end{bmatrix} \quad (1-20)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y_* \\ z_* \end{bmatrix} = C_*^0 \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \quad (1-21)$$

#### 四、半速度系与速度系间的坐标转换矩阵

半速度系与速度系仅差一个角度  $\phi_c$ ，所以半速度系与速度系间的坐标转换矩阵很容易求出

$$C_v^* = [C_*^0]^\tau = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi_c & -\sin\phi_c \\ 0 & \sin\phi_c & \cos\phi_c \end{bmatrix} \quad (1-22)$$

#### 五、雷体系与速度系间的坐标转换矩阵

雷体系相对于速度系的位置是由攻角  $\alpha$  和侧滑角  $\beta$  来确定的， $\beta$  是雷体系统  $oy$  轴转动形成的角度， $\alpha$  是雷体系统  $oz_1$  轴转动形成的角度。前已述及，速度系与雷体系的几何关系和图 1-4 中地面系与半速度系的几何关系是一样的，只要将其中的地面系换成速度系，半速度系换成雷体系，弹道偏角  $\psi$  换成侧滑角  $\beta$ ，弹道倾角  $\Theta$  换成攻角  $\alpha$  即可。于是，由式(1-18)和(1-19)得到雷体系与速度系间的坐标转换矩阵为

$$C_v^1 = \begin{bmatrix} \cos\beta \cos\alpha & -\cos\beta \sin\alpha & \sin\beta \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ -\sin\beta \cos\alpha & \sin\beta \sin\alpha & \cos\beta \end{bmatrix} \quad (1-23)$$

$$C_i^v = [C_v^1]^\tau = \begin{bmatrix} \cos\beta \cos\alpha & \sin\alpha & -\sin\beta \cos\alpha \\ -\cos\beta \sin\alpha & \cos\alpha & \sin\beta \sin\alpha \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta \end{bmatrix} \quad (1-24)$$

从而得到雷体系与速度系之间的坐标转换关系为

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = C_v^1 \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \quad (1-25)$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = C_1^v \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (1-26)$$

### § 1-3 几何学关系式

各坐标系之间的关系如图 1-5 所示，雷体系相对速度系的位置是用角  $\alpha$  和  $\beta$  确定的，雷体系相对地而系的位置是由角  $\psi$ 、 $\theta$  和  $\varphi$  确定的，从而速度系相对地面系的位置可以由角  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\psi$ 、 $\theta$  和  $\varphi$  来确定。而速度系相对地面系的位置是用角  $\psi$ 、 $\theta$  和  $\phi_e$  来确定的，因此角  $\psi$ 、 $\theta$ 、 $\phi_e$  不是独立的，它们可以用角度  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\psi$ 、 $\theta$ 、 $\varphi$  来表示。

由式(1-16)和(1-24)知，地面系与雷体系、雷体系与速变系之间的坐标转换关系为

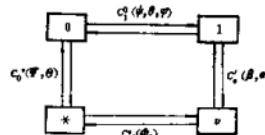


图 1-5 坐标变换关系

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = C_0^v \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \quad (1-27)$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = C_1^v \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (1-28)$$

将式(1-28)代入式(1-27)得

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = C_0^v C_1^v \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (1-29)$$

上式表明，矩阵  $C_0^v C_1^v$  就是由速度系到地面系的坐标转换矩阵，从而得到

$$C_0^v = C_0^v C_1^v \quad (1-30)$$

分别将式(1-17)，(1-16)和(1-24)代入式(1-30)可得

$$\left. \begin{aligned} \sin \Theta &= \sin \theta \cos \alpha \cos \beta - \cos \theta \cos \varphi \sin \alpha \cos \beta - \cos \theta \sin \varphi \sin \beta \\ \sin \psi \cos \Theta &= \sin \psi \cos \theta \cos \alpha \cos \beta + \cos \psi \sin \varphi \sin \alpha \cos \beta \\ &\quad + \sin \psi \sin \theta \cos \varphi \sin \alpha \cos \beta - \cos \psi \cos \varphi \sin \beta \\ &\quad + \sin \psi \sin \theta \sin \varphi \sin \beta \\ \sin \phi_e \cos \Theta &= \sin \theta \cos \alpha \sin \beta - \cos \theta \cos \varphi \sin \alpha \sin \beta \\ &\quad + \cos \theta \sin \varphi \cos \beta \end{aligned} \right\} \quad (1-31)$$

