

SANXINXITIJ

初中几何第二册

基础题 实践题 开放题

三新习题集

丛书主编 吴振坤
本册主编 吴晓春

体现

最新课改精神

激发

学生探索兴趣

江苏出版

基础题 实践题 开放题

三新习题集

初中几何

第二册

丛书主编 关成志

本册主编 关成志

10B-10B-10B

辽海出版社

基础题 实践题 开放题

三新习题集

初中几何第二册

丛书主编 关成志

本册主编 关成志

辽 海 出 版 社 出 版

(沈阳市和平区十一纬路25号 邮政编码 110003)

辽宁时报新华印刷业有限公司印装 辽海出版社发行

开本:880×1230毫米 1/32 字数:170千字 印张:5¼

印数:1—23,600册

2002年6月第1版

2002年6月第1次印刷

责任编辑:戚丽华

责任校对:潘 静

封面设计:正午文化

版式设计:黄金娣

ISBN 7-80669-090-5/G·030

定价:9.20元

基础题 实践题 开放题

三 新 习 题 集

编委会 (初中)

总策划 孟凌君 周北鹤
陈 阳

主 编 关成志

执行编委 路永久 刘守超
张秀俊 周广东
戚丽华 乔立新
张丹阳

编 委 关成志 李长胜
官长泰 武爱仙
李兰芬 刘有敏
赵成德 任一凡
刘 娟 刘 福
编 者 白鹤翔 关 明
肇启生

主编简介

关成志 辽宁教育学院副院长，教授，中国教育学会数学教育专业委员会副理事长。主要著作有《中国数学教学法》《科学教育的功能》《学科德育指南》《数学优秀课例点评》；主编《数学思维概论》《初中几何教学研究》、辽宁省义务教育九年一贯制《数学》课本；与人民教育出版社共同主编全国四年制课本《几何》1、2、3册。1993年经国务院批准享受政府特殊津贴专家。

致 同 学 们

提高和巩固学习成绩的关键是解题。传统的习题往往是条件完备，结论惟一，实践性不强，缺乏开放探索性，易于形成思维定势，不利于培养你们的创新思维和实践能力。为了改变这种状况，我们组织重点中学教学一线的特、高级教师，以解题为先导，以新理念、新题型、新结构为特色，编写了这套实用性很强的《基础题 实践题 开放题 三新习题集》丛书。

本丛书依据新大纲，按照现行人教社教材，以章(单元)为序编写，每章(单元)分[典型例题探究]、[新习题演练]、[参考答案与思路指南]三部分。

[典型例题探究]精选了能突出重点知识和方法的基础题、综合实践题和开放探索题，通过对这些有代表性问题的思路分析、解答过程探究，再通过“点评”，总结解题规律，加深你们对重点知识的理解、难点知识的突破，使你们能够举一反三，不仅知其然，而且知其所以然，从而，启迪思维，掌握科学的解题方法，学会探索创新。

[新习题演练]所精选创编的习题与[典型例题探究]例题类型一一对应，题型全、内容新、知识面广，有一定的梯度和弹性，力求做到基础题新颖、变式、灵活；实践题综合、建模、实用；开放题条件、过程、结论皆不惟一。通过实际平台的演练，使你们夯实基础，主动学习，探索学习，学会学习，培养你们的分析、解决问题的能力 and 创新精神。

[参考答案与思路指南]每道习题都有答案，其中较难题还有提示、难题有详解，便于自测自评，帮助你们树立自信心，增强创新思维的能力，提高综合素质。

编 者



目 录

第三章 三角形	1
典型例题探究	1
基础题	1
实践题	8
开放题	12
新习题演练	18
基础题	18
提高题	33
第四章 四边形	39
典型例题探究	39
基础题	39
实践题	43
开放题	46
新习题演练	51
基础题	51
提高题	71
第五章 相似形	95
典型例题探究	95
基础题	95
实践题	103
开放题	104
新习题演练	107
基础题	107
提高题	122
参考答案与思路指南	136

第三章 三角形



典型例题探究

基础题

例1 已知三角形的两边长分别为8、3.

