

喷粉冶金理论和实践

下 册



冶金工业出版社

喷粉冶金理论和实践

下 册

[苏]M.Φ.西多连柯 著

知水 李吉夫 耿文范 译

知水 校

冶金工业出版社

内 容 提 要

本书研究了喷粉的水力学条件，讨论了脱磷和脱碳过程的基本原理，提出了工业生产条件的工艺参数。

本书的主要对象是从事炼钢的科研人员、生产人员，对冶金专业的教师、大学生和研究生也有参考价值。

喷粉冶金的理论和实践

下 册

〔苏〕M.Φ.西多连柯 著

知水 李吉夫 耿文范 译

知水 校

*

冶金工业出版社出版

(北京灯市口74号)

新华书店北京发行所发行

冶金工业出版社印刷厂印刷

*

850×1168 1/32 印张 6 5/8 字数 171 千字

1983年12月第一版 1983年12月第一次印刷

印数00,001~3,400册

统一书号：15062·3987

定价0.90元

出版说明

《喷粉冶金理论和实践》分上、下两册，是根据苏联冶金出版社出版的、М.Ф.西多连柯著的“Теория и практика продувки металла порошками”第一版（1973年）和第二版（1978年）分别翻译的。

上册分八章，分别介绍了在铁水罐车、转炉、平炉、电弧炉、感应炉中有关喷粉增碳、脱硫、脱磷、脱氧、去气、合金化等方面的工业性研究；叙述了喷吹各种粉剂的基本工艺和喷粉冶金的理论基础，并阐述了喷粉炼钢车间设计的一些特点。上册所涉及的研究成果及所介绍的工艺、设备等是国际上喷粉冶金的初期研究成果，对于进行喷粉冶金初期研究工作的我国冶金工作者有一定的参考价值。

下册分三章。研究了喷粉的水力学条件；讨论了脱磷和脱碳过程的基本理论；提出了工业生产条件下的工艺参数。下册较系统地阐述了喷粉冶金理论。其中，水力学模型试验及喷枪试验结果，以及一些理论计算对我国喷粉冶金试验研究工作有所裨益。

译校者分工如下：

上册 第一、四、七章 田治洲译；

第二章 毛凤源译；

第三章 赵惠英、耿树林译；

第五章 贾玉博译；

第六章 黄兆录译；

第八章 赵惠英译；

全书由耿树林审校。

下册 第一章 李吉夫译；

第二章 知水译；

第三章 耿文范译；

全书由知水审校。

前 言

近代冶金生产发展的主要特征是：努力提高冶金设备的生产效率和技术经济指标，改善钢的质量和生劳动条件。

大多数的冶金反应是在相界面上进行的，其速度取决于反应物互相接触的总界面积。因此，冶金工作者应尽量采取一切措施加强炉渣与金属的搅拌。

喷粉就是在增加金属与喷吹材料的反应界面的同时，加强金属的搅拌。所有这些都会加速反应过程，并在造渣材料消耗量较少的情况下，最大限度地去除钢中的杂质。

正像早已指出的那样，喷粉工艺是六十年代开始发展起来的。将粉料喷入钢包、转炉、平炉和电炉中，以便使钢水脱硫、增碳、脱氧并加速成渣过程。为了处理高磷铁水，又采用了水冷喷嘴，将石灰粉喷入氧气转炉的铁水中，这就是法国研制的 OLP 法。1946~1948 年间苏联曾在 3 吨侧吹转炉上试验过同样的工艺。

1940 年第一次向钢包中喷吹石灰粉的试验是由 V. 依高鲁和 G. 白伦特进行的，后来又有许多人多次做过类似的试验。

许多试验已经证实，喷入的粉料与金属中的杂质之间的作用效果。取决于喷吹参数——相互作用时间和反应相的搅拌强度等。但在过去的一些刊物中这些问题并未引起人们的注意。近年来，对气—粉流股与金属之间的相互作用，进行了一些研究。

