舒贤林 范书学 李西平 编

信号与系统
学习指导书

11

中央广播电视大学出版社

前　　言

本书是为配合中央广播电视大学信号与系统课程而编写的学习指导书。

本书分两部分，第一部分为学习指导，第二部分是实验。

学习指导部分的编排顺序与教材一致。内容除包括内容提要，基本要求外，还附有相当数量的练习题及题解，其目的是帮助学生巩固所学的知识，掌握正确的解题思路和解题方法。

培养实验技能是提高学生分析问题与解决问题能力的重要手段，而实验技能的培养又是建筑在基本理论的理解上。为此，在实验部分所列出各实验的简述中，对与该实验内容有关的基本理论问题又作了概括的说明，学生在实验前的预习中务求充分理解。

本书不仅是学生学习本课程的主要参考书，亦可作为辅导教师贯彻本课程的教学要求和组织辅导课的依据。

本书学习指导部分第五、六、七章由舒贤林教授(北京邮电学院)编写，第四章及实验部分由范书学同志(北京邮电学院)编写，第一，第二章由李西平同志(中央电大)编写。全书由舒贤林教授主编，成都电讯工程学院黄香馥教授审阅。

由于编者水平所限，不当之处在所难免，恳请广大读者和教师予以指正。

编　者

目　　录

第一部分　信号与系统学习指导

第二部分　信号与系统实验

第一部分　信号与系统学习指导

第一章　时间信号与线性时不变系统

一、内容提要

(一)信号和系统

信号是运载信息(如语言、音乐、图象、数据等)的工具，它是带有信息的一种随时间变化的物理量。

系统是产生、传输、处理信号的实体，如通信系统、计算机系统等。

一个系统可分解为若干互相影响的子系统。

系统和系统之间通过信号来联系，信号在系统之间及系统内部流通。

(二)建立数学模型的意义

尽管信号分为电的、光的、声的、机械的等等，但只要与之对应的产生、传输、处理这些信号的系统的数学模型相同，那么从本质上看，它们就具有相同的运动特性。因此，用数学模型来分类，更便于从理论上对信号和系统进行分析和研究，这也正是本课程的特点之一。

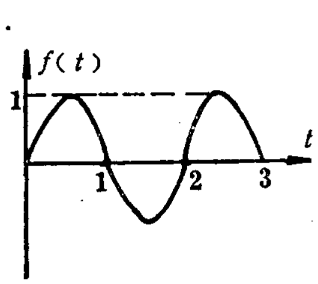
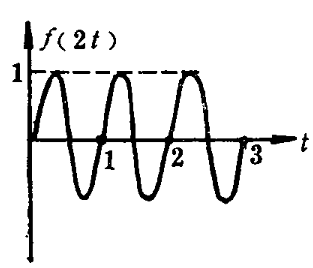
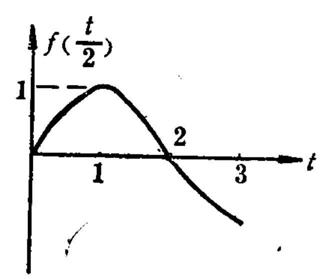
系统的数学模型根据物理定律和具体条件来建立，它表征系统的特性。

(三)连续信号和离散信号

要把连续信号和模拟信号区别开：连续信号的时间变量必须是连续变化的，至于幅值可以是连续变化的，也可以是恒定不变的且带有间断点(如矩形波的边沿)的。我们过去曾接触过的模拟信号指的是时间变量和幅值都必须是连续变化的信号。

离散信号的时间变量不是连续变化的，信号值仅在某些时刻确定，因此离散信号可用数字序列表示。

表1-1

$\sin\pi t$	$\sin 2\pi t$	$\sin\frac{\pi}{2}t$
		

(四)信号持续时间的压缩和扩展

信号函数：$f(t)=\sin \pi t$

把时间常数t乘以2(见表1-1中图)，那么在相同的时间间隔内，正弦信号的变化速率就加快了1倍，也就是信号的持续时间变短了，所以波形被压缩了。

把时间常数t乘以1/2(见表1-1右图)，那么在相同的时间间隔内，正弦信号的变化速率就减慢为原速率的1/2，也就是信号的持续时间变宽了，所以波形被扩展了。

结论：时间变量t乘以一个大于1或小于1的正常数，决定了信号波形是压缩或是扩展。

(五)信号波形的时移、倒置和比例改变

掌握信号的波形变换是学习本课程的基本功之一，这种通过一步步运算作图来进行波形变换的方法具有直观、实用的特点。

时移、倒置和比例改变的先后次序可任意排列，在下面的示意图中，分别以每个步骤为先，顺然后逆绕行一周，这样可得6种途径。

一般常用两种途径：

时移⟶倒置⟶比例改变

比例改变⟶倒置⟶时动

应理解：信号的倒置是不能用物理系统来实现的，因为事物的因果关系是不能倒置的。

(六)线性时不变系统

线性时不变系统是我们主要要研究的系统，必须从本质上认清线性与非线性，时变与时不变的不同：

1. 线性与非线性

一个系统当且仅当具备了齐次性和可加性就是线性系统。

一般情况下，符合可加性条件的系统同时也具有齐次性。因此，可以认为：一个系统为线性的必要条件是满足可加性，即适用于迭加定理。对于物理系统可首先检验可加性来判别它是否为线性。