利用上式，我们来看一下某些特殊情形：

如果鱼雷的运动是在铅垂面内进行，并且没有横滚( $\varphi = 0$ )，这时，侧滑角 $\beta = 0$ 。由式(1-31)的第一式得

$$\Theta = \theta - \alpha \quad (1-32)$$

如图1-6所示。

如果鱼雷的运动是在水平面内进行，并且没有横滚( $\varphi = 0$ )，这时，弹道倾角 $\Theta = 0$ ，并且俯仰角 $\theta$ 和攻角 $\alpha$ 很小，可令

$$\cos \theta = \cos \alpha = 1$$

$$\sin \theta = \sin \alpha = 0$$

由式(1-31)的第二式得

$$\psi = \psi - \beta \quad (1-33)$$

如图1-7所示。

如果鱼雷的攻角 $\alpha$ 和侧滑角 $\beta$ 很小(在鱼雷运动过程中 $\alpha$ 和 $\beta$ 通常总是不大的)，且若弹道倾角 $\Theta$ 和俯仰角 $\theta$ 也不大时，由式(1-31)的第三式得

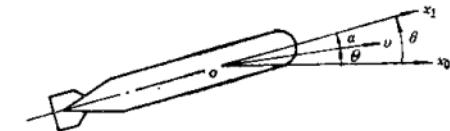


图 1-6 鱼雷在铅垂面内运动

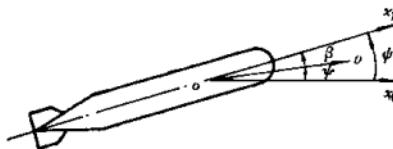


图 1-7 鱼雷在水平面内运动

$$\phi_e = \varphi \quad (1-34)$$

## § 1-4 运动学关系式

利用前几节的知识，在这一节里我们建立一些运动学关系式，这些关系式是常常要用到的。

### 一、鱼雷重心运动的运动学方程

以地面系为参考系时鱼雷重心的运动学方程十分简单，只需将鱼雷重心的速度矢量 $v$ 投影到地面系的三个轴上。速度矢量在地面系中的位置是由弹道偏角 $\psi$ 和弹道倾角 $\Theta$ 来确定的，所以，可以利用半速度系和地面系间的坐标转换矩阵 $C_0^*$ 求出速度 $v$ 在地面系中的投影。

速度 $v$ 在半速度系三个轴上的分量 $(v_x, 0, 0)^T$ 。如果用 $v_{x0}$ ， $v_{y0}$ 和 $v_{z0}$ 分别表示速度 $v$ 在地面系三个轴上的分量，则有

$$\begin{bmatrix} v_{x0} \\ v_{y0} \\ v_{z0} \end{bmatrix} = C_0^* \begin{bmatrix} v \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \Theta & -\cos \psi \sin \Theta & \sin \psi \\ \sin \Theta & \cos \Theta & 0 \\ -\sin \psi \cos \Theta & \sin \psi \sin \Theta & \cos \psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1-35)$$

得

$$\left. \begin{aligned} v_{x0} &= \frac{dx_0}{dt} = v \cos \psi \cos \Theta \\ v_{y0} &= \frac{dy_0}{dt} = v \sin \Theta \\ v_{z0} &= \frac{dz_0}{dt} = -v \sin \psi \cos \Theta \end{aligned} \right\} \quad (1-36)$$

将上式积分，就得到鱼雷重心在地面上的运动轨迹，即鱼雷的弹道。

## 二、鱼雷转动的运动学方程

前面已经讲过，鱼雷的转动是由三个姿态角来描述的：偏航角 $\psi$ ，俯仰角 $\theta$ 和横滚角 $\varphi$ 。所以鱼雷的角速度矢量等于

$$\omega = \frac{d\psi}{dt} + \frac{d\theta}{dt} + \frac{d\varphi}{dt} \quad (1-37)$$

以后常常要用到角速度 $\omega$ 在雷体系中的投影，在这里我们求出角速度 $\omega$ 在雷体系中的投影矩阵。

为了推导上述矩阵，需要知道角速度 $d\psi/dt$ ， $d\theta/dt$ 和 $d\varphi/dt$ 的方向。参阅图1-3，先令雷体系 $ox_1y_1z_1$ 与地面系 $ox_0y_0z_0$ 重合，然后使雷体系相对地面系转动。

先将 $ox_1y_1z_1$ 绕 $oy_0$ 轴反时针转动一次，这时轴 $ox_1$ 和 $oz_1$ 均转动角 $\psi$ ( $\psi>0$ )，轴 $ox_1$ 处于 $ox_1'$ 的位置， $oz_1$ 处于 $oz_1'$ 的位置，相对于这个转动的角速度矢量 $d\psi/dt$ 沿 $oy_0$ 轴方向。

绕轴 $oz_1'$ 反时针方向作第二次转动。这时雷体轴 $ox_1$ 和 $oy_1$ 转过了角 $\theta$ ( $\theta>0$ )，轴 $oy_1$ 处于轴 $oy_1'$ 的位置，相应于这次转动的角速度矢量 $d\theta/dt$ 沿轴 $oz_1'$ 方向。

