

医学影像物理基础

主 编 张泽宝
副主编 洪 洋

辽宁科学技术出版社

医学影像物理基础

主 编 张泽宝

副主编 洪 洋

编 者 (姓氏以笔画为序)

王淑云	(泰山医学院)
何 宁	(中国医科大学)
汲娟娟	(吉林医学院)
许耀曾	(天津第二医学院)
周宏伟	(中国医科大学)
胡继光	(吉林医学院)
洪 洋	(中国医科大学)
俞 航	(中国医科大学)
徐葆仁	(中国医科大学)
张泽宝	(中国医科大学)
韩 风	(中国医科大学)
魏克斌	(中国医科大学)

前 言

医学影像技术发展异常迅速,很多医学院校相继建立了医学影像专业。“医学影像物理基础”是该专业学生的专业基础课程之一。此课程设置的目的是使学生在普通物理学知识的基础上,进一步建立有关医学影像的物理基础,从而给读释图像、挖掘图像中蕴藏的生物信息、评价、控制图像质量作理论上的准备。

本教材供医学影像专业(本科)学生之用。参考教学时数为60~70。本书也可供从事医学影像工作的人员参考。

对我们来说,由于经验的欠缺、资料收集的不全面以及知识的浅薄,因而在教材内容的编排、具体内容的表述都会存在不妥和错误之处,我们热忱地希望专家、同行及使用本书的同志们提出宝贵意见。

在本书的编写过程中,很多医学院校的老师及中国医科大学75期、76期影像专业的学生提出过宝贵意见,在此对他们表示衷心的感谢。

编 者

1992年12月

目 录

绪 论

第一章 超声波的物理性质

第一节 超声的基本概念	(3)
超声波的类型及其变换	(4)
超声波的动力学方程式	(5)
超声的速度	(7)
第二节 描述超声场的物理量	(11)
声压	(11)
声强	(12)
声阻抗	(14)
声强级和声压级	(15)
第三节 超声波在介质中的传播特性	(18)
超声的反射和折射	(18)
超声透过介质薄层	(21)
衍射和散射	(22)
干涉和驻波	(23)
第四节 超声波的衰减和吸收规律	(25)
超声的衰减	(25)
吸收规律	(26)
生物组织声学参数	(26)

第二章 超声探测的物理基础

第一节 超声波的发生与接收	(29)
压电效应	(29)
压电材料的性能	(32)
换能器压电材料的选择	(33)
超声单晶片探头结构	(34)
第二节 超声场	(35)
圆形单晶片作为声源时产生的超声场	(35)
聚焦型探头辐射的超声场	(40)
连续波与脉冲波的超声场	(43)
第三节 超声基本量的测量	(44)
声速的测量	(44)

声阻抗的测量	(45)
声压的测量	(46)
超声功率的测量	(46)
超声衰减的测量	(48)
超声频率的测量	(49)
超声场的光学测量法	(50)
第四节 超声多普勒	(51)
声源和接受者在两者连线上运动的多普勒公式	(51)
声源和接受者不在两者连线上运动的多普勒公式	(54)
第五节 超声波探测的分辨能力	(55)
直径分辨力及其与超声波长的关系	(55)
纵向分辨力及其与脉冲宽度的关系	(56)
横向分辨力及其与超声束直径的关系	(58)
第六节 常见超声诊断仪原理	(59)
回波法探测的物理依据	(59)
A型超声诊断仪原理	(59)
B型超声诊断仪原理	(60)
B型超声仪的扫查与灰阶	(60)
M型超声诊断仪原理	(62)
连续多普勒超声仪	(63)
彩色多普勒血流成像仪	(63)
第七节 超声波的生物效应	(65)
超声波对物质作用的效应	(65)
超声波的生物作用	(67)
超声波的安全剂量	(69)

