

中学教师进修高等师范专科
数学教育专业教材

数学分析

二十省市教育学院
数学分析编写组

编

数学分析
数学分析
数学分析
数学分析

数学分析
数学分析

清华大学出版社

中学教师进修高等师范专科数学教育专业教材

数 学 分 析

二十省市教育学院数学分析编写组 编

清华大学出版社

(京)新登字 158 号

内 容 简 介

本书由湖南教育学院、北京教育学院、四川教育学院等 20 所教育学院的数学教师共同编写,内容符合国家教委师范教育司 1991 年制定的中学教师进修师范专科数学教育专业“数学分析”教学大纲要求,可作为中学教师进修师范专科及成人自学考试的基本教材。

本教材根据成人教育的特点,力求叙述清楚,论证严谨,并配有丰富的典型例题及一定数量、难度适中的习题,便于自学。教材中特别注意联系中学数学教学的相关内容,以供中学数学教师参考。

本教材适用于参加成人师专、成人数学自学考试、电大考试的有关人员,也可作为有关院校师生的教学参考书。

中学教师进修高等师范专科数学教育专业教材

数 学 分 析

二十省市教育学院数学分析编写组 编

☆

清华大学出版社

北京 清华园

清华大学印刷厂印刷

新华书店总店科技发行所发行

☆

开本:787×1092 1/32 印张:23.125 字数:518 千字

1993 年 6 月第 1 版 1993 年 6 月第 1 次印刷

印数:00001—10000

ISBN7-302-01293-8/O·143

定价:13.00 元

前 言

本教材按照国家教委师范教育司 1991 年所制定的中学教师进修师范专科数学教育专业“数学分析”教学大纲编写。可作为成人师专,成人数学自学考试“数学分析”教材,也可作为师范专科数学专业及电大、工科院校学习高等数学的参考书。

本教材根据成人教育的特点,力求叙述清楚,论证严谨,并配有丰富的典型例题及一定数量难度适中的习题,便于自学。由于读者多为中学教师,因此特别注意在教材中联系中学数学的相关内容。

参加本书编写的老师,在集体讨论的基础上分章编写,然后分片统稿,最后由湖南教育学院数学系定稿。本书主编 刘慧敏 陈文虎,副主编 田志仁。具体执笔人如下:

- 第 1 章 邓 夏 (广东湛江教育学院)
- 第 2 章 宁莹璋 (辽宁阜新师专)
- 郭 愚 (湖南教育学院)
- 第 3 章 陈圣济 (湖南郴州教育学院)
- 第 4 章 贾维剑 (湖南吉首教育学院)
- 第 5 章 任 良 (湖南长沙教育学院)
- 第 6 章 伍春兰 袁素芳 (北京教育学院)
- 第 7 章 何怡生 邓文虹 (北京教育学院)
- 第 8 章 田志仁 (辽宁教育学院)

- 第9章 宁莹璋 仇惠玲 (江苏教育学院)
第10章 何斌吾 丁卓平 (湖南岳阳教育学院)
第11章 卢冠军 (杭州教育学院)
第12章 杨又芬 (河南教育学院)
第13章 卜昭棟 (青海教育学院)
杨玉珍 (湖南常德教育学院)
第14章 康美成 (甘肃教育学院)
第15章 李西和 (四川教育学院)
第16章 高树德 (陕西教育学院)
第17章 崔勇
第18章 李光华 (怀化师专)

分片统稿人如下

- 第1章—第5章 何斌吾
第6章—第7章 何怡生
第8章—第10章 田志仁
第11章—第13章 杨又芬
第14章—第16章 李西和
第17章—第18章 刘慧敏

该书在审定过程中,对原稿作了一些修改,特别是对超出大纲的部分内容作了删节.

由于编者水平有限,错误与不足之处在所难免,恳请读者批评指正.