(1)如果这个三角形是等腰三角形,求它的周长.

(2)如果周长是偶数,求第三边长.

思路分析 (1)要求这个三角形的周长,关键是求出第三边;由等腰三角形性质可知,边长8、3哪一个是腰,哪一个是底.

(2)已知三角形两边,可确定三角形第三边取值范围,再根据周长是偶数,便可确定出第三边.

解 (1)根据题意,这个等腰三角形第三边是8或3,因为 $3+3<8$,所以这个等腰三角形腰长只能是8,故三角形周长是19.

(2)设第三边长为 x ,根据三角形三边关系定理得 $8-3<x<8+3$,所以 x 可取6、7、8、9、10.因为周长是偶数,所以第三边是7或9.

例2 如图3—1, BD 、 CD 分别是 $\triangle ABC$ 两个外角 $\angle EBC$ 、 $\angle FCB$ 的平分线.

求证: $\angle BDC = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$.

思路分析 已知 $\triangle ABC$ 的两个外角平分线,从而想到利用外角与内角的关系便可求解.

证明 $\because BD$ 、 CD 分别是 $\angle EBC$ 、 $\angle FCB$ 的平分线

$$\therefore \angle 1 = \frac{1}{2}\angle EBC \quad \angle 2 = \frac{1}{2}\angle FCB \quad (\text{角平分线定义})$$

$$\because \angle EBC = \angle ACB + \angle A \quad \angle FCB = \angle ABC + \angle A \quad (\text{三角形一个外角等})$$

点评

有关等腰三角形边的问题,常要分情况进行讨论:确定等腰三角形的腰和底,还要满足三角形三边关系定理;已知三角形两边可确定第三边取值范围,进而可确定周长取值范围.

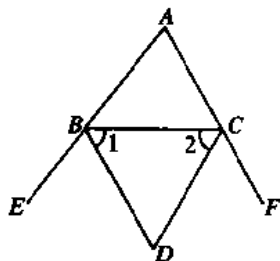


图3—1

于和它不相邻的两个内角和)

$$\therefore \angle 1 = \frac{1}{2}(\angle ACB + \angle A) \quad \angle 2 = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle A)$$

$\therefore \angle BDC = 180^\circ - (\angle 1 + \angle 2)$ (三角形三个内角和等于 180°)

$$\therefore \angle BDC = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB + 2\angle A)$$

$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A$ (三角形三个内角和等于 180°)

$$\therefore \angle BDC = 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A + 2\angle A)$$

$$\text{即 } \angle BDC = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$$

例 3 已知: 如图 3—2, $DE \parallel BF$, $DE = BF$, $AE = CF$. 求证: $AB \parallel CD$.

思路分析 欲证 $AB \parallel CD$, 需证 $\angle A = \angle C$; 要证 $\angle A = \angle C$, 可证 $\angle A$ 和 $\angle C$ 所在两个三角形全等. 利用已知条件, 找到使两个三角形全等的条件即可.

证明 $\because DE \parallel BF$

$\therefore \angle DEC = \angle BFA$ (两直线平行, 内错角相等)

$\therefore AE = CF$

$\therefore AE + EF = CF + FE$ 即

$AF = CE$

在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle CDE$ 中

$$\begin{cases} BF = DE \\ \angle DEC = \angle BFA \\ AF = CE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle CDE$ (SAS)

$\therefore \angle A = \angle C$ (全等三角形

对应角相等)

$\therefore AB \parallel CD$ (内错角相等, 两直线平行)

例 4 已知: 如图 3—3, $AB = DC$, $AC = DB$, AC 和 DB 相交于点 O .

点评

三角形两个角平分线(内角、外角)相交所成角和三角形第三个内角都存在着一种数量关系, 掌握这种数量关系有利于解决复杂题; 证明时就利用三角形内角和定理及推论即可.