掌握喷粉炼钢方法有一系列困难，其原因有三。首先，由于对工艺过程的理论基础的研究工作做得不够；其次，许多研究工作只从强化工艺过程的角度去研究这种方法，而没有在改进钢的质量以及喷粉炼钢可以使用的廉价的和非稀缺粉状材料方面进行研究；第三，目前都是采用手工工业的制粉方法，向车间输送粉料也还没有采用机械化设备。

II

文献资料中，还未见到为工业试验准备粉料的报导。例如车间内的制粉、磨粉设备是采用人工装料，磨完粉料后需用人工筛选，以防止混入大颗粒，所有这些操作目前都处于手工操作阶段。最后，是用运输带将制好的粉料装入喷粉罐中。

大多数情况下，粉料是通过炉门，用喷枪喷入钢水中。这种操作需要大量的体力劳动，而且会散失不少热能。

用气体来输送粉料易于实现机械化和自动化。不仅可以简化车间的运输线，而且为改善生产组织，减少装卸工人和非技术工人的数量以及使原料和炉子工段的生产专业化创造有利条件。

往金属中喷粉的试验研究工作是在B.A.库德林和M.Φ.西多连柯领导下进行的。实验室的研究工作是在莫斯科业余冶金学院进行的，工业试验是在兹拉特乌斯特冶金工厂电炉钢厂和“红十月”等钢厂进行的。

参加试验工作及提供材料的有Б.Я.巴克希茨基、Я.П.杜姆切夫、B.И.米钦科、Ю.В.波里雅科夫、B.C.李姆凯维奇、C.C.希夫科夫、E.И.秋林、A.Г.黄丹、C.H.菲拉托夫、Г.А.哈辛、A.C.赫麦列夫、O.M.切霍莫夫、Φ.B.雅柯文科、A.C.祖勃列夫、И.А.马吉德松、E.Д.莫希尔、H.A.斯米尔诺夫、A.C.莫罗佐夫、H.C.楚瓦钦、Г.М.巴利亚、Л.К.柯绥列夫、A.Я.维苏宁、A.C.库德梁夫采夫等人。

目 录

第一章 气体流体动力学	1
第一节 气—粉流股的形成.....	2
第二节 进入金属中可利用的粉粒.....	8
第三节 粉粒在金属中的运动.....	19
第四节 气—粉流股的运动.....	24
第五节 金属运动.....	30
第六节 喷吹过程的温度制度.....	43
第七节 工艺建议.....	51
第二章 脱磷	55
第一节 含碳熔体.....	57
第二节 含铬熔体.....	74
第三节 含锰熔体.....	92
第四节 动力学及机理.....	97
第五节 工艺建议.....	134
第三章 脱碳	151
第一节 含碳熔体.....	152
第二节 粉末浓度的影响.....	158
第三节 动力学及机理.....	163
第四节 工艺建议.....	184
参考文献	194

第一章 气体流体力学

大多数的冶金反应是在钢—渣界面上进行的，因此，冶金反应的强化过程取决于反应的总界面。喷吹粉料的过程可增大反应界面。粉料的有效利用首先取决于喷吹时的气体流体力学条件，同时也与下列许多因素有关：金属的气—粉流股中粉粒的行为；粉粒的运动条件；气—粉流股气泡在金属中及成渣后进入钢—渣界面的整个过程中所产生的搅拌强度；粉末与金属的接触面积；粉粒在金属内保持的时间以及搅拌金属的速度等。一般来说，搅拌速度愈大，冶金反应进行得愈快，愈完全。

气—粉流股是将分配器中的粉料经过管道和喷枪喷入金属中形成的^[1]。关于分配器，已有许多文献详细地进行过讨论介绍^{[3][4]}。在喷粉工艺中是以给定的工艺制度和喷吹参数向喷枪中供粉的。这些问题在今天都已经解决，故不准备在此书中用专门的章节再加以叙述。