第三章 X射线的基本性质

第一节 X射线的产生及其装置	(73)
X射线的产生条件	(73)
X射线管的构造	(73)
X射线管容量的计算	(77)
第二节 X射线管的物理特性	(77)
X射线管焦点的基本性质	(77)
X射线管焦点对成像的影响	(78)
X射线管的发展	(80)
第三节 X射线产生的物理过程	(82)
相互作用中的能量转换	(82)
轫致辐射	(84)
标识辐射	(86)
第四节 X射线的物理特性	(89)
X射线的物理本质	(89)

X射线的物理特性	(92)
第五节 描写X射线的物理量	(94)
X射线的强度	(94)
X射线强度的测量与表示	(95)
影响X射线量与质的因素	(96)
第六节 X射线管辐射强度的空间分布	(98)
薄靶周围X射线强度的角分布	(98)
厚靶产生的X射线的空间分布	(99)
放射诊断与治疗中X射线量与质的意义	(101)

第四章·X射线影像原理

第一节 X射线与物质的主要作用形式	(103)
作用概率与作用截面	(103)
光电效应	(104)
康普顿散射	(104)
电子对效应	(105)
三种主要效应发生概率的比较	(106)
第二节 X射线在物质中的减弱	(106)
窄束X射线及其衰减规律	(106)
连续能谱X射线在物质中的衰减规律	(109)
影响X射线衰减的因素	(109)
混合物和化合物的质量衰减系数	(111)
X射线在人体中的衰减	(112)
第三节 X射线透视	(114)
X射线透视	(114)
X射线影像增强器	(115)
医用X射线电视系统	(115)
医用X射线电视的优点	(117)
第四节 普通X射线摄影	(118)
普通X射线摄影	(118)
X射线胶片	(118)
暗室技术	(119)
增感屏	(119)
滤线器	(120)
软X射线和硬X射线摄影	(120)
第五节 X射线特殊检查	(122)
X射线造影	(122)
血管数字减影技术	(122)
X射线断层摄影	(124)
第六节 X射线电子计算机断层摄影(X-CT)	(125)
普通X射线摄影与X-CT的比较	(125)

X-CT 原理	(126)
CT 值与窗口技术	(128)
CT 中的扫描方式	(130)
X-CT 图像重建的质量参数	(131)
X-CT 的局限性	(132)

第五章 核医学影像基础

第一节 核医学诊断的特点	(134)
第二节 原子核的基本性质	(135)
原子核的组成	(135)
原子核的电荷	(135)
原子核的质量	(135)
同位素、同核异能素	(135)
核力的基本概念	(136)
原子核的稳定性	(136)
原子核的能级、电矩和磁矩	(137)
第三节 放射性衰变规律	(137)
放射性衰变规律	(137)
放射性活度	(139)
递次衰变规律	(139)
放射平衡	(141)
第四节 放射性核素发生器	(143)
放射性核素发生器发展简况	(143)
对医用放射性核素发生器的要求	(143)
放射性核素发生器的基本原理	(145)
放射性核素发生器的类型及构造	(147)
放射性核素发生器的展望	(148)
第五节 核反应与粒子加速器	(149)
核反应的一般概念	(149)
粒子加速器	(151)
第六节 核素显像原理及放射性同位素扫描装置	(153)
同位素显像原理	(153)
闪烁扫描机	(153)
准直器	(153)
信息传输与数据处理系统	(155)
平滑运算	(156)
图像显示系统	(157)
第七节 闪烁照相机(γ 照相机)	(158)
γ 照相机的工作原理	(158)
Z 脉冲及电阻矩阵电路	(160)
γ 照相机的主要优缺点	(161)

第八节 发射型计算机断层摄影(ECT)	(162)
SPECT 工作原理	(162)
SPECT 与 X-G 的性能比较	(164)
PET 工作原理	(164)