一提线性自然会想到直线，实际上许多输入输出附合直线关系的系统并非是线性系统。图1-1-1中的直线A由线性方程

$$g(t)=af(t)+b$$

所确定。我们考虑迭加性，如果输入一个信号是$f_1(t)$，相应的输出应是$g_1(t)=af_1(t)+b$。同样，输入的是$f_2(t)$，相应的输出是$g_2(t)=af_2(t)+b$。如果输入信号是$f_1(t)+f_2(t)$，相应的输出是$a[f_1(t)+f_2(t)]+b$，它与$g_1(t)+g_2(t)=a[f_1(t)+f_2(t)]+2b$不等。这就是说，虽然$f(t)$和$g(t)$的关系是用直线方程表示的，但该系统不是线性系统。

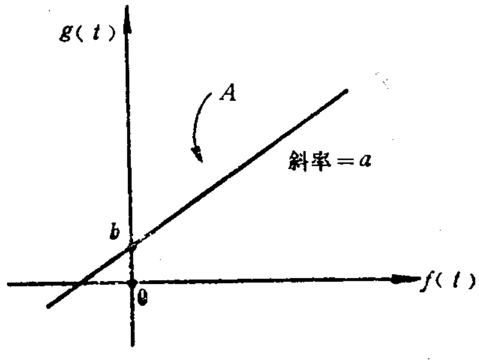


图 1-1-1

不满足可加性或齐次性的系统是非线性系统。

应理解：所谓的线性系统，往往是指在一定条件下，可近似地看作线性的系统。绝对的线性系统是不存在的。

2. 时变与时不变

在一个系统中，若所有系统参数均不随时间而改变，则不论它们是线性的还是非线性的，

这个系统都属于时不变系统，否则就是时变系统。

显然，对于时不变系统，输出函数的图形只取决于输入函数的图形，与输入函数的作用时间无关。

下面两式是我们十分熟悉的方程式

$$\frac{d^n y}{dt^n}+a_{n-1}\frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}}+\cdots+a_1\frac{dy}{dt}+a_0 y$$
$$=b_m\frac{d^m f}{dt^m}+\cdots+b_1\frac{df}{dt}+b_0 f(t) \qquad (1\text{-}6\text{-}1)$$

$$L\frac{di}{dt}+R(t)i(t)=f(t) \qquad (1\text{-}6\text{-}2)$$

式(1-6-1)中的所有系数a_i和b_i都是常数，所以此式描述的系统是时不变系统。

式(1-6-2)中有一个系数$R(t)$，它是随时间变化的，所以式(1-6-2)描述的系统是时变系统。

（七）冲激函数的引出

某些物理现象，如力学中瞬间作用的冲击力，电学中的雷击电闪、信号分析中的冲激等，若确切地用一个时间极短，取值极大的数学模型来描述它们显然是困难的，冲激函数就是以这类实际问题为背景而引出的。

冲激函数不是一个普通数学意义上的函数，因为通常函数是定义在每一个t值上的。冲激函数是一个具有无穷大振幅和零持续时间的脉冲，它是象点电荷、点质量那样的一种抽象，它在客观世界中是不可能实现的。

冲激函数的定义：

$$\begin{cases}\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)dt=1\\ \delta(t)=0 \qquad t\neq 0\end{cases}$$

冲激函数是一类应用广泛的重要函数，在卷积运算、付氏变换及系统分析中，利用它不仅可以简化许多结论的导出，而且还可大大简化实际运算。

（八）冲激函数的另一种定义

在前面的讨论中，冲激函数是通过积分形式来定义的。实际上，在客观世界中，只要一个物理量集中在时间或空间的一极小区间内，它的积分值可根据求极限方法预先确定，那么这个物理量就可看作冲激函数。因此，冲激函数还可定义为规则函数的极限。