从理论上阐述用氧气作载体喷吹粉料的文章已发表过许多篇^[5]。而对气—粉流股行径的研究（有些研究结果已在文献^[2]中介绍过）还没能够引起人们的注意。

这些文章的作者认为，喷吹材料与金属之间的相互作用是同时进行的。因此，要分别研究分析它在金属内部的物质传递作用是不可能的。然而，颗粒与金属之间相互作用的特征，可以通过对喷吹各环节的特点分别进行研究来阐述清楚。

当气—粉流股进入金属的时候形成一个区。该区里各部位的水力学和温度条件、反应系统组元的浓度、反应速度和反应相的接触表面积等都各不相同。为了便于说明，并能清晰地论述反应进行过程，可按下列条件把喷粉时形成的区域分为：

1) 喷枪底部区域或者叫作气—粉流股区。它包括带有吸入的金属滴和渣滴的气—粉流股及有限的金属表面。即喷枪底部区

域包括正向和反向的流股，也包括喷枪底部区域的端壁和底。

2) 浸入区。它紧靠喷枪底部区域的端壁，是带有运行着的粉料的那部分金属的区域。

3) 喷溅区。该区包括这样一部分金属，在这部分金属中含有带着粉末漂浮的气泡或未混入粉末的气泡。

不能分清这三个区域中在哪个区域主要进行冶金反应，即哪个是反应区。脱碳、脱磷、脱氧和脱硫等反应过程，在不同的区域里均可进行，但反应进行的强烈程度各不相同。从前面的叙述中看出，这三个区域可笼统地称为喷吹区。确定这些区域哪个是主要反应区的工作虽然有些进展，但还不能准确区分，因为仅仅能说明喷吹区的主要冶金反应。

冶金反应在被气—粉流股搅拌的金属中进行，且在由于喷入粉料而形成的金属—熔渣界面处进行。因此喷吹区比较准确地应叫做反应区。

4) 循环区。包括除喷吹区以外的炉内全部金属。其中含有氧化碳气泡，少量粉料和熔渣等也参与循环运动。在该区域内反应进行的速度和反应完善的程度，首先取决于金属搅拌的速度和方向。

5) 热交换区是指金属与运载气体和粉料之间激烈进行热交换的地方。此区域包括部分浸入区，喷枪底部的金属区与喷溅区内被加热了的那一层金属。

因此，喷粉时可把金属熔池分为喷枪底部区、浸入区、喷溅区、循环区和热交换区等。用纯氧作载体时，没有浸入区，可以把喷枪底部区域看作是气体流股区。

第一节 气—粉流股的形成

气—粉流股是两相系统。多相系的射流研究工作，已有许多经验的和理论的研究成果^[6]。当计算射流的过程时，总是把多相系看成是同时流动的。因此，可用连续介质理论的方法计算这种多相介质的射流。该多相系由运载气体和粉料所组成。文献^[7]

和〔8〕指出，当运载气体中各种不同密度的粉料浓度很大时，可把此多相系看成是连续介质。根据3.M.库德利雅夫采娃工作的结果，用文献〔7〕至〔9〕中的方法计算射流参数，得到了下列结论：在一定的条件下，可认为气—粉流股是载气和粉末在绝热过程中的混合射流。

如果气—粉流股是均匀的理想气体与物理性能及尺寸都不变的粉末的混合物，而且假设粉末尺寸大于气体分子运动的自由行程（这样可以忽略气体分子与粉末之间的碰撞）；在粉末和气体之间不进行质量传递；粉末均匀地分布在气体之中，也就是粉末的纵向移动速度远远大于滞留速度，则我们可利用现有文献中的一些公式，计算气—粉流股的主要特性。从对这些计算结果的分析中可得到保证金属与粉末之间很好地相互作用的合理的喷吹条件。

气—粉混合料的消耗量（公斤/秒），可用下式进行计算：

$$G_{\text{混}} = G_{\text{气}} + G_{\text{粉}} = \rho_{\text{气}} V_{\text{气}} + C V_{\text{气}} \quad (1)$$