第六章 磁共振物理基础

第一节 原子核的角动量和磁矩	(166)
角动量与进动、磁矩	(166)
原子的角动量与磁矩	(168)
原子核的角动量与磁矩	(174)
原子光谱的超精细结构	(176)
外磁场对原子的作用、塞曼效应	(177)
第二节 核磁共振	(180)
磁场中原子核行为的经典图像	(180)
核磁共振的量子力学描述	(183)
自旋核按能级的分布	(185)
核磁共振的宏观描述	(186)
第三节 核磁共振的可测信号及可测参数	(189)
弛豫时间常数	(189)
自由感应衰减信号	(192)
化学位移	(192)
第四节 磁共振成像基本原理	(195)
MR 信号测量及脉冲序列	(195)
MR 图像重建原理	(198)
流动效应	(199)
MRI 的局限性	(199)

第七章 辐射防护的物理基础

第一节 放射生物效应	(201)
辐射的直接与间接作用	(201)
氧效应	(202)
第二节 辐射效应的物理量度	(203)
照射量及其单位	(203)
吸收剂量及其单位	(204)
相对生物效应系数 RBE	(204)
剂量当量及其单位	(205)
第三节 辐射剂量的典型测定	(205)
照射量的测量	(205)
吸收剂量的测量	(207)
吸收剂量和照射量换算	(208)
第四节 剂量测量中的其它方法	(209)

正比计数器在剂量测量中的应用	(209)
闪烁计数器在剂量测量中的应用	(209)
胶片剂量计	(210)
热释光剂量仪	(210)
剂量测量方法的选择	(211)
第五节 辐射防护标准	(211)
自然辐射与医疗照射	(212)
剂量限值	(212)
第六节 内照射及其防护	(214)
摄入放射性物质的途径	(214)
决定内照射剂量的因素	(214)
ALI、DAC 和 DIC	(214)
内照射的防护	(215)
内照射量的估算	(215)
第七节 外照射的防护及计算	(216)
外照射防护的基本措施	(216)
γ 射线的防护	(217)
β 射线的防护	(220)
中子的防护	(221)
第八节 辐射剂量监测	(222)
环境监测	(222)
个人剂量监测	(224)

绪 论

临床医生的首要工作是对就诊者的健康情况或疾病作出正确的评价和诊断。正确的评价和诊断决定于医生所获得的生物信息的科学程度及容量。不言而喻,一幅医学影像不单直观性强,而且它所携带的信息量要比单纯几个数据(如心率、血压、体温)大得多。

我国中医很重视图像诊断。中医可以根据就诊者的体态、步履、面部色泽以及舌的颜色、形态来诊断疾病。但这毕竟是人体的外部图像,人眼不可能观察到人体内部的结构,更不可能观察到组织与器官的功能改变。

1895年德国物理学家伦琴发现了X射线,利用X射线和穿透性及荧光效应观察到了人体内部结构。以此为起点,医学影像学逐步发展起来。目前,医学影像在临床诊断中已占据了极其重要的地位。根据临床应用的频度大小,公认有如下四大医学影像:X射线影像及X—CT、超声波影像、核素显像、磁共振成像。

X射线影像开始于X射线的透视和摄影。X射线影像增强器出现之后,提高了影像的清晰度,又降低了X射线的剂量,在此基础上又形成了X射线电视。为克服透射摄影中图像重叠问题,又发展了断层摄影。1972年英国工程师亨斯菲尔德(G·Hounsfield)利用电子计算机等现代工程技术研制成功了X射线计算机断层摄影,即X—CT。X—CT被认为20世纪的重大科学成就。X—CT中的图像重建技术也被应用到核素显像及磁共振成像中去,这导致了医学影像技术的飞跃式发展。

二次世界大战后,在雷达、声纳技术基础上,应用回波定位原理发展了各种超声波成像技术,制造了A型、B型、M型及超声多普勒诊断仪、彩色多普勒诊断仪。超声影像具有灵敏度高、无损伤、成像迅速及设备造价低廉等优点,所以超声波影像是目前应用最广、发展最快的成像技术。