除了抽样函数以外，三角脉冲、指数函数、钟形函数它们的极限也是冲激函数。下面将这四种函

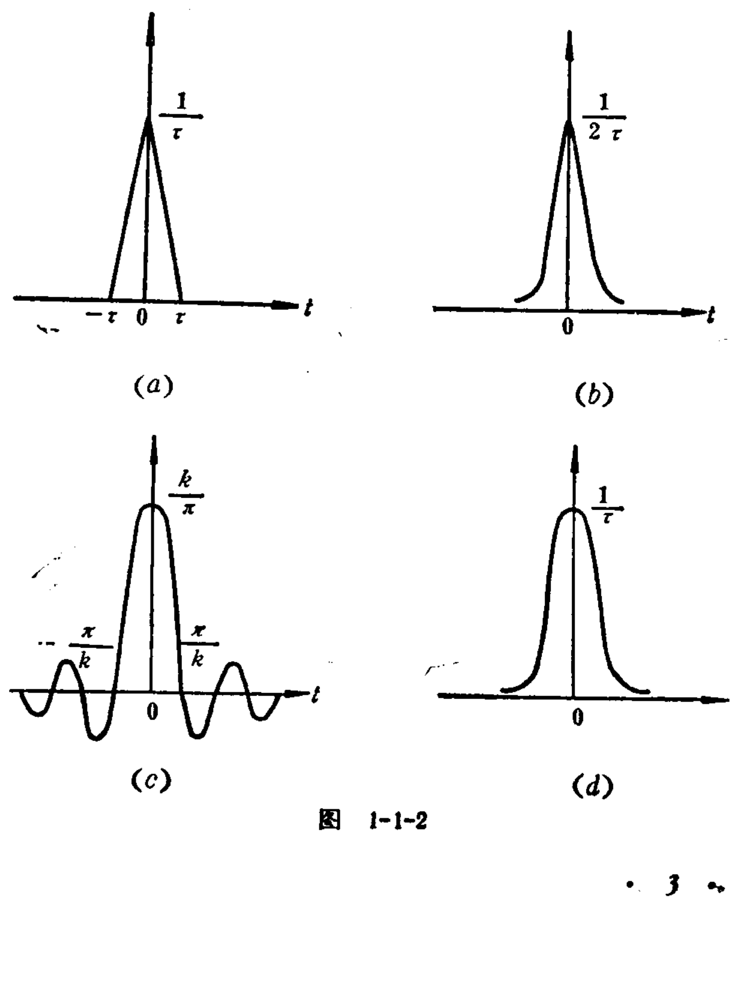


图 1-1-2

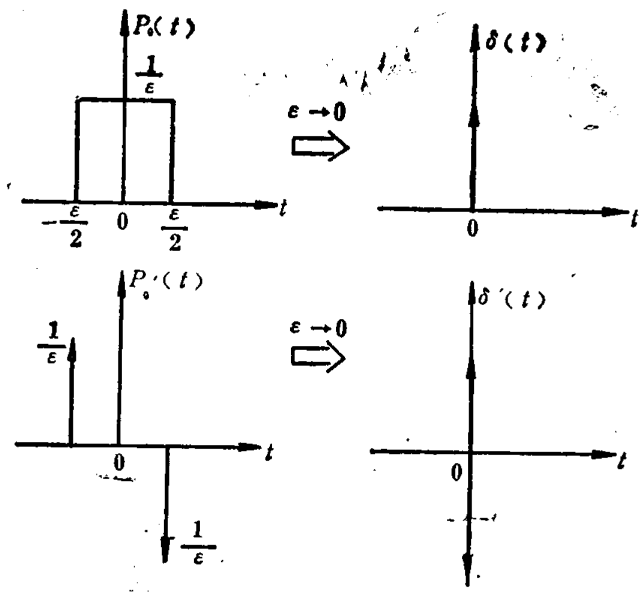


图 1-1-3

数的波形示出，如图1-1-2。注意：这些曲线与横轴所包围的面积均为1。

(九)二次冲激函数

前已提及，冲激函数$\delta(t)$可通过规则函数求极限来得到。同理二次冲激函数$\delta^{(1)}(t)$可通过规则函数的导数求极限来得到。图1-3示出了这一过程。

矩形脉冲函数的导数是一个在$t=-\frac{\varepsilon}{2}$时出现的、强度为$\frac{1}{\varepsilon}$的正向冲激和一个在$t=\frac{\varepsilon}{2}$时出现的，强度为$\frac{1}{\varepsilon}$的反向冲激。当脉冲宽度ε趋于零时，$P_0'(t)$的极限便为$\delta^{(1)}(t)$。

(十)冲激函数的几个重要性质

1. $\delta(t)$与单位阶跃函数$u(t)$的关系

冲激函数的积分等于阶跃信号

$$\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)d\tau=u(t)$$

阶跃信号的导数等于冲激函数

$$\frac{d}{dt}u(t)=\delta(t)$$

2. 筛选特性

若一函数$f(t)$与$\delta(t)$相乘，如果$f(t)$在$t=0$处连续，则有

$$f(t)\delta(t)=f(0)\delta(t)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta(t)dt=f(0)$$

显然，对于在任意时刻t_0出现的冲激$\delta(t-t_0)$，如果$f(t)$在t_0处连续，则有

$$f(t)\delta(t-t_0)=f(t_0)\delta(t-t_0)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta(t-t_0)dt=f(t_0)$$

因此，若t_0连续地变化就能筛选出$f(t)$的每一时刻的值。

3. $\delta(t)$函数的奇偶性

$\delta(t)$是偶函数，即

$$\delta(-t)=\delta(t)$$

$\delta^{(1)}(t)$是奇函数，即

$$\delta^{(1)}(-t)=-\delta^{(1)}(t)$$

4. $\delta(t)$的高阶导数

把$\delta(t)$的n阶导数记为$\delta^{(n)}(t)$，则有

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta^{(n)}(t)dt=(-1)^n f^n(0)$$

由于$n=1$，$n=2$这两种情况在积分计算中常会用到，故列出

$$n=1 \qquad \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta^{(1)}(t)dt=-f^{(1)}(0)$$

$$n=2 \qquad \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta^{(2)}(t)dt=f^{(2)}(0)$$