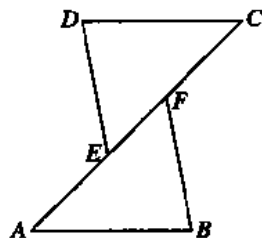


图 3—2

点评

证明两个角相等、两条边相等, 通常是证明两个角、两条边所在的两个三角形全等. 从证明结论出发, 寻找能使结论成立所需的条件. 这些条件可以是已知, 也可以是由已知根据定义、公理、定理推出的结论, 这就是常说的分析法.



求证: $OA = OD$.

思路分析 OA 与 OD 所在的两个三角形不具备全等的条件, 因此考虑添加辅助线. 添加辅助线应使已知条件 $AB = DC$, 故可充分利用 $AC = DB$. 连结 BC , 可使 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$, 再推得 $\triangle ABO \cong \triangle DCO$. 如果从结论 $OA = OD$ 看, 连结 AD , 只需证 $\angle OAD = \angle ODA$ 即可.

证明 (一) 连结 BC

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCB$ 中

$$\begin{cases} AB = DC \\ BC = CB \\ AC = DB \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCB$ (SSS)

$\therefore \angle BAC = \angle CDB$ (全等三角形对应角相等)

在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle DOC$ 中

$$\begin{cases} \angle BAO = \angle CDO \\ \angle AOB = \angle DOC \\ AB = DC \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle DOC$ (AAS)

$\therefore AO = DO$

证明 (二) 连结 AD

在 $\triangle BAD$ 和 $\triangle CDA$ 中

$$\begin{cases} BA = CD \\ AD = DA \\ BD = CA \end{cases}$$

$\therefore \triangle BAD \cong \triangle CDA$ (SSS)

$\therefore \angle CAD = \angle BDA$ (全等三角形对应角相等)

$\therefore OA = OD$ (等角对等边)

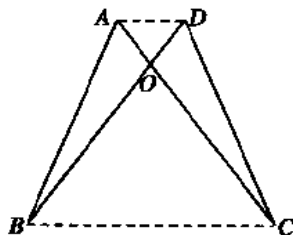


图 3—3

点评

(1) 作辅助线使题隐含的已知条件变为证明结论的根据.
(2) 证明同一个三角形两条边相等, 通常是证明这两边所对的角相等, 利用等腰三角形的性质、判定可以减少证明全等的次数.

例 5 求证: 有一条直角边及斜边上的高对应相等的两个直角三角形全等.

已知: 如图 3—4, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle A'B'C'$ 中, $\angle ACB = \angle A'C'B' = 90^\circ$, $AC = A'C'$, CD 、 $C'D'$ 分别是 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 的高, 且 $CD = C'D'$.

求证: $\text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle A'B'C'$.

思路分析 欲根据已知条件证 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle A'B'C'$ 全等, 尚缺少另一直角边或另一锐角相等的条件, 但由已知条件可证 $\text{Rt}\triangle ACD \cong \text{Rt}\triangle A'C'D'$,



从而有 $\angle A = \angle A'$ ，问题可证。

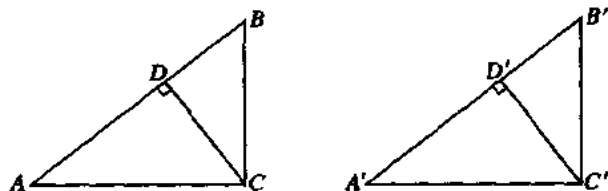


图 3—4

证明 $\because CD$ 、 $C'D'$ 分别是 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 的高

$$\therefore \angle ADC = \angle A'D'C' = 90^\circ$$

在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 和 $\text{Rt}\triangle A'D'C'$ 中

$$\begin{cases} AC = A'C' \\ CD = C'D' \end{cases}$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ADC \cong \text{Rt}\triangle A'D'C' \quad (\text{HL})$$

$$\therefore \angle A = \angle A'$$

在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 和 $\text{Rt}\triangle A'C'B'$ 中

$$\begin{cases} \angle A = \angle A' \\ AC = A'C' \\ \angle ACB = \angle A'C'B' \end{cases}$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ACB \cong \text{Rt}\triangle A'C'B' \quad (\text{ASA})$$

