财经高等专科学校系列教材

经济应用数学

〈微积分〉

主　编　刘国冲　鲁恒元

延边大学出版社

前　言

为了进一步加强数学基础课教学，适应课程体系改革和课程建设的需要，体现"必需、够用"的指导思想，突出专科基础课教学特点，我们编写了这部"经济应用数学"。

〈微积分〉分册适宜 72 学时型，并兼顾自考使用，教材特点之一，是加强基础知识，开发学生智力。教材是教和学的纲领，也是教和学的重要依据，教材写的好能使教者满意，学生感兴趣。本教材中提出的法则、公式、定理等凡属本教材知识范围内的，都进行认真推敲、严格论证，力求通俗易懂。有些证明方法和解题方法是由作者本人给出的，旨在使学生掌握知识的来龙去脉，克服只知算题，不知算理，题目稍一变化就束手无策，用一句很有说服力的医学语言就是"只会抓药，不会开方"的现象。只有加强基础知识，基本理论训练，才能使学生既会算题，也知算理，既懂理论，又能实践。

教材特点之二是贴近学生，注重实用。本教材将知识与例题融为一体，在编写时考虑了学生的实际基础和可接受性，将不易接受的难点进行分解转化处理，力争做到删繁就简，化难为易，有些内容给读者留一点思考空间。在习题的选择上增加了标准化习题，以加强对学生耐心细致和全面思考能力的训练。数学当今被称为服务性科学。如在科学技术上有些问题需要找数学帮助解决；在生物学里遇到困难有时也得请数学出山；在经济领域有些问题就更得请数学帮忙了。在编写过程中特别注意增加了经济方面的实例，让微积分从真理的会客室里走出来，多为经济实际服务。

教材的特点之三是注意到科学性、系统性。内容、例题的处理、定理、公式的推导，对解题思路和解题方法的探求力争做到既简便又科学。

本书在编写中，韩向阳教授、段继润副教授给予了指导并予以审定，在此表示感谢。本书一、二、七章由刘国冲副教授编写；第五、六章由鲁恒元副教授编写；第四、八、九章及一、二章习题由于庆年讲师编写；第三章由张有绪讲师编写；全书由刘国冲统稿。由于我们知识与经验所限，缺点和错误在所难免，恳请批评指正。

编著者　于

1998 年 3 月

目　　录

第一章　关于函数的几个问题……………………………… (1)
习题一
第二章　函数的极限和连续 ……………………………… (17)
§2.1　无穷小量与无穷大量………………………… (17)
§2.2　函数的极限……………………………………… (20)
§2.3　函数极限的四则运算法则……………………… (24)
§2.4　不定式的极限问题…………………………… (26)
§2.5　两个重要极限………………………………… (29)
§2.6　连续函数……………………………………… (38)
§2.7　闭区间上连续函数的性质……………………… (46)
习题二
第三章　导数与微分 ……………………………………… (59)
§3.1　导数的概念…………………………………… (59)
§3.2　求导法则与求导公式………………………… (68)
§3.3　高阶导数……………………………………… (81)
§3.4　微分…………………………………………… (83)
习题三
第四章　中值定理和导数的应用 ………………………… (97)
§4.1　中值定理……………………………………… (97)
§4.2　罗彼塔法则 ………………………………… (103)
§4.3　导数的几何应用 …………………………… (108)
§4.4　导数在经济活动中的应用 ………………… (120)
习题四
第五章　不定积分……………………………………… (135)
§5.1　不定积分的概念 …………………………… (135)
§5.2　不定积分的性质和基本公式 ……………… (139)

§5.3 换元积分法 …………………………………… (143)
§5.4 分部积分法 …………………………………… (155)
* §5.5 简单有理函数积分 ……………………………… (160)
§5.6 积分表的使用方法 ……………………………… (169)
习题五
第六章 定积分…………………………………………… (185)
§6.1 定积分的概念 ………………………………… (185)
§6.2 定积分的性质 ………………………………… (192)
§6.3 微积分基本定理 ……………………………… (196)
§6.4 定积分的换元积分法 ………………………… (203)
§6.5 定积分的分部积分法 ………………………… (208)
§6.6 广义积分 ……………………………………… (209)
§6.7 定积分的应用 ………………………………… (224)
习题六
第七章 多元函数微积分………………………………… (245)
§7.1 空间直角坐标系 ……………………………… (245)
§7.2 二元函数 ……………………………………… (246)
§7.3 偏导数和全微分 ……………………………… (250)
§7.4 复合函数和隐函数偏分法 …………………… (253)
§7.5 二元函数极值 ………………………………… (259)
§7.6 二重积分 ……………………………………… (270)
习题七
* 第八章 无穷级数……………………………………… (295)
§8.1 无穷级数及其收敛性 ………………………… (295)
§8.2 无穷级数收敛性判别法 ……………………… (298)
§8.3 幂级数 ………………………………………… (303)
§8.4 泰勒级数 ……………………………………… (307)
习题八
* 第九章 微分方程初步………………………………… (319)