编者 1993年2月

目 录

第1章 函数	(1)
1.1 函数	(1)
1.1.1 实数与区间	(1)
1.1.2 函数概念	(3)
1.1.3 函数的表示法	(7)
练习题 1.1	(11)
1.2 几类特殊的函数	(12)
1.2.1 有界函数与无界函数	(13)
1.2.2 单调函数	(16)
1.2.3 奇函数与偶函数	(19)
1.2.4 周期函数	(22)
练习题 1.2	(24)
1.3 函数的运算	(25)
1.3.1 函数的四则运算	(25)
1.3.2 复合函数	(27)
1.3.3 反函数	(28)
练习题 1.3	(33)
1.4 初等函数	(34)
1.4.1 基本初等函数	(35)
1.4.2 初等函数	(38)
练习题 1.4	(40)
习题 1	(40)

第 2 章 极限	(42)
2.1 数列的极限	(42)
2.1.1 数列	(42)
2.1.2 数列 $\left\{ \frac{n+1}{n} \right\}$ 的极限	(43)
2.1.3 数列的极限	(45)
2.1.4 例题	(47)
练习题 2.1	(51)
2.2 收敛数列	(52)
2.2.1 收敛数列的性质	(52)
2.2.2 收敛数列的四则运算	(54)
2.2.3 数列收敛的判别法	(59)
2.2.4 数 e	(64)
2.2.5 例题	(66)
2.2.6 子数列	(68)
练习题 2.2	(70)
2.3 函数极限的概念	(71)
2.3.1 函数在一点的极限	(72)
2.3.2 左、右极限	(76)
2.3.3 函数在无穷远处的极限	(78)
练习题 2.3	(84)
2.4 函数极限的定理	(85)
2.4.1 函数极限的性质定理	(85)
练习题 2.4	(90)
2.5 两个重要极限	(90)
2.5.1 介绍两个常用的不等式	(90)
2.5.2 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$	(91)

2.5.3	$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$	(91)
2.5.4	待定型极限	(93)
2.5.5	例题	(93)
	练习题 2.5	(94)
2.6	无穷小量与无穷大量	(95)
2.6.1	关于无穷小量与无穷大量的定义及相互间的关系	(95)
2.6.2	关于无穷小量与无穷大量的性质	(97)
2.6.3	关于无穷小量的比较、无穷大量的比较	(99)
2.6.4	例题	(101)
	练习题 2.6	(102)
	习题 2	(102)
第 3 章	连续函数	(104)
3.1	连续函数	(104)
3.1.1	连续函数的概念	(104)
3.1.2	不连续点及其分类	(108)
	练习题 3.1	(110)
3.2	连续函数的性质	(111)
3.2.1	函数在一点连续的性质	(111)
3.2.2	在闭区间上连续函数的性质	(113)
	练习题 3.2	(117)
3.3	初等函数的连续性	(119)
3.3.1	反函数的连续性	(119)
3.3.2	初等函数的连续性	(120)
	练习题 3.3	(122)
	习题 3	(123)

第 4 章 实数的连续性	(124)
4.1 实数连续性定理	(125)
4.1.1 闭区间套定理	(125)
4.1.2 确界定理	(126)
4.1.3 聚点定理	(131)
4.1.4 有限覆盖定理	(134)
4.1.5 柯西收敛准则	(136)
练习题 4.1	(139)
4.2 闭区间上连续函数性质的证明	(140)
4.2.1 有界性定理	(140)
4.2.2 最大与最小值定理	(142)
4.2.3 介值定理	(143)
4.2.4 一致连续性定理	(145)
练习题 4.2	(146)
习题 4	(147)
第 5 章 导数与微分	(148)
5.1 导数	(148)
5.1.1 导数的引进	(148)
5.1.2 导数的定义	(150)
5.1.3 例题	(153)
练习题 5.1	(156)
5.2 求导法则	(157)
5.2.1 导数的四则运算	(157)
5.2.2 反函数求导法则	(161)
5.2.3 复合函数求导法则	(163)
5.2.4 初等函数的导数	(165)

5.2.5	隐函数求导法	(167)
5.2.6	参数方程求导法	(170)
	练习题 5.2	(172)
5.3	微分	(174)
5.3.1	微分概念	(174)
5.3.2	导数与微分	(175)
5.3.3	微分的运算法则与公式	(177)
5.3.4	微分的几何意义	(178)
5.3.5	微分在近似计算中的应用	(178)
	练习题 5.3	(180)
5.4	高阶导数与高阶微分	(181)
5.4.1	高阶导数及其运算法则	(181)
5.4.2	莱布尼兹公式	(183)
5.4.3	高阶微分	(185)
	练习题 5.4	(187)
	习题 5	(187)
第 6 章	微分学中值定理和泰勒公式	(189)
6.1	中值定理	(189)
6.1.1	费尔马 ^① 引理	(189)
6.1.2	中值定理	(191)
	习题 6.1	(206)
6.2	泰勒公式	(208)
6.2.1	泰勒公式	(208)
6.2.2	泰勒公式的余项	(213)
6.2.3	几个常用的初等函数的马克劳林展开式	(216)
	练习题 6.2	(220)