核素显像的特点很突出。它可以对特定器官或组织选择特定的显像剂(即示踪物质),实现选择性成像。核素显像还可以显示组织与器官的功能状态及生理、病理过程。由于射线探测的灵敏度很高,引入体内的显影剂又都是短寿命同位素,用量极少,所以核素显像的电离辐射损伤很小。目前,核素显像与计算机技术相结合研制成了发射型CT,它已广泛应用于临床诊断之中。

核磁共振技术最初应用于有机化合物的结构分析。1973年劳特伯(P. C. Lauterber)利用核磁共振技术首次获得了自旋核密度的模拟成像。1980年第一台用于临床诊断的磁共振成像装置投入使用。磁共振成像携带的生物信息极为丰富,它可以多参数成像,不但能显示解剖结构,还可以反映组织与器官的生理、病理状态。磁共振成像技术极可能发展成为疾病早期诊断的有力工具。

从上面的粗略介绍中,我们可以看出,医学影像学是生命科学与理工科的理论、技术相互渗透而形成的新兴边缘学科。从本质上讲,医学影像的理论基础是电离辐射(如X、 γ 射线)、非电离辐射(如超声波、射频电磁波)和物质相互作用的效应、规律。医学影像学的

学科特点是与近代的理工科理论与技术紧密相关,所涉及的物理学内容特别是近代物理学的内容很多。为此,从事这一专业的人员应具有更坚实的物理基础。《医学影像物理基础》是医学影像专业重要的专业基础课程,其任务就是在普通物理学的基础上进一步学习医学影像中的物理基本概念、规律以及基本技能与方法,从而为深刻理解成像过程、评价图像质量以及读释图像、挖掘图像蕴藏的生物信息奠定理论基础。

(张泽宝)

第一章 超声波的物理性质

从1942年奥地利科学家K·T·Dussik等人首先把超声工业探伤原理应用医学诊断至今已近半个世纪。在这期间,超声诊断及其成像技术得到迅速地发展:由A型脉冲回声诊断仪开始,形成了显示二维切面图像的B型超声、显示器官动态特性的M型超声;由只能观察静止脏器形态的慢速成像,发展成快速实时成像技术,从而可以观察到脏器,甚至血管的动态图像;在图像质量上,由此采用了灰阶技术以及计算机处理超声图像的技术,使超声显像的自动化程度和检测精度大为提高。新的超声成像技术,透射超声成像、超声显微技术和超声全息技术,已经开始应用临床实践。

可以预见,今后超声诊断技术可在以下几个方向上发展:

1. 生物医学超声学的基础理论研究。这主要包括:超声微功率的定量测量、超声与生物组织相互作用的定量分析,使超声诊断由定性向定量方向发展。
2. 超声换能器的开发研究。要为临床提供小型化、专业化并灵敏度高、分辨率好的超声换能器;利用集成电路工艺研制平面阵列结构的换能器。
3. 用空间三维声像图进行病灶的立体定位。
4. 研究开发利用回波振幅以外的多种声学参数的超声成像技术。
5. 发展声像图的鉴别诊断技术,从而获得超声生物组织图谱。
6. 超声诊断仪器与计算机技术的进一步结合,从而破译超声波所携带的各种生物信息;处理超声图像和数据。

本章将主要介绍有关超声波的基本性质及基本物理量以及超声波在传播中的特性和衰减规律。有关超声成像的物理基础将在第二章中予以介绍。

第一节 超声的基本概念

超声(Ultrasound)和声波在本质上是—致的,它们都是机械振动在弹性介质中的传播。在振动传播过程中,介质内部压力(或密度)产生强弱(大小)交替变化,实现能量的传递。超声波是一种高频声波,它的声源振动频率非常高,超过 $20,000\text{H}_2$,最高频率在 10^{15}H_2 以上,而人耳的听觉范围是在 $20\sim 20,000\text{H}_2$ 之间,故超声不能被人耳听到。由于超声具备这种高频特点,因此在实际应用领域中就有许多优于普通声波的独到之处,我们将在下面逐一介绍。