点评

证明直角三角形全等不一定只利用斜边、直角边公理，也可以用边角边、角边角公理及角角边推论来证。

例 6 如图 3—5， BD 是 $\angle ABC$ 的平分线， $AB = BC$ ，点 P 在 BD 上， $PE \perp AD$ ， $PF \perp CD$ ，垂足分别是点 E 、 F 。求证： $PE = PF$ 。

思路分析 欲证 $PE = PF$ ，可根据 $PE \perp AD$ ， $PF \perp CD$ 证 $\angle 1 = \angle 2$ ，而欲证 $\angle 1 = \angle 2$ ，可证 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 所在两个三角形 $\triangle ABD$ 与 $\triangle CBD$ 全等。

证明 在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CBD$ 中

$$\begin{cases} AB = CB \\ \angle ABD = \angle CBD \\ BD = BD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CBD \quad (\text{SAS})$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 \quad (\text{全等三角形对应角相等})$$

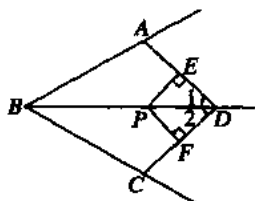


图 3—5



$\because PE \perp AD$ 于 E $PF \perp CD$ 于 F

$\therefore PE = PF$ (在角的平分线上的点到这个角的两边的距离相等)

例 7 如图 3—6, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = BC$, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线.

求证: $AC + CD = AB$.

思路分析 欲证 $AC + CD = AB$, 可以采用延长 AC 或在 AB 上截取的办法. 本题以截取为例. 在 AB 上截取 $AE = AC$, 易证 $\triangle ACD \cong \triangle AED$, 由全等得 $CD = DE$, $\angle DEB = 90^\circ$; 根据 $\angle B = 45^\circ$, 可证 $CD = DE = EB$, 问题可证. 利用角平分线的性质定理, 也可过点 D 作 $DE \perp AB$ 于 E , 可直接得到 $CD = DE$, 再证 $\triangle ACD \cong \triangle AED$ 即可.

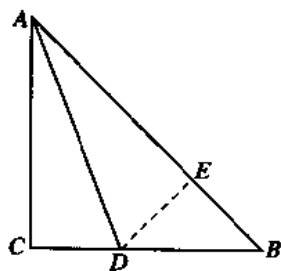


图 3—6

证明 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于 E

$\because AD$ 是角平分线 $DE \perp AB$ 于 E $DC \perp AC$ 于 C

$\therefore CD = ED$ (在角的平分线上的点到这个角的两边的距离相等)

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 和 $\text{Rt}\triangle AED$ 中

$$\begin{cases} AD = AD \\ CD = ED \end{cases}$$

$\text{Rt}\triangle ACD \cong \text{Rt}\triangle AED$ (HL)

$\therefore AC = AE$ (全等三角形的对应边相等)

$\because AC = CB$ $\angle C = 90^\circ$

$\therefore \angle B = \angle CAB = 45^\circ$

$\because \angle DEB = 90^\circ$ $\angle B = 45^\circ$

$\therefore \angle EDB = \angle B = 45^\circ$

$\therefore DE = BE = CD$

$\therefore AB = AE + BE$

$\therefore AB = AC + CD$

例 8 如图 3—7, 已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, $AB = BD$, AE 是 $\triangle ABD$ 的中线. 求证: $AC = 2AE$.

思路分析 要证 $AC = 2AE$, 可延长 AE 至 F 使 $EF = AE$, 使问题转化为

点评

证明 $PE = PF$, 也可证 $\triangle PED \cong \triangle PFD$, 但直接使用角平分线的性质更简单.

点评

证明两条线段之和等于一条线段, 通常采取的方法是在较长线段上截取一条与其中较短线段相等的线段, 或延长一条较短线段使之等于较长线段, 即“截长补短”.