此外，二次冲激的另一个性质也是在今后经常用到的，即

$$f(t)\delta^{(1)}(t)=f(0)\delta^{(1)}(t)-f^{(1)}(0)\delta(t)$$

二、基本要求

(一)掌握信号的波形变换(包括压缩、扩展、移动、倒置、比例改变等)。

(二)能够根据给出的输入信号和输出信号的关系式来判断系统是否为线性时不变系统。

(三)能够根据给出的时间函数式画出相应的图形。

(四)理解冲激信号及其各阶导数的性质，并能熟练运用其作积分运算。

三、练习题及题解

(一)练习题

1．已知连续时间信号$f(t)$，如图1-3-1所示，试分别绘出下列各信号的波形

(1) $f(1-t)$

(2) $f(2t+2)$

(3) $f\left(2-\frac{t}{3}\right)$

(4) $[f(t)+f(2-t)]u(1-t)$

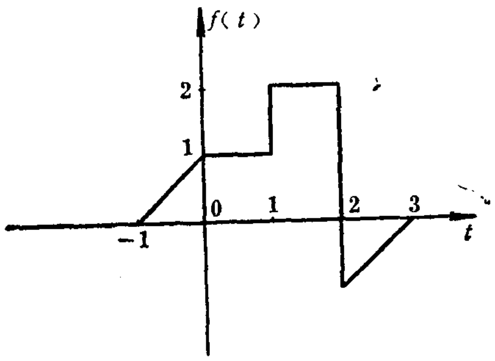


图 1-3-1

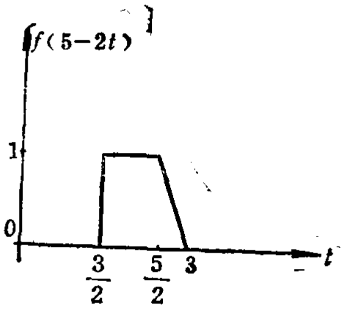


图 1-3-2

2．已知信号$f(5-2t)$的波形如图1-3-2所示，试绘出$f(t)$的波形。

3．试画出下列各函数式的波形图

(1) $f(t)=(3-e^{-t})u(t)$

(2) $f(t)=e^{-t}\cos 10\pi t[u(t-1)-u(t-2)]$

(3) $f(t)=u(t^2-1)$

(4) $f(t)=\frac{d}{dt}[e^{-t}\cos t u(t)]$

4．设$f(t)$和$g(t)$分别为系统的激励和响应，试根据以下给定的输入和输出的关系确定系统是否为线性时不变系统。

(1) $g(t)=e^{f(t)}$

(2) $g(t)=t^2f(t)$

(3) $g(t)=f(t-a)$

(4) $g(t)=f(t-1)-f(1-t)$

(5) $g(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ f(t)+f(t-100) & t\geqslant 0\end{cases}$

5. 对于图1-3-3所示的RC电路，能否作为线性系统来确定$i(t)$和$v(t)$间的关系？

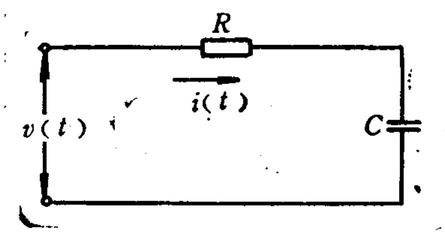


图 1-3-3

6. 利用冲激信号及各阶导数的性质，计算下列各式：

(1) $f(t)=e^{-5t-1}\delta(t)$

(2) $f(t)=\dfrac{d}{dt}[e^{-3t}\delta(t)]$

(3) $f(t)=\displaystyle\int_{-\infty}^{t}e^{-2t}\delta^{(1)}(\tau)d\tau$

(4) $f(t)=\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}e^{-5t}\delta^{(2)}(t)dt$

(5) $f(t)=\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t^2-9)dt$

(二)题解

1. 解

(1) 采取先位移后倒置的方法 即

$$f(t)\to f(t+1)\to f(-t+1)$$
$$(f(1-t)=f(-t+1))$$

$f(1-t)$波形见图1-3-4(a)

(2) 采取先比例压缩后位移的方法，即

$$f(t)\to f(2t)\to f(2t+2)$$

由于$f(2t+2)=f[2(t+1)]$，所以将原波形$f(t)$压缩 2 倍后再左移过 1 。$f(2t+2)$波形见图1-3-4(b)。

(3) 采取先比例扩展，然后倒置、位移，即

$$f(t)\to f(t/3)\to f(-t/3)\to f(2-t/3)$$

$f(2-t/3)$的波形见图1-3-4(c)。

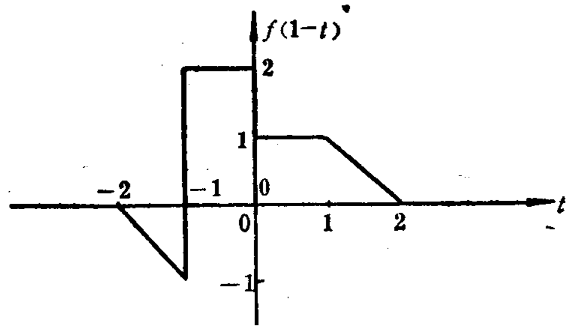
(4) 此小题既包括信号的相加，又包括信号的相乘。此题看起来较难，实际上只要一步步仔细推演下去就可得到正确的答案。过程如下：

$$\begin{array}{ccccc} f(t) & & & & u(1-t)\\ & \searrow^{\text{相加}} & & & \downarrow{\scriptstyle\text{相乘}}\\ f(2-t) & \longrightarrow & f(t)+f(2-t) & \longrightarrow & [f(t)+f(2-t)]u(1-t)\end{array}$$