产生声波有两个必要条件:其一是要有声源(Sound source),比如说话时声带振动;敲锣时锣面产生的振动等等。任何振动物体都可以向周围的物体发出弹性波,即都可以做声源。超声波一般是利用磁致伸缩或压电效应原理制成换能器来作为超声波源的。

产生声波的第二个必要条件是要有传播声的介质(Medium)。在真空中是不能传播声的,这点与电磁波不同。

虽然人耳不能听到超声,但在自然界中,超声是客观存在的。例如蝙蝠虽无敏锐的视力,却能在黑夜自如地飞翔,准确地捕获食物,完全靠巧妙的超声定位本领。从蝙蝠口中每秒发出几十次 50 000Hz 的调频超声波,碰到目标后反射回来又被耳朵接收,蝙蝠就凭借它的口发耳收超声来准确定位,控制飞翔,捕获食物。此外,某些蟋蟀、蜜蜂等也能发出超声。还有些动物能听到超声,例如狗能听到 10⁴Hz 左右的超声。

超声波能在固体、液体中传播,具有跟一般声波相同的传播速度,它的强度随传播距离的增加而减弱,在空气中减弱极快,亦会产生反射和折射。此外还具有波长短、方向性强、能量大、具有穿透本领等特性。

【超声波的类型及其变换】 在固体中超声振动可以以纵波的形式传播,也可以以横波的形式传播,但在气体和液体中,由于介质没有切变弹性,故超声只能以纵波的形式传播。所谓纵波(Longitudinal wave),即指声振动在介质中的传播方向与介质振动方向相同。

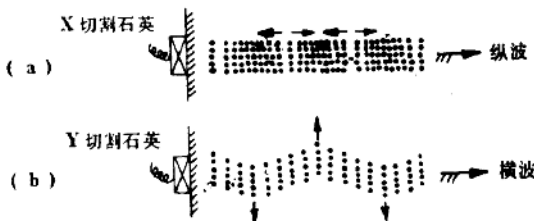


图 1-1 超声波的种类

而横波(Transverse wave)指介质质点振动方向与波的传播方向相垂直,如图 1-1 所示。超声波在介质中传播时,由于传播条件的改变,还会产生波型转换。例如,纵波在液体中传播并以一定角度入射浸在液体内的固体表面上,产生反射波和透射波。反射波仍在液体中

传播,因此仍是纵波;透射到固体内的波由于不沿原传播方向(因为是纵波,所以也不沿原振动方向)而是产生折射,因此在固体内既有纵波又有横波,两者具有不同的振幅和传播方向。这就是波的变换(Conversion of waves),它的产生与波的入射角度、介质性质有关。

超声在人体内传播时也有波的变换。例如超声通过骨骼时除有纵波外,还有横波传播,当超声源即探测探头的方向与人体表面相垂直时,波在体内的传播方向基本与介质的振动方向相同,这时在人体内传播的主要是纵波,横波极微弱,可忽略不计。

如果以超声波的发射形式分类,还可以分为连续波与脉冲波。

在超声诊断中所使用的连续波,一般为正弦等幅波。从声源发出的超声频率与振幅都稳定不变。其输出电功率(未转换成超声功率的电功率)为:

$$W = U^2_e \cdot R \quad (1-1)$$

其中 U_e 为示波器上电压峰值的 $1/\sqrt{2}$ 倍,称有效电压; R 为声源负载阻抗。这些电功率的 10% 左右转变成声功率,即:

$$W_u \approx 0.1W$$

在超声诊断中使用的脉冲波一般为阻尼衰减振荡波,图1—2。

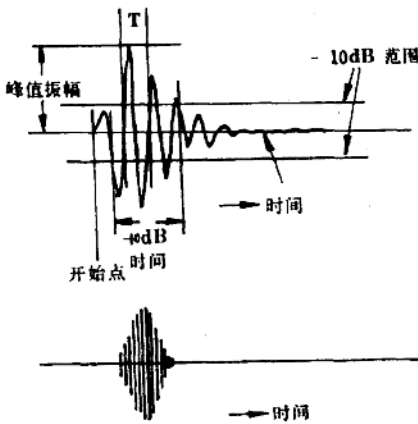


图1—2 脉冲超声波型及其有关参数

脉冲波有下列几个特征量:

1. 脉冲宽度 τ (Pulse width): 即振动持续时间。指每一个脉冲所占据的时间,以微秒 (μs) 计。通常在 $1.5\sim 5$ 微秒间。
2. 重复周期 (Repeat period): 即脉冲周期。指两个相邻脉冲前沿相隔的时间。
3. 重复频率 (Repeat frequency): 指每秒钟内的脉冲数,常在 $50\sim 2000\text{Hz}$ 间。
4. 静止期 (Static time): 指超声发射停止时间。即两次脉冲相隔的时间。由此可见“静止期+脉冲宽度=重复周期”。
5. 占空因子 (Space factor): 指脉冲周期中脉冲宽度与静止期的比值。在 $0.0075\sim 1\%$ 之间。

6. 峰值功率 (Peak power): 指脉冲发射期间的最大输出功率。
7. 平均功率 (Average power): 指单位时间内的输出总功率。它等于脉冲占空因子与峰值功率的乘积。

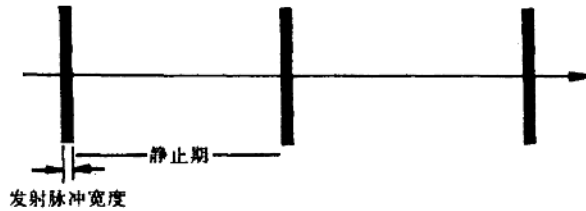


图1—3 脉冲宽度、静止期及重复周期

这些由电功率所转变成的超声功率,周期性地在一个很短的时间内加在介质上且能量较大,而其平均能量却很小,故从诊断上考虑,脉冲宽度愈窄愈好。理论上最好只有一个单纯的半周正弦波,或者是 $4/3$ 周的正弦波。

【超声波的动力学方程】 声波与超声波的严格描述是从动力学方程出发,求得各传播条件下的数学表达式及其物理特性,即定量表述。

下面我们就从力的机制分析,导出纵波沿特定方向 y 传播的动力学方程。

波传播时,介质之间的相互作用力决定于介质的形变程度。如图1—4所示,设A、B为 y 轴上两相邻质点的平衡位置,A点与原点的距离为 y ,B点与原点的距离为 $y+dy$,两点无限靠近。当纵波传过时,质点将在平衡位置附近振动。设在某一时刻 t , y 处质点离开平衡位置的位移为 x , $y+dy$ 处质点离开平衡位置的位移为 $x+dx$,这时两质点间相对位移为 $(x+dx)-x=dx$,即AB间介质发生了形变,伸长量为 dx ,如果 dx 为正,则介质被伸长,如果 dx 为负,则介质被压缩。AB间介质的伸长量 dx 与原来长度 dy 之比 dx/dy 称为

介质元 AB 的相对形变。根据胡克定律,在介质元 AB 发生形变时,通过单位面积作用在介质元 AB 上的力 f/s 与相对形变 dx/dy 成正比,即

$$\frac{f}{s} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{dx}{dy} \quad (1-2)$$