式中 $G_{\text{气}}$ 、 $G_{\text{粉}}$ ——气体和粉末消耗量，公斤/秒；

$\rho_{\text{气}}$ ——气体的密度，公斤/米³；

$V_{\text{气}}$ ——消耗的气体体积，米³/秒；

C ——在气—粉流股中粉末的浓度、公斤/米³。

每秒钟所消耗的混合料体积（米³/秒）

$$V_{\text{混}} = V_{\text{气}} + (G_{\text{粉}} / \rho_{\text{粉}}) \quad (2)$$

式中 $\rho_{\text{粉}}$ ——粉末的密度，公斤/米³。

混合料的平均密度（公斤/米³）

$$\rho_{\text{混}} = \frac{G_{\text{混}}}{V_{\text{混}}} = \frac{\rho_{\text{气}} V_{\text{气}} + C V_{\text{气}}}{V_{\text{气}} + G_{\text{粉}} / \rho_{\text{粉}}} = \frac{\rho_{\text{气}} + C}{1 + C / \rho_{\text{粉}}} \quad (3)$$

气体在混合料中的重量比

$$\mu = \frac{G_{\text{气}}}{G_{\text{气}} + G_{\text{粉}}} = \frac{\rho_{\text{气}}}{\rho_{\text{气}} + C} \quad (4)$$

混合料的绝热系数可用下式计算：

$$K_{\text{混}} = \frac{C_{\text{p混}}}{C_{\text{v混}}} = \frac{\mu C_{\text{p气}} + (1 - \mu) C_{\text{p粉}}}{\mu C_{\text{v气}} + (1 - \mu) C_{\text{v粉}}} = \frac{C_{\text{p气}} + a C_{\text{p粉}}}{C_{\text{v气}} + a C_{\text{v粉}}} \quad (5)$$

式中 $a = \frac{1-\mu}{\mu}$

$C_p^{\text{混}}, C_v^{\text{混}}$ ——分别为气—粉流股混合料在恒压和恒容下的热容, 焦耳/公斤·K;

C_p^*, C_v^* ——分别是在恒压和恒容下气体的热容, 焦耳/公斤·K;

$C_{\text{粉}}$ ——粉末的热容, 焦耳/公斤·K (千卡/公斤°C)。

在工厂和实验室条件下是用插入式圆筒喷枪向金属中喷吹粉料的。这类喷枪能保证射流的临界速度而与喷嘴前的压力无关。也就是在喷枪出口处混合料的喷出速度不会超过声速^[10]。喷枪出口处混合料的压力可用下式计算:

$$p_2 = \beta_{\text{临}} p_1 \quad (6)$$

式中 p_1 ——喷枪出口处混合料的压力, 巴 (大气压);

$$\beta_{\text{临}} = \left(\frac{2}{K_{\text{混}} + 1} \right)^{K_{\text{混}}/(K_{\text{混}} - 1)}$$

喷出的气—粉混合料在喷枪出口处的临界速度 (米/秒) 为

$$w_{\text{临}} = \sqrt{2g \frac{K_{\text{混}}}{K_{\text{混}} + 1} p_1 V_{\text{混}}} \quad (7)$$

式中 $V_{\text{混}}$ ——混合料的单位体积, 米³/公斤。

不完全扩张的气—粉流股从喷枪喷出的最大速度, 可用 C. E. 罗斯托夫斯基公式^[11]计算。

$$\frac{w_{\text{max}}}{w_{\text{临}}} = \frac{1}{K_{\text{混}}} \left[1 - \left(\frac{K_{\text{混}} + 1}{2} \right)^{K_{\text{混}}^{\bullet}/(K_{\text{混}} - 1)} \frac{p_0}{p_1} \right] + 1 \quad (8)$$

式中 p_0 ——流股喷出时介质的反压强, 巴 (大气压)。

气—粉流股的穿透深度 (米) 可用 Л. М. 叶菲莫夫^[11]的公式计算

$$h_{\text{混}} = \sqrt{\frac{\rho_{\text{混}}}{\rho_{\text{金}} \cdot g}} w_{\text{max}} \sqrt{d_{\text{枪}}} \quad (9)$$