习题 6	(220)
第 7 章 导数的应用	(222)
7.1 洛比达法则	(222)
7.1.1 $0/0$ 型	(223)
7.1.2 ∞/∞ 型	(228)
7.1.3 其它待定型	(229)
练习题 7.1	(236)
7.2 函数的单调性	(236)
练习题 7.2	(244)
7.3 函数的极值	(244)
练习题 7.3	(258)
7.4 函数作图	(259)
7.4.1 函数的凹凸性及拐点	(260)
7.4.2 曲线的渐近线	(268)
7.4.3 描绘函数图像	(273)
练习题 7.4	(281)
习题 7	(282)
第 8 章 不定积分	(284)
8.1 不定积分的概念和性质	(285)
8.1.1 原函数与不定积分的概念	(285)
8.1.2 不定积分的性质	(288)
8.1.3 基本积分表	(290)
练习题 8.1	(293)
8.2 换元积分法	(294)
8.2.1 第一换元法(凑微分法)	(295)
8.2.2 第二换元法(作代换法)	(305)
练习题 8.2	(310)

8.3	分部积分法	(312)
	练习题 8.3	(319)
8.4	有理函数的不定积分	(320)
	8.4.1 有理真分式的分解	(321)
	8.4.2 真分式的积分法	(325)
	8.4.3 有理函数的不定积分	(327)
	练习题 8.4	(331)
8.5	三角函数有理式的积分	(332)
	8.5.1 万能代换	(332)
	8.5.2 特殊的变量替换	(335)
	8.5.3 利用三角恒等式或其它简便方法	(336)
	练习题 8.5	(337)
	习题 8	(337)
第 9 章	定积分	(340)
9.1	定积分的概念	(340)
	9.1.1 两个实例	(340)
	9.1.2 定积分的定义	(343)
	9.1.3 定积分的几何意义	(346)
	练习题 9.1	(347)
9.2	定积分的存在性条件	(348)
	9.2.1 可积的必要条件	(348)
	9.2.2 小和与大和	(350)
	9.2.3 可积准则	(354)
	9.2.4 三类可积函数	(357)
	练习题 9.2	(359)
9.3	定积分的性质	(360)
	练习题 9.3	(369)

9.4 定积分的计算	(369)
9.4.1 积分上限函数	(369)
9.4.2 定积分的基本公式	(372)
9.4.3 定积分的变量替换法	(374)
9.4.4 定积分的分部积分法	(378)
练习题 9.4	(380)
习题 9	(381)
第 10 章 定积分的应用	(384)
10.1 微元法	(384)
练习题 10.1	(386)
10.2 定积分在几何上的应用	(387)
10.2.1 平面图形的面积	(387)
10.2.2 平面曲线的弧长	(393)
10.2.3 利用截面面积计算立体体积	(396)
10.2.4 旋转体的体积	(398)
10.2.5 旋转体的侧面积	(400)
练习题 10.2	(401)
10.3 定积分在物理上的应用	(402)
10.3.1 液体的压力	(402)
10.3.2 变力作功	(404)
10.3.3 非均匀曲线的质量	(405)
练习题 10.3	(406)
10.4 定积分的近似计算	(407)
10.4.1 梯形法	(407)
10.4.2 抛物线法	(409)
练习题 10.4	(412)