式中比例系数 α 称为介质的弹性系数, s 为介质元 AB 的截面积, f/s 称为应力。

在不同的地点,相对形变 dx/dy 有不同的值,因此介质内部的相互作用力 f 也就有不同的值。

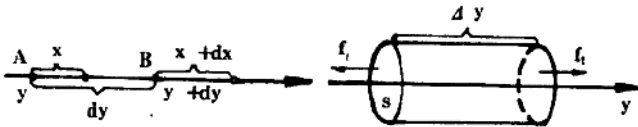


图 1-4 介质元的相对形变

图 1-5 介质元受力分析

现在来研究长度为 Δy 的一部分介质在波传播时的受力情况(图 1-5)。设在左方截面的平衡位置为 y , 右方截面的平衡位置为 $y+\Delta y$ 。在同一时刻 t , 由于两截面具有不同的 y 坐标, 因此两截面处的相对形变 dx/dy 也具有不同的大小。所以, 通过左方截面作用在这段介质上的力 f_1 与通过右方截面作用在这段介质上的力 f_2 , 具有不同的数值。根据胡克定律

$$f_1 = \frac{1}{\alpha} \cdot S \cdot \left(\frac{dx}{dy}\right)_y,$$

$$f_2 = \frac{1}{\alpha} \cdot S \cdot \left(\frac{dx}{dy}\right)_{y+\Delta y}$$

式中 $(dx/dy)_y$ 表示在坐标 y 处相对形变 dx/dy 的值, 而 $(dx/dy)_{y+\Delta y}$ 则表示在坐标为 $y+\Delta y$ 处相对形变 dx/dy 的值。图 1-5 中 f_1 与 f_2 的方向是假定 dx/dy 为正时画出来的, 即假定 y 处与 $y+\Delta y$ 处的介质元都处于伸长的状态, 这时其他部分介质对它们的作用力是拉力。因此, 这段介质所受合力为

$$\begin{aligned} f_2 - f_1 &= \frac{1}{\alpha} \cdot S \left(\frac{dx}{dy}\right)_{y+\Delta y} - \frac{1}{\alpha} \cdot S \left(\frac{dx}{dy}\right)_y \\ &= \frac{1}{\alpha} \cdot S \left[\left(\frac{dx}{dy}\right)_{y+\Delta y} - \left(\frac{dx}{dy}\right)_y \right] \end{aligned}$$

相对形变 dx/dy 是 y 的某一函数 $F(y)$, 微商 $F'(y) = dF/dy$ 等于

$$F'(y) = \frac{F(y+\Delta y) - F(y)}{\Delta y}$$

忽略高阶小量有:

$$F(y+\Delta y) = F(y) + F'(y)\Delta y$$

也可写成

$$\left(\frac{dx}{dy}\right)_{y+\Delta y} = \left(\frac{dx}{dy}\right)_y + \left(\frac{d^2x}{dy^2}\right)_y \cdot \Delta y$$

因此

$$f_2 - f_1 = \frac{1}{\alpha} \cdot S \left(\frac{d^2x}{dy^2} \right) \cdot \Delta y = \frac{1}{\alpha} S \frac{d^2x}{dy^2} \Delta y \quad (1-3)$$

式中 d^2x/dy^2 就表示坐标 y 处的二级微商, 因此足标 y 可以略去。

这段介质的加速度为 d^2x/dt^2 , 质量为密度 ρ 与体积 $S\Delta y$ 的乘积 $\rho S\Delta y$, 所以根据牛顿第二定律

$$f_2 - f_1 = \rho S \Delta y \frac{d^2x}{dt^2} \quad (1-4)$$

比较公式(1-3)和(1-4)有:

$$\frac{1}{\alpha} \cdot S \frac{d^2x}{dy^2} \Delta y = \rho S \Delta y \cdot \frac{d^2x}{dt^2}$$

整理得出:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{\alpha \cdot \rho} \frac{d^2x}{dy^2}$$

因为 x 相对两个变量(t, y)变化, 所以严格讲上式应用偏微商表示, 即

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = \frac{1}{\alpha \cdot \rho} \frac{\partial^2 x}{\partial y^2} \quad (1-5)$$

当纵波在无限长的截面均匀的棒中传播时, 可知弹性系数 $\alpha = 1/Y$, 其中 Y 是杨氏模量(Young's Modulus), 公式(1-5)则写成

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = \frac{Y}{\rho} \cdot \frac{\partial^2 x}{\partial y^2} \quad (1-6)$$