① $K_{\text{混}}$ 为绝热系数, 单原子气体 $K_{\text{混}} = 1.67$, 双原子气体 $K_{\text{混}} = 1.4$, 多原子气体 $K_{\text{混}} = 1.3$ 。——译者注

式中 $\rho_{\text{金}}$ ——金属的密度, 公斤/米³

$d_{\text{枪}}$ ——喷枪内径, 米。

由于 $p_2 > p_0$, 气—粉流股继续扩张。因此在计算 $h_{\text{混}}$ 时, 不仅要考虑到流股的脉冲, 也要计算传与金属的附加脉冲。

附加的瞬时脉冲 (牛顿)

$$i_{\text{附}} = \frac{\pi d_{\text{枪}}^2}{4} (p_2 - p_0) \quad (10)$$

流股的瞬时脉冲 (牛顿), 可用下式计算:

$$i_{\text{流}} = \frac{\pi d_{\text{枪}}^2}{4} \rho_{\text{混}} (w_{\text{混}})^2 \quad (11)$$

由于流股的脉冲和附加脉冲, 才能在金属里产生可利用的气—粉流股, 其穿透深度 (米) 可用将 9 式稍加改变后的下式计算:

$$h_{\text{混}} = \sqrt{\frac{4(i_{\text{流}} + i_{\text{附}})}{\pi d_{\text{枪}}^2 \rho_{\text{金}} g}} \quad (12)$$

工业生产中可利用氧气或氩气作载体把石灰、萤石和铁矿石等粉料喷入钢水中。通常使用以耐火材料做外衬的圆筒形喷枪。喷枪的内径为 3/4 英寸 (19 毫米), 以 $30^\circ \sim 45^\circ$ 角插入钢水中, 插入深度为 200 毫米。喷出前的平均压力为 3×10^5 帕 (3 大气压)。氩的密度 $\rho_{\text{Ar}} = 1.754$ 公斤/米³; $c_p = 0.124$ 千卡/公斤·°C; $c_v = 0.074$ 千卡/公斤·°C。氧的密度 $\rho_{\text{O}_2} = 1.43$ 公斤/米³; $c_p = 0.218$ 千卡/公斤·°C; $c_v = 0.154$ 千卡/公斤·°C。石灰的密度 $\rho_{\text{CaO}}^{\text{①}} = 3.4 \times 10^3$ 公斤/米³; $c = 0.215$ 千卡/公斤·°C。钢水的密度 $\rho = 7 \times 10^3$ 公斤/米³; $c = 0.179$ 千卡/公斤·°C。利用 7、8、10、11 和 12 式计算流股速度、流股的脉冲和在钢水中的穿透深度。喷吹粉末的平均浓度为 0~100 公斤/米³。为了简化计算, 假设喷枪是垂直于静止的钢水面, 石灰是球状的小颗粒。

增加气—粉流股中的粉末浓度, 就要降低流股速度 (图 1)。当粉末浓度增加到 20 公斤/米³ 时, 流股速度显著降低。当进一步

① ρ_{CaO} 与石灰焙烧程度有关, 波动范围大。文献 [36] 取比值为 2500 公斤/米³。

增加浓度时，流股速度再没有明显下降（图2）。只有在浓度为50~100公斤/米³范围内，流股速度降低得最为显著。但降低值没有超过4%（对同一颗粒度的粉末计算所得的数值）。