§9.1　微分方程和它的阶 ………………………………… (319)
§9.2　一阶微分方程 ……………………………………… (321)
§9.3　几种特殊类型的二阶微分方程 ………………… (327)
　　　习题九
附录　积分表……………………………………………… (334)

加＊号可不在课堂上讲授

第一章　关于函数的几个问题

函数概念和一些性质，大家在高中已经学过，在这里只讲下面几个问题.

一、初等函数

1. 基本初等函数

下列函数称为基本初等函数(定义域和图形从略)

(1)$y=c$(常数)

(2)幂函数 $y=x^{\mu}$　($\mu\neq 0$)

(3)指数函数 $y=a^{x}$($a>0,a\neq 1$ 的常数)

(4)对数函数 $y=log_{a}x$($a>0,a\neq 1$ 的常数)

(5)$y=sinx$　　(9)$y=secx$

(6)$y=cosx$　　(10)$y=cscx$

(7)$y=tgx$　　(11)$y=arcsinx$

(8)$y=ctgx$　　(12)$y=arccosx$

(13)$y=arctgx$　　(14)$y=arcctgx$

(15)$y=arcsecx$　　(16)$y=arccsex$

(15)、(16)不常用，全日制高中课本第四册已提到这二个函数，把这些函数要牢记，如给出一些函数，$y=2lgx$，$y=1+x$，$y=2x$，$y=sin2x$，

$y=|x|$，$y=\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$，从中找出基本初等函数.

显然　$y=\frac{1}{\sqrt[3]{x}}=x^{-\frac{1}{3}}$是基本初等函数.

2. 复合函数

我们经常遇到如 $y=sinu$，$u=x^{2}$，容易看出 y 通过变量 u，而

形成 y 是 x 的函数，写成 $y=\sin x^2$，像这样由两个函数或更多函数构成一个函数称为复合函数，一般地有

定义 1.1 若函数 $y=f(u)$. $u=\varphi(x)$，构成 $f[\varphi(x)]$，若定义域不为空集，则称 $y=f[\varphi(x)]$ 是由 $y=f(u)$. $u=\varphi(x)$ 构成的复合函数，u 称中间变量.

如 $y=\sqrt{\lg\cos x}$ 的定义域为 $x=2k\pi(k=0,\pm1,\pm2,\cdots)$.

它是由 $y=\sqrt{u}$，$u=\lg v$，$v=\cos x$ 构成的**复合函数**，而 $y=\arcsin(1+x^2)$ 的定义域为空集. 因此，它不是复合函数，正如以上提到的，有时遇到的中间变量可能不止一个，如 $y=f(u)$，$u=\varphi(v)$，$v=g(x)$. 如果满足定义域非空，它们构成的复合函数为 $y=f[\varphi(g(x))]$，有时遇到中间变量更多.

学习复合函数的用途主要有二，一个是合，即把若干函数合成一个复合函数；一个是分，即将一个复合函数分解成若干个基本初等函数或基本初等函数经过四则运算得到的函数，本课程主要是后者.

例 1 若 $f(x)=x^2$，$\varphi(x)=3^x$ 求 $(f[\varphi(x)]$ $\varphi[f(x)]$

解：设 $\varphi(x)=t$，则 $f(t)=t^2$

故 $f[\varphi(x)]=[\varphi(x)]^2=(3^x)^2=3^{2x}$.

设 $f(x)=t$ 则 $\varphi(t)=3^t$

故 $\varphi[f(x)]=3^{f(x)}=3^{x^2}$，

例 2 将 $y=2^{\sqrt{x^2+x}}$ 分解

解：$y=2^u$，$u=\sqrt{v}$ $v=x^2+x$

例 3 将 $y=\lg(x+\sqrt{1+x^2})$ 分解

解：$y=\lg u$. $u=x+\sqrt{v}$，$v=1+x^2$

或 $y=\lg u$，$u=x+v$，$v=\sqrt{w}$，$w=1+x^2$

有些复合函数的分解也可通过有关计算公式得到，如 $y=\sin 2x$，由 $y=\sin u$，$u=2x$ 复合而成，另一方面由三角公式 $y=\sin 2x=2\sin x\cos x$. 它是三个基本初等函数的乘积也符合要求.