对于沿 y 方向传播的横波, 用同样方法可以推出其动力学方程仍用式(1-6)表示, 但这时 Y 要用 S 代替, 表示介质的切变模量(Shear modulus), 而 x 则是在与波传播方向 y 相垂直的方向上质点的振动位移。公式(1-5)或(1-6)的这种形式就称为波的动力学方程。

【超声的速度】 超声波的速度和声波的速度本质上没有区别, 在 20°C 的空气中都是 343ms^{-1} , 在水中都是 1450ms^{-1} 。超声波速在具体条件下有具体形式, 这里仅就几个典型情况加以讨论。

1. 流体中传播的纵波波速。如图 1-6(a)所示, 流体处于静止状态 $t=0$ 时, 管道左端的活塞以速率 v 开始向右运动, 图 1-6(b)表示经过时间 t 之后流体的情况。P 点左边流体的各部分均以速度 v 运动, 而 P 点右边各部分仍处于静止状态, 运动部分和静止部分的分界面以传播速率 C 向右前进。活塞移动一段距离 vt , 界面就前进一段距离 ct 。下面根据牛顿力学的冲量—动量定理, 推出纵波声速。在时刻 t ,

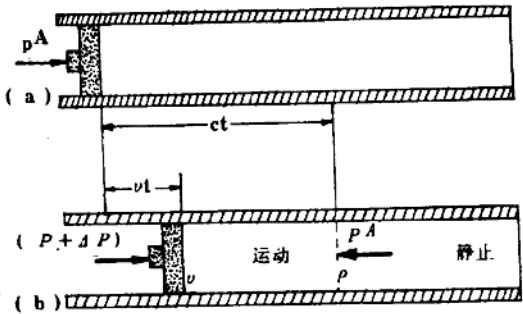


图 1-6 流体纵波模型

运动部分的流体就是原来占有长度为 ct , 截面积为 A 这一体积的流体, 这部分流体的质

量为 ρCtA , 它所获得的纵向动量为 $\rho ctAv$ 。

这部分运动流体中压力的增量是 ΔP , 运动流体原来的体积为 ACt , 体积的减少为 Avt 。由体变模量 B (Bulk modulus) 的定义

$$B = \frac{\text{压力的改变}}{\text{体积的相对改变}} = \frac{\Delta P}{Avt/ACt}$$

得

$$\Delta P = B \frac{v}{C}$$

因而在运动流体中压力是 $P + \Delta P$, 活塞对它的作用力是 $(P + \Delta P) \cdot A$, 作用在运动流体上的净力是 $\Delta P \cdot A$ (见图 1-6 b)。因此

$$\text{纵向冲量} = \Delta P \cdot A \cdot t = B \cdot \frac{v}{C} \cdot At$$

应用冲量—动量原理, 我们得到

$$B \cdot \frac{v}{C} \cdot A \cdot t = P \cdot C \cdot t \cdot A \cdot v$$

所以

$$C = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \quad (1-7)$$

由此可见, 流体中纵向脉冲的传播速率, 只取决于体积弹性模量 B 和介质的密度 ρ 。

如果流体是理想气体, 且不考虑气体被压缩的温升, 公式(1-7)可以用气体状态参数具体表示为:

$$C = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \quad (\text{理想气体}) \quad (1-8)$$

式中 γ 为定压比热容和定容比热容之比, R 是普适气体常数, M 是分子量, T 是开氏温度。

2. 纵波在细长棒中的传播速度。当简谐波以波速 C 沿 y 方向传播时, 其运动方程有如下形式

$$x = A \cos \omega \left(t - \frac{y}{c} \right) \quad (1-9)$$

分别对 t 及 y 求二阶偏微分, 可得到

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = -A \omega^2 \cos \omega \left(t - \frac{y}{c} \right)$$

$$\frac{\partial^2 x}{\partial y^2} = -A \frac{\omega^2}{C^2} \cos \omega \left(t - \frac{y}{c} \right)$$