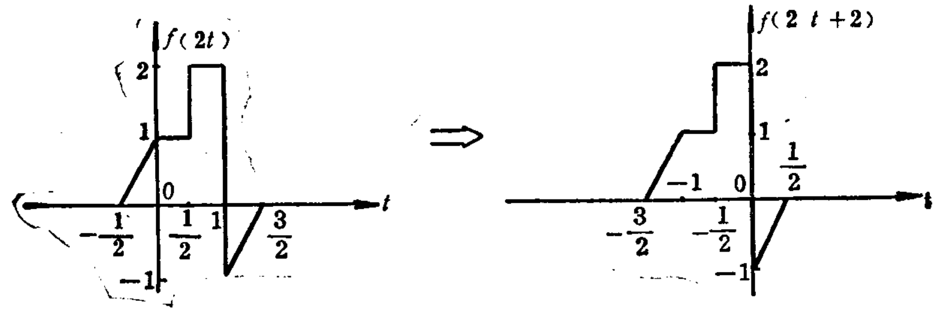
$[f(t)+f(2-t)]u(1-t)$的波形见图1-3-4(d)。

2. 解

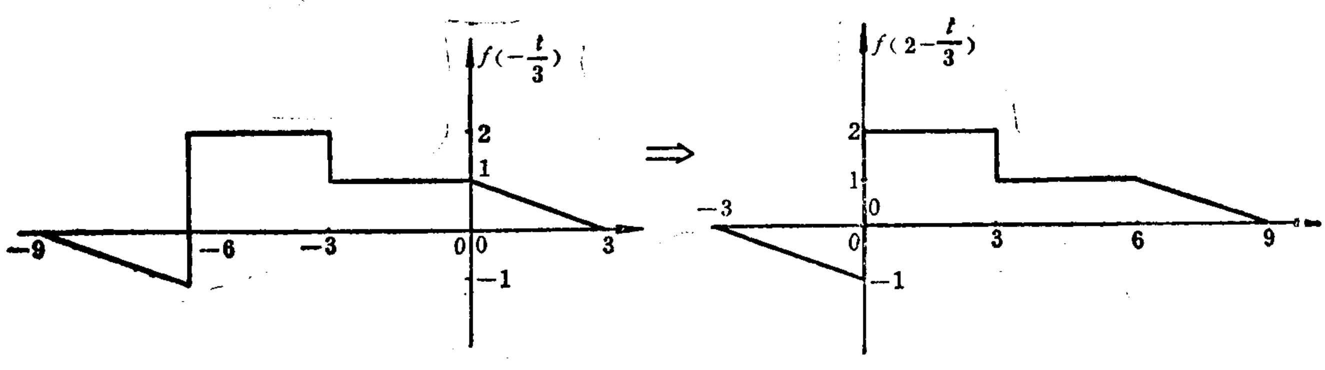
此题已给出的信号波形是脱离原点的，在变换中要注意新变量与旧变量变换的关系。



(a)



(b)



(c)

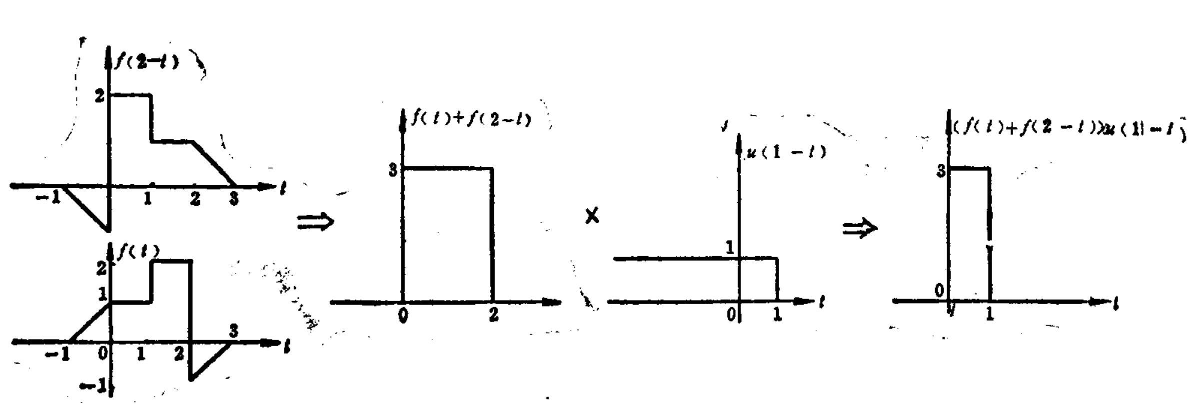


图 1-3-4

我们采取先位移，然后倒置、扩展，即

$$f(5-2t)\rightarrow f(-2t)\rightarrow f(2t)\rightarrow f(t)$$

位移：由于有

$$\left[5-2\left(t+\frac{5}{2}\right)\right]=-2t$$

所以在 $f(5-2t)$ 中以 $t+\frac{5}{2}$ 代替变量 t 即可求得 $f(-2t)$，这表明将 $f(5-2t)$ 波形左移5/2就得到 $f(-2t)$ 的波形，见图1-3-5(*a*)。