还有一种常见的函数 $[f(x)]^{\varphi(x)}(f(x)>0)$，称幂指函数，它

也是复合函数，借助对数，

$$[f(x)]^{\psi(x)}=10^{\psi(x)lgf(x)}$$

因此，它可分解为 10^u，$u=\psi(x)lgv$，$v=f(x)$.

3. **初等函数**

我们定义基本初等函数的目的，就是为了引进初等函数，能由基本初等函数经过有限次四则运算和有限次复合所构成的且用一个解析式表示的函数统称为初等函数，也就是说初等函数是由基本初等函数合成的，当然初等函数也可分解为基本初等函数或基本初等函数经过四则运算构成的函数，下面举几个例子

如　$y=|x|$　　显然 $y=|x|=\sqrt{x^2}$.

如　$y=\begin{cases}1 & x>0\\ -1 & x<0\end{cases}$，表面上看它是分段

函数，但 $y=\dfrac{\sqrt{x^2}}{x}$　显然它是复合函数，

又如　$y=x^x(x>0)$，利用对数恒等式

$$y=x^x=10^{xlgx},y=10^u,u=xlgx$$

所以，以上提到的几个函数都是初等函数，非初等函数也是存在的，在第二章里才能认识简单的非初等函数.

二、几个有关的函数

1. **分段函数**

以前学过的函数一般都是只用一个式子表示出来的函数. 如基本初等函数等，而在实际中表示的函数往往不止用一个式子表示.

例 4　铁路上包件的运价一方面因里程而变化，另一方面又因重量而变化，现将两种情况叙述如下.

(1)重量在 $5kg$ 以内时，按下列条款收费

s 里程(公里)

$0 < s \leqslant 60$ 时　　每公斤收 0.1 元

$60 < s \leqslant 120$ 时　每公斤收 0.2 元

$120 < s \leqslant 160$ 时　每公斤收 0.3 元

$160 < s \leqslant 220$ 时　每公斤收 0.4 元

则每公斤运费 y 对里程 S 的函数为

$$y = \begin{cases} 0.1 & 0 < s \leqslant 60 \\ 0.2 & 60 < s \leqslant 120 \\ 0.3 & 120 < s \leqslant 160 \\ 0.4 & 160 < s \leqslant 220 \end{cases}$$

它的定义域　(0,220]

(2)里程在 50km 以内时，包件重量 $w(kg)$按下列条款收费

$0<w\leqslant5$　每公斤收 0.1 元

$5<w\leqslant50$　每公斤收 0.15 元

则 y 对 w 的函数为

$$y = \begin{cases} 0.1 \times w & 0 < w \leqslant 5 \\ 0.1 \times 5 + 0.15 \times (w - 5) & 5 < w \leqslant 50 \end{cases}$$

它的定义域(0,50]

像这样将一个函数表示成若干段的形式称为分段函数.

应当注意的是分段函数是一个函数表示成几个公式，它每一部分不代表一个函数，定义域是各段定义域的并集.

很明显一次分段函数的图形是折线，因此一次分段函数也称折线函数，折线在实践中比直线还有用.

例 5　高斯函数 $y=[x]$

不超过 x 的最大整数部分记[x]，称[x]为高斯函数. 它是不

能用公式表示出来的，但是它很容易计算，如$[-\pi]=-4$.

$[\sqrt{2}]=1$　$[1998]=1998$　$[\pi]=3$.

显然有　$[x]\leqslant x<[x]+1$. $[x]$的定义域为$(-\infty,+\infty)$

高斯函数也是分段函数，它的图形读者自己画出，还有些著名的分段函数，我们不介绍了.

2. **单调函数**

单调增加函数与单调减少函数的定义在中学已学过我们不作复述.

单调增加函数与单调减少函数是相对区间说的. 如　$y=x^2$ 在$(-\infty,0)$单调减少，而在$(0,+\infty)$是单调增加.