要证 $AC = AF$. 若证 $AC = AF$, 可证 AC 、 AF 所在的两个三角形全等. 连结 FD , 可证明 $\triangle AFD \cong \triangle ACD$, 但缺少条件; 所缺条件可由 $\triangle EFD \cong \triangle EAB$ 提供, 结合已知条件、辅助线作法, $\triangle EFD \cong \triangle EAB$ 很容易证出.

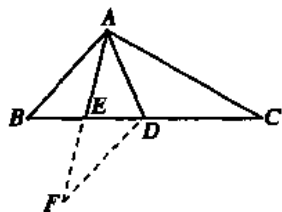


图 3—7

证明 延长 AE 至 F 使 $EF = AE$, 连结 DF

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle FDE$ 中

$$\begin{cases} BE = DE \\ \angle AEB = \angle FED \\ AE = FE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle FDE$ (SAS)

$\therefore \angle ABE = \angle FDE$ (全等三角形对应角相等)

$DF = BA$ (全等三角形对应边相等)

$\therefore BA = BD$

$\therefore \angle BAD = \angle BDA$ (等边对等角)

$\therefore \angle BAD + \angle ABE = \angle BDA + \angle FDE$

即 $\angle BAD + \angle ABE = \angle ADF$

$\therefore \angle ADC = \angle BAD + \angle ABE$ (三角形一个外角等于和它不相邻的两个内角和)

$\therefore \angle ADF = \angle ADC$

又 $\therefore DF = BA$ $BA = BD = DC$

$\therefore DF = DC$

在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle ADC$ 中

$$\begin{cases} AD = AD \\ \angle ADF = \angle ADC \\ DF = DC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADF \cong \triangle ADC$ (SAS)

$\therefore AC = AF$ (全等三角形对应边相等)

$\therefore AF = 2AE$

$\therefore AC = 2AE$

点评

证明一条线段是另一条线段的两倍, 常用的方法有:

(1) 加倍法: 作出较短线段两倍长的线段, 然后证它与较长线段相等.

(2) 截半法: 作出较长线段一半的线段, 证它与较短线段相等.

另外有关三角形的中线问题, 常延长中线使所得线段是中线的 2 倍, 这是解决中线问题的常用方法.



例9 如图3-8(1), 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 在 AB 上取点 D , E 是 AC 延长线上一点, 且 $BD=CE$, 连结 DE 交 BC 于点 F . 求证: $DF=FE$.

思路分析 欲证 $DF=EF$, 需有相应的条件, 而 DF 和 EF 既不是同一个三角形的两条边, 且 DF 和 EF 所在两个三角形又不具备全等的条件, 所以需要作辅助线, 使 DF 和 EF 处于新的三角形, 并使之全等. 可过点 D 作 $DG \parallel AC$ 交 BC 于 G 点, 易证 $DB=DG$; 再证 $\triangle DGF \cong \triangle ECF$, 进而证得 $DF=EF$.

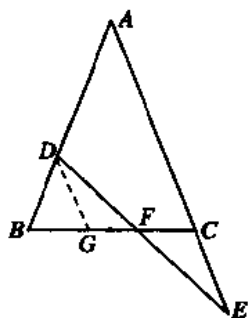


图3-8(1)

证明 如图3-8(1), 过点 D 作 $DG \parallel AC$ 交 BC 于点 G

$$\because AB=AC$$

$$\therefore \angle ACB = \angle B \quad (\text{等边对等角})$$

$$\because DG \parallel AC$$

$$\therefore \angle DGB = \angle ACB \quad (\text{两直线平行, 同位角相等})$$

$$\therefore \angle B = \angle DGB$$

$$\therefore DB = DG \quad (\text{等角对等边})$$

$$\because DB = CE$$

$$\therefore DG = EC$$

$$\because DG \parallel AC$$

$$\therefore \angle GDF = \angle CEF$$

在 $\triangle DGF$ 和 $\triangle ECF$ 中

$$\begin{cases} \angle GDF = \angle CEF \\ \angle DFG = \angle EFC \\ DG = EC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DGF \cong \triangle ECF \quad (\text{AAS})$$

$$\therefore DF = EF \quad (\text{全等三角形对应边相等})$$

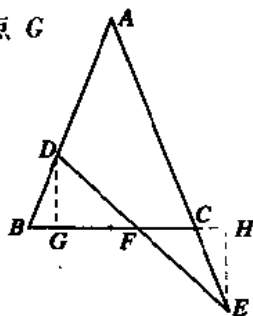


图3-8(2)