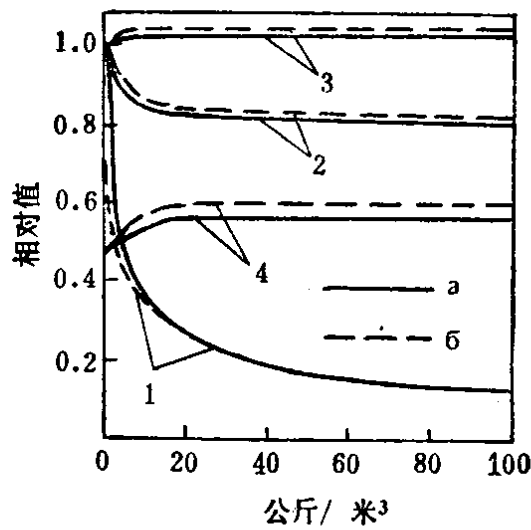


图 1 石灰在氧气流中的浓度 (a) 和在氩气流中的浓度 (b) 与流股的相对速度 (1)、脉冲 (2)、穿透深度 (3) 和喷嘴压力 (4) 的关系

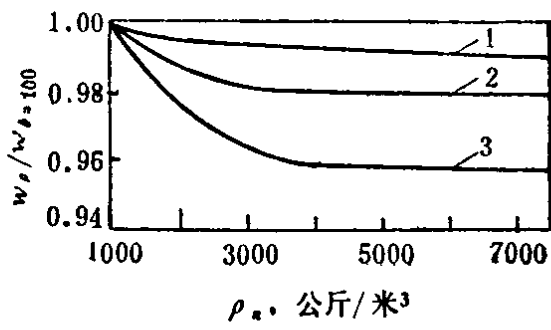


图 2 流股的相对速度与喷吹浓度的关系
1—浓度为 20 公斤/米³；2—50 公斤/米³；3—100 公斤/米³

降低了流股速度后，脉冲随之减小。同时随着粉末浓度的提高，混合料的密度也提高了。由于同时出现了这两种矛盾的情况，使气—粉流股的脉冲降低得不太显著。当流股中粉料的浓度提高到20公斤/米³时，喷射流股的脉冲值显著降低。

增加喷吹浓度时，绝热系数的减小，将导致喷枪压力的提高。但压力提高得不大，不会因此而增加喷枪中气—粉流股的速度。因此，也就没有必要按 8 式进行计算。当提高压力后附加脉冲也会同时增大，这将抵消流股速度的降低和穿透深度的增加（图1）。气—粉流股穿透深度比纯气流的穿透深度大，但大得不多，当浓度小于10公斤/米³时不超过2.5~3.5%，浓度为 100 公斤/米³时，不超过4~5%。

运载气体的类型不影响气—粉流股的参数。如果载气很轻，只有当粉料浓度增加到10公斤/米³时，才能提高流股速度，但与

纯气流的穿透深度之差不超过1%。

采用氩或氧作运载气体喷吹粉料时，前者是非同化作用的惰性气体，后者是参与氧化过程，并与金属起同化作用的气体。

文献〔5〕的实验资料也证明，当用同化性和非同化性气体进行喷吹时，在实验精度范围内所测得的穿透深度结果都一样。这个结果，可用流股在最大穿透点处吸收气体的速度不大来解释，该点处流股冲向底部的轴向速度等于零。假设吸收气体的速度很快，并且不受金属中物质传输条件的限制，同化性气体比非同化性气体的穿透深度小一些，理论上可认为它的瞬时吸收趋近于零。在这种条件下，气体穿透深度之差，可能达到最大值。实践中则远非如此，这是由于金属中的物质传输强度很弱，而且在喷枪底部的同化性气体也不太多，因而不会对穿透深度造成较大的影响。尽管在一般条件下，同化性和非同化性气体的穿透深度有所区别，但是其穿透规律原则上都是一样的。

只有在恒压下计算出的喷枪前端的压力值才是正确的。为了保持恒压的条件，增加粉料的浓度，就必须增加分配器中的压力。因此，将会出现这种状态，即分配器中允许的压力不足以保持喷枪前端所必需的压力，发生通常所谓的“封锁”效应。对于同一个分配器来说，在任何条件下，“封锁”效应所产生的“封锁”压力取决于由分配器到喷枪的管道系统的气体动力学特性。