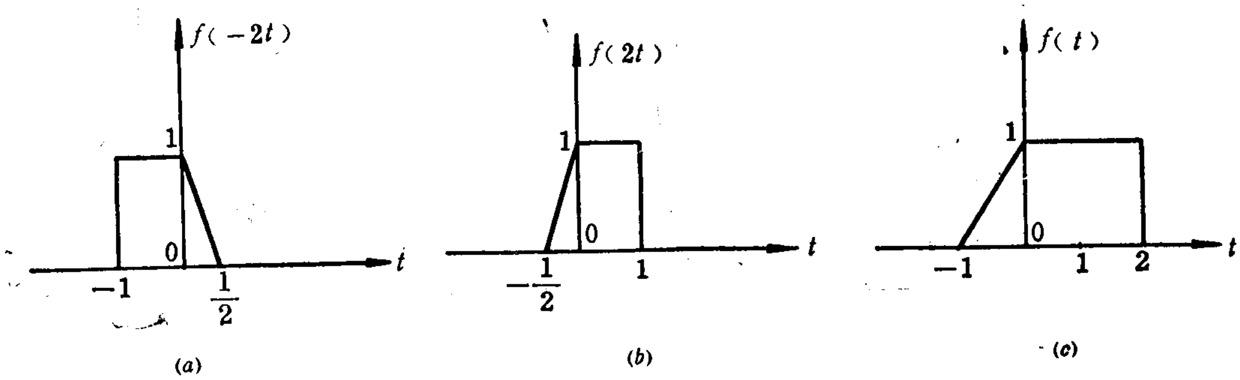


图 1-3-5

倒置：在 $f(-2t)$ 中以 $-t$ 代替变量 t 就得到 $f(2t)$，见图1-3-5(*b*)。

扩展：将 $1/2t$ 代替 $f(2t)$ 中的变量 t，就得到 $f(t)$，它是把 $f(2t)$ 的波形扩展了两倍，见图1-3-5(*c*)。

3．解

描绘信号波形也是本课程的一项基本功。描绘时要牢牢地抓住信号的基本特性，首先确定出信号的初值、终值。

(1) $u(t)$ 决定了起点，而当 $t=0$ 时，函数式的值应为 2 。随着 t 的增大，函数值逐渐趋近 3 。波形示于图1-3-6(*a*)。

(2) $u(t-1)-u(t-2)$ 确定了波形变化范围在 $t=1\sim2$ 间。由于 $\cos 10\pi t$ 的周期是 1/5，所以 $f(t)$ 在区间(1～2)内应有 5 个按指数衰减的余弦波形。波形示于图1-3-6(*b*)。