绕轴 $ox_1$ 反时针方向作第三次转动。这时雷体轴 $oy_1$ 和 $oz_1$ 转过了角 $\varphi$ ( $\varphi>0$ )，并到达它们的最终位置，相应于这次转动的角速度矢量 $d\varphi/dt$ 沿轴 $ox_1$ 方向。

知道角速度 $d\psi/dt$ ， $d\theta/dt$ 和 $d\varphi/dt$ 的方向之后，就可以确定速度 $\omega$ 在雷体系中的投影矩阵。为此，参阅图1-3，我们选择 $ox_1'y_1'z_1'$ 作为中间坐标系。则有

$$C_1^{\dot{\omega}} = C_1^{1'} C_1^{\dot{\omega}'} \quad (1-38)$$

参阅图1-3可知

$$C_1^{1'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & \sin\varphi \\ 0 & -\sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix} \quad (1-39)$$

$$C_1^{\dot{\omega}'} = \begin{bmatrix} \sin\theta & 0 & 1 \\ \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (1-40)$$

将上式代入式(1-38)，得到投影矩阵为

$$C_1^{\dot{\omega}} = \begin{bmatrix} \sin\theta & 0 & 1 \\ \cos\theta \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\cos\theta \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \end{bmatrix} \quad (1-41)$$

于是得到鱼雷角速度在雷体系中的投影

$$\begin{bmatrix} \omega_{x1} \\ \omega_{y1} \\ \omega_{z1} \end{bmatrix} = C_1^{\dot{\omega}} \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} \quad (1-42)$$

上式中 $\omega_{x1}$ ， $\omega_{y1}$ ， $\omega_{z1}$ ，分别是鱼雷角速度在雷体系三个轴上的投影。

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\theta & 0 & 1 \\ \cos\theta\cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\cos\theta\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix}$$

或者写成

$$\left. \begin{aligned} \omega_x &= \frac{d\varphi}{dt} + \frac{d\psi}{dt} \sin\theta \\ \omega_y &= \frac{d\psi}{dt} \cos\theta \cos\varphi + \frac{d\theta}{dt} \sin\varphi \\ \omega_z &= \frac{d\theta}{dt} \cos\varphi - \frac{d\psi}{dt} \cos\theta \sin\varphi \end{aligned} \right\} \quad (1-43)$$

## 第二章 作用在鱼雷上的流体动力和力矩

为了建立鱼雷运动方程，分析鱼雷的运动，就必须知道作用在鱼雷上的力和力矩。作用在鱼雷上的流体动力和力矩可参阅鱼雷流体力学方面的书籍，这一章仅对鱼雷流体力学中讨论过的内容作一个总结和概括。

### § 2-1 与位置导数有关的流体动力和力矩

#### 一、阻力

阻力与鱼雷运动方向（鱼雷重心速度方向）相反，即沿速度系 $ox$ 轴的反方向。通常用无因次系数表示

$$X = c_s \frac{1}{2} \rho v^2 s \quad (2-1)$$

式中  $c_s$ ——阻力系数；

$\rho$ ——海水密度；

$v$ ——鱼雷重心的速度；

$s$ ——鱼雷最大横截面积；

$\frac{1}{2} \rho v^2$ ——流体动压力，有时用 $q$ 表示， $q = \frac{1}{2} \rho v^2$ 。

阻力系数可以用鱼雷最大横截面积作为特征面积，也可以用粘湿表面积 $\Omega$ 作为特征面积，可按下式进行换算

$$c_s(\Omega) = c_s(s) \frac{s}{\Omega}$$

式中  $c_s(s)$ ——以最大横截面积 $s$ 作为特征面积的阻力系数；

$c_s(\Omega)$ ——以粘湿表面积 $\Omega$ 作为特征面积的阻力系数。

对于一条外形已确定的鱼雷，阻力系数 $c_s$ 主要取决于攻角 $\alpha$ 和侧滑角 $\beta$ ，如图 2-1 所示。

由图 2-1，阻力系数 $c_s$ 和攻角 $\alpha$ 的关系可近似写成

$$c_s = c_{s0} + A\alpha^2$$

式中  $c_{s0} = c_s(0, 0)$  表示攻角 $\alpha$ 和侧滑角 $\beta$ 为零时的阻力系数； $A$  为比例常数； $A\alpha^2$  是诱导阻力。

由于鱼雷的轴对称性，阻力系数 $c_s$ 与侧滑角 $\beta$ 的关系类同于它与攻角 $\alpha$ 的关系。

对于鱼雷航行的多数情况， $\alpha$  和  $\beta$  总是很小的，一般在几度范围以内，因此诱导阻力很小，常常将它略去

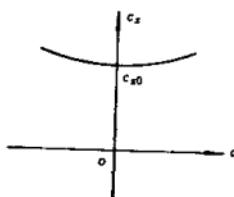


图 2-1 阻力系数曲线