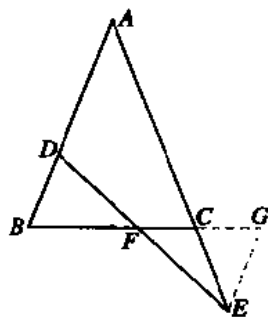


图3-8(3)

点评

本题辅助线还有以下作法:

(1) 如图3-8(2)过点 D 作 $DG \perp BC$ 于 G , 过点 E 作 $EH \perp BC$ 交 BC 延长线于点 H ;

(2) 如图3-8(3)过点 E 作 $EG \parallel AB$ 交 BC 延长线于点 G .

这几种作法关键是构造出以要证的两条线段为边的两个三角形全等.



例 10 如图 3—9, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB = 3\text{cm}$, $BC = 4\text{cm}$, $CD = 12\text{cm}$, $AD = 13\text{cm}$, $\angle B = 90^\circ$. 求四边形 $ABCD$ 面积.

思路分析 由于这个四边形是不规则四边形, 不能直接求出其面积, 可连结 AC , 将这个四边形分成两个三角形, 再分别求出它们的面积. 由已知条件易求出 $\triangle ABC$ 的面积, 再根据勾股定理求出 AC 的长度, 由勾股定理的逆定理可判断 $\triangle ACD$ 是直角三角形, 其面积可求.

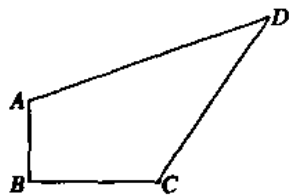


图 3—9

解 连结 AC , 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 3$, $BC = 4$

根据勾股定理 $AC^2 = AB^2 + BC^2$

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$\therefore AC^2 + CD^2 = 5^2 + 12^2 = 169 = 13^2 = AD^2$$

$$\therefore \angle ACD = 90^\circ$$

$$\therefore S_{\text{四边形 } ABCD} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ACD}$$

$$= \frac{1}{2}AB \cdot BC + \frac{1}{2}AC \cdot CD$$

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 + \frac{1}{2} \times 5 \times 12$$

$$= 36(\text{cm}^2)$$

答: 这个四边形面积是 36cm^2 .

点评

求不规则四边形面积通常通过作辅助线将不规则图形转化为若干个规则图形, 要注意所给条件和欲求的结论.

实践题

例 1 在足球比赛中, 队员带球获得“单刀球”时, 沿一条直线尽力向球门 AB (如图 3—10) 冲近, 越接近球门射门的角度 (射球点与两球门柱夹角) 就越大, 你能说明为什么吗?

思路分析 点 D 比点 C 射门角度大, 就证明 $\angle ADB > \angle ACB$. 在学过的知识中, 只有三角形外角和内角有不等关系, 因此可作辅助线构造外角. 延长 AD 交 BC 于点 E , 问题易证.

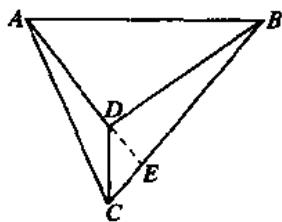


图 3—10

解 设球员由 C 点尽力向球门 D 点冲近, 越接近球门射门的角度越大,



理由是延长 AD 交 BC 于点 E

$\therefore \angle AEB$ 是 $\triangle AEC$ 一个外角

$\therefore \angle AEB > \angle ACB$ (三角形外角大于任何一个和它不相邻的内角)

同理 $\angle ADB > \angle AEB$

$\therefore \angle ADB > \angle ACE$

即 延 CD 冲向球门, 射门角度越大.