(3) 根据单位阶跃信号的特性，当 $(t^2-1)>0$ 时，$u(t^2-1)=1$，当 $(t^2-1)<0$ 时，$u(t^2-1)=0$。因此有

$$u(t^2-1)=\begin{cases}1 & |t|>1\\ 0 & |t|<1\end{cases}$$

波形示于图1-3-6(*c*)。

(4) 此题略复杂一些，为此让我们先复习一下冲激信号 $\delta(t)$ 的两个性质。单位阶跃信号与冲激信号有如下关系

$$\frac{d}{dt}u(t)=\delta(t)$$

据筛选特性，有

$$f(t)\delta(t)=f(0)\delta(t)$$

这样我们将函数式计算如下

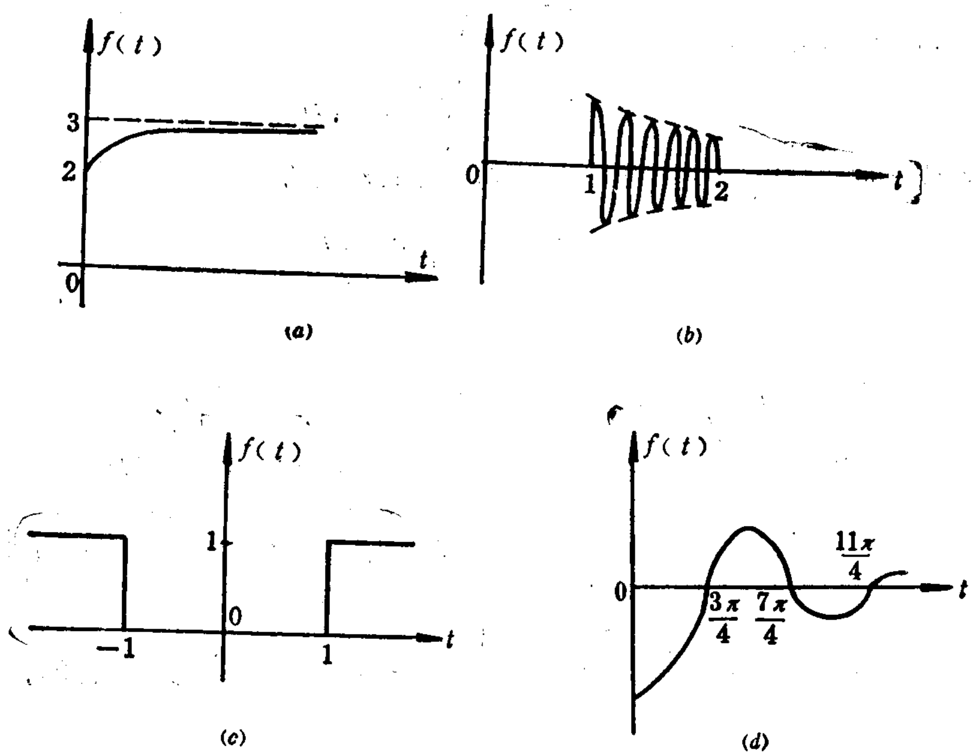


图 1-3-6

$$f(t)=\frac{d}{dt}[e^{-t}\cos t u(t)]$$
$$=-e^{-t}[\cos t+\sin t]u(t)+e^{-t}\cos t\delta(t)$$

上式右端第一项中的$\cos t+\sin t=\sqrt{2}\cos\left(t-\frac{\pi}{4}\right)$，第二项$e^{-t}\cos t\delta(t)=\delta(t)$（据筛选特性），最后

$$f(t)=-\sqrt{2}e^{-t}\cos\left(t-\frac{\pi}{4}\right)u(t)+\delta(t)$$

波形示于图1-3-6(d)，请注意$\delta(t)$在零点处是如何体现的。

4．解

因教材中已给出较多的例题，故仅第(1)小题给予较详细的分析，其余直接给出答案。

(1) 设$g_1(t)=e^{f_1(t)}$，$g_2(t)=e^{f_2(t)}$

而
$$g_1(t)+g_2(t)\neq e^{f_1(t)+f_2(t)}$$
且
$$ag_1(t)\neq e^{af_1(t)}$$
故为非线性的。

当$f_2(t)=f_1(t-t_0)$时，$g_2(t)=e^{f_1(t-t_0)}$，而$g_1(t-t_0)=e^{f_1(t-t_0)}$，所以
$$g_2(t)=g_1(t-t_0)$$
故为时不变的。

(2) 线性时变系统；

(3) 线性时不变系统；

(4) 线性时变系统；

(5) 线性时变系统。

5．解

解：先列写电压方程式：

$$v(t)=Ri(t)+\frac{1}{c}\int_0^t i(\tau)d\tau$$

然后设对系统施加两个输入$i_1(t)$和$i_2(t)$，则相应的输出为

$$v_1(t)=Ri_1(t)+\frac{1}{c}\int_0^t i_1(\tau)d\tau$$

$$v_2(t)=Ri_2(t)+\frac{1}{c}\int_0^t i_2(\tau)d\tau$$

若施加于系统的输入为$ai_1(t)+bi_2(t)$，则输出为

$$\begin{aligned}v(t)&=R[ai_1(t)+bi_2(t)]+\frac{1}{c}\int_0^t[ai_1(\tau)+bi_2(\tau)]d\tau\\&=a\left[Ri_1(t)+\frac{1}{c}\int_0^t i_1(\tau)d\tau\right]+b\left[Ri_2(t)+\frac{1}{c}\int_0^t i_2(\tau)d\tau\right]\\&=av_1(t)+bv_2(t)\end{aligned}$$

显然系统是线性的，即是说作为线性系统来确定$i(t)$和$v(t)$的关系是可行的。

6．解

(1) 由于$f(t)\delta(t)=f(0)\delta(t)$，则

$$\begin{aligned}f(t)&=e^{-5t-1}\delta(t)\\&=e^{-1}\delta(t)\end{aligned}$$

(2) 我们先将函数微分，然后再求解：

$$\begin{aligned}f(t)&=\frac{d}{dt}[e^{-3t}\delta(t)]\\&=\frac{d}{dt}[e^{-3t}]\delta(t)+\frac{d}{dt}[\delta(t)]e^{-3t}\\&=-3e^{-3t}\delta(t)+e^{-3t}\delta^{(1)}(t)\\&=-3\delta(t)+\delta^{(1)}(t)+3\delta(t)\\&=\delta^{(1)}(t)\end{aligned}$$

上面计算中运用了二次冲激的一条性质，即

$$f(t)\delta^{(1)}(t)=f(0)\delta^{(1)}(t)-f^{(1)}(0)\delta(t)$$

(3) $$\begin{aligned}f(t)&=\int_{-\infty}^{t}e^{-2\tau}\delta^{(1)}(\tau)d\tau\\&=\int_{-\infty}^{t}[\delta^{(1)}(\tau)+2\delta(\tau)]d\tau\\&=\delta(\tau)+2u(t)\end{aligned}$$

(4) $$\begin{aligned}f(t)&=\int_{-\infty}^{\infty}e^{-5t}\delta^{(2)}(t)dt\\&=[e^{-5t}]^{(2)}\Big|_{t=0}\\&=25\end{aligned}$$

上面计算运用了$\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta^{(2)}(t)dt=f^{(2)}(0)$的性质。