单调增加函数与单调减少函数合称为**单调函数**. 许多函数在定义区间里，在一些区间单调增加，在另一些区间单调减少，对这样的函数笼统地说它是单调函数就错了，只有在它的整个定义区间上单调增加或单调减少，才可撇开区间而说它是单调函数，如 $y=a^x$ 为单调函数，$y=log_a x$ 也是单调函数，$y=x^2$ 不是单调函数.

如果从左向右看 $y=f(x)$的图象，凡在增加的区间内曲线逐渐升高，沿着曲线移动的点好象在走上坡. 在减少区间内，情况恰好相反.

如果函数 $f(x)$在区间(a,b)内单调增加，(a,b)称为 $f(x)$的增加区间

如果 $f(x)$在区间(a,b)内单调减少，(a,b)称为 $f(x)$的减少区间.

增加区间与减少区间的合称为单调区间.

对于基本初等函数的单调区间要熟悉.

如 $y=sinx$，从图象上看并结合周期性.

单调增加区间为

$$\left[2n\pi-\frac{\pi}{2},2n\pi+\frac{\pi}{2}\right]$$

单调减少区间为

$[2n\pi+\frac{\pi}{2},2n\pi+\frac{3\pi}{2}]$($n=0,\pm1,\pm2,,\cdots$)(如图 1—1)

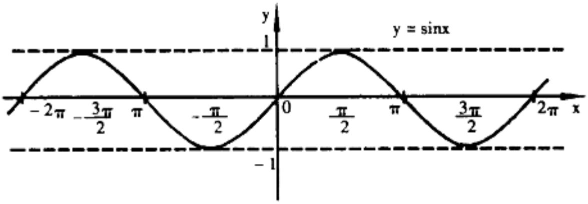

图 1—1

从图象上也可求出 $y=cosx$，$y=tgx$，$y=ctgx$，$y=secx$

$y=cecx$ 的单调区间，关于求函数单调区间的方法我们在第四章进行研究.

3. **隐函数**

在很多场台两个变量 x、y 可以满足某个方程，如大家知道方程 $x^2+y^2=1$ 表示以原点为圆心的单位圆，在 $x^2+y^2=1$ 中，取变量 $x=x_0$ 代入 $x_0{}^2+y^2=1$，解出 $y=\pm\sqrt{1-x_0^2}$($|x_0|\leqslant1$)，如果取正或负值作为 x_0 的对应值 y_0，这样变量 x 与 y 之间建立了对应关系，于是 y 是 x 的函数.

从这里可以看出，一般地给出方程 $F(x,y)=0$ 选一变量如 x 为自变量，给 x 一个值 x_0，通过解方程求对应值 y_0，这样确定 y 是 x 的函数.

对 $y=f(x)$这样的函数给 x 一个值 x_0，通过直接计算求 $y_0=f(x_0)$

但是从 $F(x,y)=0$，选一个为自变量，通过解方程的方法确定另一变量，往往是行不通的，如方程 $10^y-10^x=xy+siny$. 对这样的方程，如果用解方程方法是根本作不到的，这样的方程数量很多，它虽然不能解出 y 或 x，但满足方程的一组数(x_0，y_0)还是存在的，像这样用满足方程的数组来刻画函数关系的函数，就是下面定义的隐函数.

定义 1.2　设方程 $F(x,y)=0$. 将一个变量确定为因变量，不用解出因变量的表达式，用满足方程的数组建立变量的对应关系，将这种对应关系称为由 $F(x,y)=0$ 确定的隐函数

简单地说，$F(x,y)=0$，如果确定 y 是因变量并且它暗含 y 是 x 的函数，称这样的函数是由 $F(x,y)=0$ 确定出来的隐函数.

如方程 $x^3+y^3=xy$ 暗含着隐函数，称由该方程确定的隐函数.

相对地，像 $y=f(x)$ 这样的函数称显函数.

有时，由方程 $F(x,y)=0$，视 y 为因变量所确定的隐函数记作 $y(x)$. 同样，视 x 为因变量所确定的隐函数记作 $x(y)$.

4. 反函数

关于 $y=f(x)$ 反函数的意义，习惯写法在高中已经讲过.

函数 $y=f(x)$ 为单调函数，则 $y=f(x)$ 存在唯一反函数 $x=f^{-1}(y)$.

函数 $y=f(x)$ 不是单调函数，则可将 $f(x)$ 的定义区间，分成若干个单调区间，则在每个单调区间可确定一个反函数，说明 $y=f(x)$ 不是单调函数时，其反函数是多值函数.