假如采用圆筒型喷枪，喷枪前的压力大于临界值，喷出的粉料浓度相同时，气—粉流股的喷射速度与喷枪前的压力大小无关。穿透深度的增加主要决定于附加脉冲。

喷枪前的压力与流股的穿透深度的关系（如图3所示）说明，没有必要把压力提高到大于 10^6 帕（10大气压）。当压力太高时，穿透深度的增加不太明显。此外，在高压时要求提高分配器的结构强度。因此，为了稍微提高一点喷吹效果，就必须提高设备系统的造价，这在经济上是不合算的。

采用拉瓦尔式喷嘴时，能有效地提高喷枪前端的压力。经充分扩张的混合料通过喷枪口喷射的速度取决于喷枪前端的压力。

但用拉瓦尔喷嘴进行喷粉不太合适，因为这种类型的喷嘴容易磨损、不能保持精确的尺寸，从而不能确保喷嘴出口前的压力恒定。只有经过精细的设计和计算，拉瓦尔喷嘴才有效。一旦满足不了设计参数，效率就会立即降低。因此，采用拉瓦尔喷嘴不能达到控制喷吹过程的目的。此外，在使用中由于磨损，改变了喷嘴的形状，也会影响拉瓦尔喷嘴原有的优点。

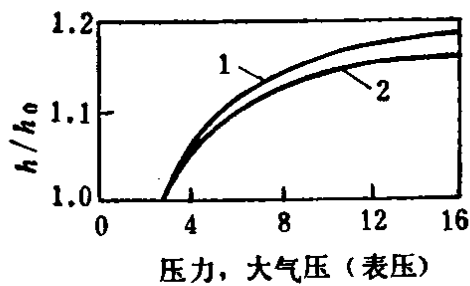


图 3 气—粉流股的穿透深度与喷嘴前的压力和粉料浓度的关系 (h_0 ——3个大气压时的穿透深度)
1—浓度为5公斤/米³；2—100公斤/米³

当气—粉混合料在喷嘴前的喷出压力为恒定值时，气—粉流股的穿透深度实际上与流股中粉料的浓度、密度和运载气体的种类等因素都没有关系。只有提高喷嘴前的压力，流股的穿透深度才能随之增加。压力的大小决定于分配器的结构和供粉管道等条件。可用7和9式计算气—粉流股的速度和穿透深度。对于纯气体流股，可按图1进行校正。由于喷嘴内压力的增加微小，可认为气—粉流股的速度等于喷枪里的流速。

第二节 进入金属中可利用的粉粒

气—粉流股的喷出速度决定了进入钢水中的可利用粉粒的多少。可利用的粉粒必须能够克服表面张力以及正面的阻力和推出力。粉料进入钢水后，其速度从初速度 w_0 经冲击后降低到零 ($w_2=0$)，进入钢水的距离不应小于粉粒本身的直径。初速度 w_0 一般是指粉料喷向钢水的初速度（如前所述，假定喷枪垂直向静

① 粉末未达到渗透末端区时， $w_2 = w'$ 。——译者

止的钢水面上喷吹)。

粉料首先与静止的钢水表面接触，由于它的不可压缩性而产生冲击现象。冲击的时间很短，可认为无限小^[12]，而其冲击力却很大，其脉冲值当然也很大。系统内该冲击点的瞬时作用力对钢水的搅动不甚严重，可以认为冲击时系统内该点的位置不变。瞬时力作用的结果，只是改变了系统内该点的速度。文献^[13]指出，为了使粉料进入钢水中，粉粒与钢水面冲击后，其最低速度可用下式计算：

$$m_{\text{粉}}(w_{\text{粉}}^2 - w_1^2) = (m_{\text{粉}} + m_{\text{金}})w_1^2 \quad (13)$$