(5) $\delta(t)$的定义是当$t\neq0$时它为零，$t=0$时它是一个强度为1的冲激信号。所以对于$\delta(t^2-9)$，是当$t=\pm3$时有冲激信号，式$\delta(t^2-9)$可以写为

$$\delta(t^2-9)=\delta(t+3)+\delta(t-3)$$

于是

$$\begin{aligned} f(t)&=\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t^2-9)dt \\ &=\int_{-\infty}^{\infty}[\delta(t+2)+\delta(t-2)]dt \\ &=2 \end{aligned}$$

第二章　连续系统的时域分析法

一、内容提要

(一)冲激函数和冲激响应

冲激函数是一种典型信号，求它引起的零状态响应(冲激响应)是线性系统分析中常见的典型问题。

任何一个线性系统，它都有一个可以表征其特性的冲激响应，这就是说冲激响应反映了系统的固有性质。教材中以冲激信号作用于RC电路和RL电路的例子阐明了上述结论。

应理解：在传统的电路理论中，电感电流和电容电压是不能突变的，但在冲激信号激励下情况不同。冲激电压源或电流源是理想化的具有无限瞬时功率的信号源，它能在极短的时间内提供足够的能量，从而改变系统的储能状态，使电感电流或电容电压发生突变。

(二)卷积分析法

卷积的意义：我们知道，连续时间系统初始状态的零输入响应，可用解齐次微分方程得到，且计算较为简单。但是对于各种不同的激励信号，要求与其相关的零状态响应时，则要通过解非齐次微分方程得到，而求解常常是很复杂的。现在找到了一种方法——卷积分析法，它是一种积分运算，在求得系统的某种激励信号(例如冲激信号)的零状态响应之后，对其它各种激励信号的零状态响应都可较为方便地求得。

随着电子计算机的广泛使用，原先一些难以解决的积分问题变简单了，因此卷积分析法已成为分析线性系统的一种有力工具。在本门课程中，卷积分析法贯穿始终。

卷积的原理：

让我们比较下两式：

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t-t_0)dt=f(t_0)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)\delta(t-\tau)d\tau=f(t)$$

第一式是我们讨论过的筛选特性，即是说用一单位冲激函数去乘一函数并进行积分，随着冲激所在位置的不同，可以抽取任何所需时刻的函数值。请注意：式中位置t_0是确定的，而在其它位置冲激信号是不存在的，因此积分值仅为t_0时刻的函数值。

第二式中的τ是变量，即是说在整个时间轴从$-\infty$到∞之间冲激信号是连续出现的，每一时刻冲激信号的强度为$f(\tau)d\tau$，这说明任意时间函数可以表示成无穷多个连续出现的冲激信号之和。

在理解了上面的叙述之后，再讨论任意信号作用于线性系统的零状态响应(即卷积)就很容易了。

既然任意时间函数可以表示成无穷多个连续出现的冲激信号之和，那么系统在$f(t)$作用下所产生的响应$g(t)$就等于所有单个冲激信号作用下的响应之和，即

$$g(t)=\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau$$
$$=f(t)\otimes h(t)$$

(注：$h(t)$表示冲激响应)

卷积的性质：

利用卷积的运算性质可以帮助简化许多卷积的运算，主要运算性质有

1． 交换律

$$f(t)\otimes h(t)=h(t)\otimes f(t)$$

2． 分配律

若

$$h(t)=h_1(t)+h_2(t)$$

则

$$f(t)\otimes h(t)=f(t)\otimes h_1(t)+f(t)\otimes h_2(t)$$

3． 结合律

$$[f(t)\otimes h_1(t)]\otimes h_2(t)=f(t)\otimes[h_1(t)\otimes h_2(t)]$$

4． 卷积的微分

设 $g(t)=f(t)\otimes h(t)=h(t)\otimes f(t)$

则 $g^{(1)}(t)=f(t)\otimes h^{(1)}(t)=h(t)\otimes f^{(1)}(t)$

5． 卷积的积分

设 $$g(t)=f(t)\otimes h(t)=h(t)\otimes f(t)$$

则 $$g^{(-1)}(t)=f(t)\otimes h^{(-1)}(t)=h(t)\otimes f^{(-1)}(t)$$

6． 卷积的微分和积分联用

$$g(t)=h^{(1)}(t)\otimes f^{(-1)}(t)=f^{(1)}(t)\otimes h^{(-1)}(t)$$

为便于应用，现将常见函数的卷积列于表2-1，以备查阅。

应理解：激励信号的输入瞬间τ是为了和观察时刻t区别开来而虚设的一个变量。从τ到t的时间$t-\tau$，是系统的“记忆”时间，它意味从τ开始连续出现的冲激信号到t为止，而响应正是在这一段时间内所有冲激信号作用下的响应之和。

(三)卷积的图解

卷积的图解可使抽象的关系形象化，它具有直观、明了、简洁的特点，因此在卷积计算中，要尽可能借助图解法。

1． 卷积积分限的确定

卷积积分的上、下限一般有四种情况：

$$g(t)=f(t)\otimes h(t)=\begin{cases}\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau & \text{一般的}f(t)\text{、}h(t)\\ \int_{-\infty}^{t} f(\tau)h(t-\tau)dt & \text{有始的}h(t)\\ \int_{0}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau & \text{有始的}f(t)\\ \int_{0}^{t} f(\tau)h(t-\tau)d\tau & \text{有始的}f(t)\text{、}h(t)\end{cases}$$