怎样判别反函数为几值函数呢，一种几何方法就是如果平行 x 轴的直线与 $y=f(x)$ 的图象最多有 k 个交点，那反函数就是 k 值函数，也就是说 $y=f(x)$ 有 k 个单调区间，$y=f(x)$ 就有 k 个反函数，每个区间的反函数称一个单值支.

例 6　求 $f(x)=\begin{cases} x^2 & 0\leqslant x<1 \\ 2-x & 1\leqslant x \end{cases}$ 的反函数.

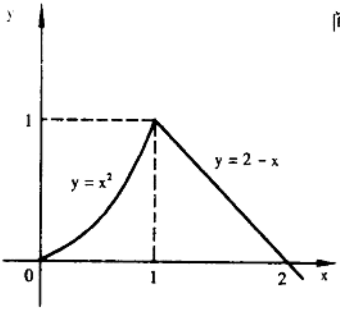

图 1—2

显然它是二值函数，有二个单调区间.

①当 $0 \leqslant x < 1$ 时，由 $y = x^2$ 得 $x = \sqrt{y} \quad 0 \leqslant y < 1$.

②当 $1 \leqslant x$ 时，由 $y = 2 - x$ 得 $x = 2 - y, y \leqslant 1$.

按习惯写法，二反函数分别为

$y = \sqrt{x} \quad 0 \leqslant x < 1$

$y = 2 - x \qquad x \leqslant 1$

例 7 求 $y = \sin x$ 的反函数.

解：它的定义域$(-\infty, +\infty)$，由(图 1—1)可知它的反函数是无穷多值的，怎样找出个规律来呢？

第一步：从找单调增加区间，单调减少区间开始，从图形可知$[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$为单调增加区间

其余单调增加区间为$[2k\pi - \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{\pi}{2}]$$(k = \pm 1, \pm 2,, \cdots)$

单调减少区间为$[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$

其余单调减少区间为$[2k\pi + \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{3\pi}{2}]$$(k = \pm 1, \pm 2,, \cdots)$

第二步：考察两类不同类型单调区间.

函数 $y = \sin x$ 反函数规律，在$[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$内记反函数为 $x = \psi_0(y)$，记在$[2k\pi - \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{\pi}{2}]$的反函数为

$$x = \psi_{2k}(y). \ (k = \pm 1, \pm 2, \cdots)$$

因 $\sin x = \sin(2k\pi + x)$，所以，$\psi_{2k}(y) = 2k\pi + \psi_0(y) \cdots (1-1)$

同理记$[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$内的反函数 $x = \psi'_0(y)$

$[2k\pi + \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{3\pi}{2}]$内的反函数 $x = \psi'_{2k}(y)$

显然，$\psi'_{2k}=2k\pi+\psi'_0(y)\cdots(1-2)$.（$k=\pm1,\pm2,\cdots$]

第三步：分析 $x=\psi_0(y)\quad -\frac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}$ 与 $x=\psi_0'(y)$

$\frac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant\frac{3\pi}{2}$ 的关系.

因为 $sinx=sin(\pi-x)$

如果 $\quad -\frac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}$，则 $\frac{\pi}{2}\leqslant\pi-x\leqslant\frac{3\pi}{2}$

所以 $x=\psi_0(y)$，$\pi-x=\psi_0'(y)$，

$$\psi_0'(y)=\pi-\psi_0(y)\cdots(1-3)$$

由(1－1)、(1－2)、(1－3)可知. 每个单调区间的反函数都可由 $x=\psi_0(y)$ 表示，习惯写成 $y=\psi_0(x)\ -1\leqslant x\leqslant1,-\frac{\pi}{2}\leqslant y\leqslant\frac{\pi}{2}$. 称为反正弦函数主值，特别记作 $y=arcsinx$.