式中 $m_{\text{粉}}$ 和 $m_{\text{金}}$ —— 冲击后钢和粉粒的质量，公斤；

$w_{\text{粉}}$ 和 w_1 —— 粉粒冲击前后的最低速度，米/秒。

以 w_1 的速度冲击后运动的金属层体积占粉粒体积的一半^[13]。计算时把粉粒看成是球状物体，并可写出下列公式：

$$m_{\text{金}} = \frac{2}{3} \pi r_{\text{粉}}^3 \rho_{\text{金}} \quad (14)$$

式中 $r_{\text{粉}}$ —— 粉粒的半径，米。

将 $m_{\text{粉}}$ 和 $m_{\text{金}}$ 代入13式可得出：

$$\frac{4}{3} \pi r_{\text{粉}}^3 \rho_{\text{粉}} (w_{\text{粉}}^2 - w_1^2) = \frac{2}{3} \pi r_{\text{粉}}^3 (2\rho_{\text{粉}} + \rho_{\text{金}}) w_1^2 \quad (15)$$

式中 $\rho_{\text{粉}}$ —— 粉粒的密度，公斤/米³。

由此推出

$$w_{\text{粉}} = w_1 \sqrt{\frac{2\rho_{\text{粉}} + 0.5\rho_{\text{金}}}{\rho_{\text{粉}}}} \quad (16)$$

为了求出可利用的粉粒冲击钢水前所需要的最低速度，必须算出冲击钢水后还能保证粉粒进入金属中的深度等于粉粒直径的最低极限速度。

阻力（牛顿）可用下式算出^[18]：

$$F_s = -k S_{\text{粉}} \rho_{\text{金}} \frac{(w')^2}{2} \quad (17)$$

式中 k —— 阻力系数，等于1.3^[14]；

$S_{\text{粉}}$ ——粉粒的最大断面积，米²；

w' ——冲击后粉粒在金属中的运动速度，米/秒。

表面张力（牛顿）为：

$$F_{\sigma} = dw_{\sigma} / dh_{\text{粉}} \quad (18)$$

式中 dw_{σ} ——在金属中运动的粉粒的表面能的变化；

表面能的变化值为：

$$dw_{\sigma} = \sigma dS_{\sigma} \quad (19)$$

式中 dS_{σ} ——在金属中运动的粉粒的表面积的变化；

σ ——表面张力，牛顿/米（尔格/厘米²）。

观察及摄影都说明，粉粒冲入金属中的运动轨迹呈圆柱形通道，其直径等于粉粒的直径，而圆柱体的侧面积是由任一个粉粒的截面的轨迹组成，这个截面小于最大粉粒的截面积。该圆柱的侧面积等于相应球冠的表面积。因此，

$$\begin{aligned} dS_{\sigma} &= 2\pi r_{\text{粉}} dh_{\text{粉}} \\ F_{\sigma} &= 2\pi r_{\text{粉}} \sigma \end{aligned} \quad (20)$$

推出力（牛顿）可用下式求出：

$$F_A = -\frac{4}{3}\pi r_{\text{粉}}^3 g(\rho_{\text{金}} - \rho_{\text{粉}}) \quad (21)$$

粉粒在金属中的运动方程式可写成

$$m_{\text{粉}} \frac{dw'}{d\tau} = -F_s - F_{\sigma} - F_A \quad (22)$$

把式中右侧各项及 $m_{\text{粉}} = \frac{4}{3}\pi r_{\text{粉}}^3 \rho_{\text{粉}}$ 代入22式，则可得出下

列微分方程式：

$$\frac{dw'}{d\tau} = -\alpha (w')^2 - \beta \quad (23)$$

$$\text{式中 } \alpha = \frac{3kS_{\text{粉}}\rho_{\text{金}}}{8\pi r_{\text{粉}}^3 \cdot \rho_{\text{粉}}}; \quad \beta = \frac{3\sigma}{2r_{\text{粉}}^2 \rho_{\text{粉}}} + \frac{3g(\rho_{\text{金}} - \rho_{\text{粉}})}{2\rho_{\text{粉}}}$$

β 中第二项与第一项的比值等于或小于 $\frac{g(\rho_{\text{金}} - \rho_{\text{粉}})}{\sigma} \cdot r_{\text{粉}}^2$ 。