点评

这是足球比赛中包含的一个简单的几何问题, 解决这类问题的关键在于把实际问题转化为几何问题. 同时需要说明的是, 射门地点的选择还跟其他知识有关, 这里只涉及到射门角度大小的问题.

例 2 如图 3—11, 某同学把一块三角形的玻璃打碎成了三块, 现在要到玻璃店去配一块完全一样的玻璃, 应带哪一块?

思路分析 带哪一块去玻璃店是由这块玻璃所保留的原三角形的若干元素决定的, 即哪一块所含的原三角形的边和角能够保证按此作一个与原三角形全等的三角形.

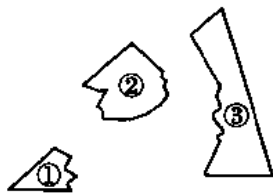


图 3—11

答 应带第③块去, 因为第③块

含有原三角形两个角和它们的夹边. 已知两角和它的夹边可以判定两个三角形全等, 因此按第③块的两个角和它们的夹边可作出新三角形.

点评

这是根据三角形全等判定方法来解决实际生活中的小问题的问題. 在生活中要学会用数学方法来解决实际问题, 以求选择最优方法.

例 3 有一条“之”字形道路 $ABCD$ (如图 3—12), 其中 $AB \parallel CD$, 在 BC 中点处有一车站 F , 车站 E 在 AB 上距 B 点 3 千米处, 现欲在 CD 上建一车站 G 并使 E 、 F 、 G 三点在一直线上. 问 G 点距 C 点多远, 并说明理由.

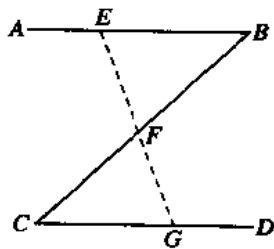


图 3—12

思路分析 假设 E 、 F 、 G 三点在一条直线, 易证 $\triangle EFB \cong \triangle GFC$, 并可得 $CG = BF = 3$ 千米; 再证当 $BE = CG$ 时, $\angle EFG = 180^\circ$, 即 E 、 F 、 G 三点在一条直线上即可.

解 点 G 距 C 3 千米, 理由:

连结 EF 、 FG

$\therefore AB \parallel CD$



$$\therefore \angle B = \angle C$$

在 $\triangle EBF$ 和 $\triangle GCF$ 中

$$\begin{cases} BE = CG \\ \angle B = \angle C \\ CF = BF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle EBF \cong \triangle GCF \quad (\text{SAS})$$

$$\therefore \angle EFB = \angle GFC$$

$$\therefore \angle EFB + \angle EFC = 180^\circ$$

$$\therefore \angle EFC + \angle GFC = 180^\circ$$

$\therefore E, F, G$ 三点在一直线上

点评

本题是在假定 E, F, G 三点在一直线上的情况下确定 CG 的长的，但实质上还是利用了三角形全等的判定方法来解决实际问题的。

例 4 如图 3—13，马路 EF 与 MN 在 O 点处交会，且 $\angle MOE = 30^\circ$ ，点 A 处有一所学校， $OA = 160$ 米。假设汽车行驶时周围 100 米以内会受到噪声污染，那么汽车以 60 千米/小时在公路 MN 上沿 OM 方向行驶时，学校是否会受到影响？请说明理由，并计算受到影响的时间。

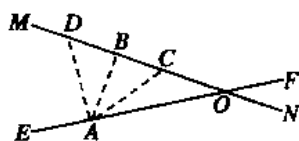


图 3—13

思路分析 学校是否受到影响取决于点 A 到 OM 的距离，点 A 到 OM 的距离小于或等于 100 米时学校能受影响，反之则不受影响。过点 A 作 $AB \perp OM$ 于点 B ，在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中易求 AB 的长为 80 米，显然学校受到噪声影响。要求受影响时间，就需求汽车影响学校这段时间所走过的路程：设开始影响在 C 点，结束影响时为 D 点，求出 CD 长即可。