(1－1)写成为 $y=2k\pi+arcsinx\cdots(1-4)$

(1－2)写成为 $y=(2\pi+1)\pi-arcsinx\cdots(1-5)$

为使(1－4)(1－5)包含主值. k 从零开始取即
（$k=0,\pm1,\pm2,\cdots$）

将(1－4)(1－5)，合成为一个式子

$y=n\pi+(-1)^n arcsinx(n=0,\pm1,\pm2,\cdots)\cdots(1-6)$

称为反正弦通值，记作 $Arcsinx$.

$$Arcsinx=n\pi+(-1)^n arcsinx\quad(n=0,\pm1,\pm2,\cdots).$$

主值所在的区间为主值区间，这里主值区间为 $[\frac{-\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$.
即 $-\frac{\pi}{2}\leqslant arcsinx\leqslant\frac{\pi}{2}$

如果取另一个单调区间如 $[\frac{3\pi}{2},\frac{5\pi}{2}]$ 为主值区间，则公式(1－4)写成

$$y=(2k-2)\pi+arcsinx\qquad \frac{3\pi}{2}\leqslant arcsinx\leqslant\frac{5\pi}{2}.$$

(1－5)写成

$$y=(2k-1)\pi-arcsinx \qquad \frac{3\pi}{2}\leqslant arcsinx\leqslant\frac{5\pi}{2}.$$

令 $k'=k-1$，则得

$$y=2k'\pi+arcsinx \qquad (k'=0,\pm1,\pm2,\cdots)$$

$$y=(2k'+1)\pi-arcsinx. \qquad \frac{3\pi}{2}\leqslant arcsinx\leqslant\frac{5\pi}{2}$$

从上述分析说明，当主值区间取为$[\frac{3\pi}{2},\frac{5\pi}{2}]$时，通值的形式不变，即

$$Arcsinx=n\pi+(-1)^n arcsinx. \ (n=0,\pm1,\pm2,\cdots)$$

$$\frac{3\pi}{2}\leqslant arcsinx\leqslant\frac{5\pi}{2}\cdots\cdots(1-7)$$

很容易得出：通值的形式与主值区间取法无关（这一结论留给读者推导）

如果按(1—7)取主值区间，很多三角公式将发生变化，如 $arcsin0=2\pi$.

$$arcsinx+arccosx=\frac{5\pi}{2}$$

以及很多微积分中的公式将发生变化，因此，反三角函数主值区间非常重要必须牢记，

其它反三角函数就不详细讨论了.

$y=arccosx$，主值区间为$[0,\pi]$

通值为 $Arccosx=2n\pi\pm arccosx$

$$(n=0,\pm1,\pm2,\cdots)$$

$y=arctgx$，主值区间为$(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$

通值为 $Arctgx=n\pi+arctgx$

$$(n=0,\pm1,\pm2,\cdots)$$

$y=arcctgx$，主值区间为$(0,\pi)$

通值为 $Arcctgx=n\pi+arcctgx$

$$(n=0,\pm1,\pm2,\cdots)$$

$y=arcsecx$，主值区间$[0,\frac{\pi}{2}]\cup[\frac{\pi}{2},\pi]$.

通值为 $Arcsecx=2n\pi\pm arcsecx$.

$$(n=0,\pm1,\pm2,\cdots)$$

$y=arccscx$，主值区间为$[-\frac{\pi}{2},0)\cup(0,\frac{\pi}{2}]$

通值为 $Arccscx=n\pi+(-1)^n arccscx$

$$(n=0,\pm1,\pm2,\cdots)$$

若将 $y=sinx$，看成是两个变量的方程，

如果 y 为已知求 x，显然，当$|y|\leqslant1$ 时，按(1—6)通解为

$x=n\pi+(-1)^n arcsiny$

$(-\frac{\pi}{2}\leqslant arcsiny\leqslant\frac{\pi}{2}$　$(n=0,\pm1,\pm2,\cdots)$

如求 $sinx=\frac{1}{2}$的通解

因$sin\ \frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$，且$-\frac{\pi}{2}<\frac{\pi}{6}<\frac{\pi}{2}$

$arcsin\ \frac{1}{2}=\frac{\pi}{6}$

所以，通解为 $x=n\pi+(-1)^n\frac{\pi}{6}$　$(n=0,\pm1,\pm2,\cdots)$

三、邻　域

我们知道函数定义域是非常复杂的，如

$f(x)=\sqrt{1-x}+\sqrt{x-1}$的定义域只有 $x=1$，

$f(x)=\sqrt{lgcosx}$的定义域 $x=2k\pi(k=0,\pm1,\cdots)$.

我们本书不研究这样的函数，我们所研究函数的定义域是区间或者是区间的并集.

因此，我们引进邻域的概念

定义 1.3　以 x_0 为中心，长度等于 2δ 的开区间叫做 x_0 的 δ 邻域，δ 叫邻域的半径.

在没有必要指明 δ 的时候，也有时称 x_0 的某个邻域，x_0 的 δ 邻域的几种形式.