习题 10	(413)
第 11 章 数项级数	(414)
11.1 级数的收敛性及其性质	(414)
11.1.1 级数的收敛与发散	(414)
11.1.2 收敛级数的性质	(421)
练习题 11.1	(428)
11.2 正项级数	(429)
11.2.1 正项级数敛散性判别的基本定理	(429)
11.2.2 正项级数的比较判别法	(433)
11.2.3 根式判别法与比式判别法	(437)
练习题 11.2	(444)
11.3 变号级数	(445)
11.3.1 交错级数	(446)
11.3.2 绝对收敛级数与条件收敛级数	(450)
练习题 11.3	(452)
习题 11	(453)
第 12 章 函数项级数	(456)
12.1 函数级数的一致收敛	(456)
12.1.1 函数级数的概念	(456)
12.1.2 一致收敛概念	(457)
12.1.3 一致收敛的判别法	(461)
练习题 12.1	(464)
12.2 一致收敛函数级数的分析性质	(464)
练习题 12.2	(473)
12.3 极限函数的分析性质	(473)
练习题 12.3	(476)
习题 12	(476)

第 13 章 幂级数	(478)
13.1 幂级数的收敛域	(478)
13.1.1 幂级数	(478)
13.1.2 幂级数的收敛性	(479)
练习题 13.1	(484)
13.2 幂级数的性质	(485)
13.2.1 一致收敛性	(485)
13.2.2 幂级数的运算性质	(486)
练习题 13.2	(492)
13.3 函数的幂级数展开式	(493)
13.3.1 泰勒级数	(493)
13.3.2 初等函数的幂级数展开式	(499)
练习题 13.3	(506)
13.4 幂级数在近似计算上的应用	(507)
13.4.1 一些数值计算	(507)
13.4.2 对数计算及其造表原理	(511)
13.4.3 三角函数的计算及其造表原理	(514)
练习题 13.4	(517)
习题 13	(518)
第 14 章 广义积分	(520)
14.1 无穷积分	(520)
14.1.1 无穷积分收敛与发散的概念	(520)
14.1.2 无穷积分的基本性质	(523)
14.1.3 无穷积分与数值级数的关系	(526)
14.1.4 无穷积分的收敛判别法	(528)
练习题 14.1	(533)
14.2 瑕积分	(534)

14.2.1	瑕积分收敛与发散的概念	(534)
14.2.2	瑕积分的收敛判别法	(538)
	练习题 4.2	(541)
14.3	Γ 函数简介	(541)
	习题 14	(543)
第 15 章	多元函数微分学	(545)
15.1	平面点集	(545)
15.1.1	平面及其子集	(545)
15.1.2	邻域及有关概念	(546)
	练习题 15.1	(549)
15.2	二元函数概念	(549)
15.2.1	二元函数的定义	(549)
15.2.2	二元函数的定义域	(550)
	练习题 15.2	(552)
15.3	二元函数的极限与连续性	(553)
15.3.1	二重极限	(553)
15.3.2	累次极限	(557)
15.3.3	二元函数的连续性	(559)
15.3.4	在有界闭区域上二元连续函数的特性	(561)
	练习题 15.3	(562)
15.4	二元函数的偏导数与全微分	(564)
15.4.1	偏导数的概念	(564)
15.4.2	全微分的概念	(566)
15.4.3	复合函数的偏导数	(570)
15.4.4	一阶全微分的形式不变性	(573)
	练习题 15.4	(574)

15.5	隐函数及其求导	(575)
15.5.1	隐函数及其求导	(575)
15.5.2	隐函数存在定理	(577)
	练习题 15.5	(580)
15.6	n 元函数微分学的有关问题简介	(580)
15.6.1	n 维空间中的点集	(580)
15.6.2	n 元函数及其极限与连续	(581)
15.6.3	n 元函数的偏导数与全微分	(583)
15.6.4	n 元复合函数及隐函数求导	(584)
	练习题 15.6	(587)
	习题 15	(588)
第 16 章	二重积分	(590)
16.1	二重积分的概念	(590)
16.1.1	两个实际问题	(590)
16.1.2	二重积分的定义	(593)
16.1.3	二元函数可积的充分条件	(595)
16.1.4	二重积分的性质	(596)
	练习题 16.1	(599)
16.2	二重积分的计算	(600)
16.2.1	化二重积分为累次积分	(600)
16.2.2	用极坐标计算二重积分	(609)
	练习题 16.2	(613)
16.3	二重积分的应用	(615)
16.3.1	空间立体图形的体积	(615)
16.3.2	平面图形的面积	(618)
	练习题 16.3	(619)