解 过点 A 作 $AB \perp OM$ 于 B ，在 $\text{Rt}\triangle OBA$ 中

$$\therefore \angle BOA = 30^\circ \quad OA = 160 \text{ 米}$$

$$\therefore AB = \frac{1}{2} OA = 80 \text{ 米} \quad (\text{在直角三角形中，如果一个锐角等于 } 30^\circ, \text{ 那么它所对的直角边等于斜边的一半})$$

$\therefore$ 点 A 到公路 MN 的距离小于 100 米

$\therefore$ 这所学校会受到噪声的影响

设汽车开始影响在 C 处，到 D 处时结束对学校影响

则 $AC = AD = 100$ 米

$$\text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle ABD \quad (\text{HL})$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ABC \text{ 中, } \angle ABC = 90^\circ \quad AC = 100 \quad AB = 80$$





根据勾股定理 $BC^2 = AC^2 - AB^2$

$$\begin{aligned}\therefore BC &= \sqrt{AC^2 - AB^2} \\ &= \sqrt{100^2 - 80^2} \\ &= 60\end{aligned}$$

$$\therefore CD = 120 \text{ 米} = 0.12 \text{ 千米}$$

$$\text{汽车影响学校时间为 } \frac{0.12}{60} = 0.002$$

$$(\text{小时}) = 7.2 (\text{秒})$$

答：学校会受到影响，影响时间为 0.002 小时(7.2 秒)。

例 5 如图 3—14，一架 5 米长的消防梯子斜靠在一竖直的墙 AC 上，梯足到墙底端 C 的距离为 3 米，如果梯足内移 1.6 米，则梯子顶端沿墙垂直上移多少米？

思路分析 梯子顶端沿墙垂直上移距离是 AA_1 的长，求 AA_1 的长需求 A_1C 、 AC 的长， AC 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中可求， A_1C 可在 $\text{Rt}\triangle A_1B_1C$ 中求出。

解 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中

$$\angle ACB = 90^\circ \quad AB = 5 \quad BC = 3$$

根据勾股定理 $AC^2 = AB^2 - BC^2$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

在 $\text{Rt}\triangle A_1B_1C$ 中

$$A_1B_1 = 5 \quad B_1C = BC - BB_1 = 3 - 1.6 = 1.4$$

根据勾股定理 $A_1C^2 = A_1B_1^2 - B_1C^2$

$$\therefore A_1C = \sqrt{A_1B_1^2 - B_1C^2} = \sqrt{5^2 - 1.4^2} = 4.8$$

$$\therefore A_1A = A_1C - AC$$

$$\therefore A_1A = 4.8 - 4 = 0.8 (\text{米})$$

答：梯子顶端沿墙垂直上移距离是 0.8 米。

例 6 如图 3—15，一辆汽车在直线形的公路 AB 上由 A 向 B 行驶，M、N 分别是位于公路两侧的村庄。

(1) 设汽车行驶到公路 AB 上点 P 位置时距离村庄 M 最近，行驶到点 Q 位置时距离村庄



点评 数学研究的目的是正确认识现实世界中客观存在的数量规律，并将纯数学规律正确、灵活地运用于实际问题之中，此题便是最好的例证。

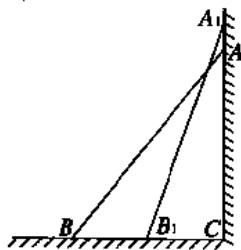


图 3—14



点评 例 4、例 5 都是应用解直角三角形的知识来解决实际问题，其关键是把实际问题抽象成数学问题，把实际问题中的已知条件与未知条件归结到某个直角三角形中来解决，在解题时要重视运用数形结合的思想方法。

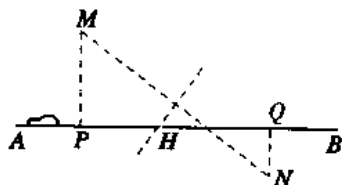


图 3—15