

故障诊断与性能监测

王 胜 译

华南理工大学出版社

故障诊断与性能监测

〔法〕L. F. Pau 著

王 胜 译

华南理工大学出版社

内 容 简 介

本书根据现代控制理论、信息处理技术,综合利用计算机、声光电传感器等先进手段,把故障分析和性能监测结合在一起,实现对系统故障的自动诊断、监测、报警和定位。

本书对从事航空、航天、原子能发电、船舶、动力、通讯、设备维护、质量控制、过程控制、预测地震等方面的专业人员均有参考价值。还可作为有关专业的研究生教材。

故障诊断与性能监测

[法]L. A. F. Paul 著

王 胜 译

*

华南理工大学出版社出版发行

(广州 五山)

广东省新华书店经销 华南理工大学印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/16 印张 16.625 字数 374 千

1988年 5 月第 1 版 1988年 5 月第1次印刷

印数 1—2,000 定价: 2.80 元

ISBN7-5623-0037-2/TP·4

译 者 的 话

故障诊断与性能监测技术，自七十年代以来，在国外受到了极大的重视。这一热门技术是随着现代控制论、信息处理、计算机和声光电传感器等先进技术的迅速发展和广泛应用而兴起的。可以预言，这种技术在许多重要和/或复杂系统中将会愈来愈广泛地得到应用。

本书作者 L. F. Pau (鲍) 是法国巴黎国立通讯大学的教授，是 IEEE (电气及电子工程师学会) 的高级会员。本书系统地总结了有关学者在这一领域所做的主要工作，所阐述的内容有理论和实用价值。该书是发行于欧美的控制与系统理论丛书的最新的一卷 (第11卷)。

国内目前还没有这方面的长篇著作，翻译本书的目的是希望它对所有与故障打交道的人们都有所裨益。

由于本书涉及多学科内容，本人业务水平有限，可能出现差错，诚望读者批评指正。

参加本书校阅的同志有张卫邦、朱学峰、饶曹基、孙季丰等，在此谨向他们表示衷心感谢。

译者 1987年6月

前 言

本书的主要内容是一些不同的方法在监视非数字系统（或装置）或控制系统方面的应用，这种监视贯穿该系统的整个工作过程，以便对故障和磨损进行诊断，增加系统工作的适用性。术语监视指的是处理包括设备在制造、试验或维修期间量出的全部数据记录（不管性质怎么样）以及系统工作期间对系统参数监测所得的数据。在这里应该强调，所讲的方法包括无损试验或者一些不影响系统运行的传感器的特殊利用。

本书第二部分内容是综合各类降低性能等级的故障概念。在对设备作连续不断监测的情况下，仅由某一个功能或维修参数的超出去表征损坏是不适当的。实际的故障或损坏也可能起因于若干参数偏差的共同出现，而所有这些参数却保持在规定公差值范围之内。对于这些偏差矢量自动分类，人们会十分自然地联系到设备状况和降低性能等级的概念。

每当性能降低的水平过分大时，我们可以设想把监测装置连接到一个相当于警报器的状况指示器上。这种指示器的使用遵循在线故障诊断的要求并使被连接的设备在安全性和可用性方面获得显著的提高。

本书另一个目的是提供一些工具，从而人们能够根据在装置工作寿命期间所获得的数量和质量的资料，系统地改进装置的设计和特性。通常，制造者不知道设备在工作条件下的真实情况，所以这些资料无法用于设计或维修。可靠性和维修数据库是形成上述讯息反馈回路的要素之一。处理它们的内容并使其具有可用和容易寻址的格式是必要的，本书所描述的某些方法将给出这些内容的地址，并提供工具和解法。

应当强调这里所描述的方法一般不可能立即确定故障成份的位置。开始时，通常仅仅可以识别或诊断故障或性能退化的模式（包括考虑运行条件和工作环境）。一旦知道了故障的模式，人们一般能够接着进行故障的定位。对此最方便的步骤是依照维修说明手册中与初始分析时所确定的故障模式有关的方法，通过故障检查树按图进行检查。这种检查顺序和调查表的研究包括在第四和第五章内。

我们强调数值方法和诊断系统的结构而不详述诊断技术或试验装置，这些方法和结构的大部分第一次在这里得到介绍。它们可以广泛应用在一些用于监测和诊断非数字设备或控制系统性能降低程度的专用数字或混合处理装置，以及测试和质量控制的部分自动化中。由作者设计的实验方案基本证实了上述方法的正确性。应用的主要范畴一方面是一些以工作可用性为主要因素的设备（即航空和航天系统、核能发电站设备、旋转机械）；另一方面则是一些用于加速保养和维修的装置（即保养记录器，用于机械或机电设备的自动测试系统）。在质量控制的部分自动化和工业过程的自动监测方面亦可望有广阔的前途。

我们指出的方法与医学上的诊断辅助设备和监测系统相应类似。这一点使我们确

1A008/p1

信；我们的方法在医学研究上也可能有某些效用。

本书综合了模式识别、可靠性理论、自动控制和数学统计等方面的实际考虑和理论成果。许多实践和理论问题将被讨论和推动更进一步研究。阅读本书需要具备的知识只包括一般工程基础以及关于信号理论、概率和自动控制的某些概念。然而，教科书中的某些部分没有给出数学上的详细内容。第一章叙述大部分我们需要的比较复杂的基础知识。在第二章中我们定义关于故障或性能退化分析、性能监测的一些基本概念以及在实际应用这些概念到非数字系统时受到的限制。

在考虑用于故障检测或诊断目的的性能退化数据分析之前，对那些预先确定的非数字仪器，先给出它们的物理和性能降级模型似乎合乎逻辑。这部分内容安排在第三章。

在第四和第五章中，我们根据故障定位和性能诊断的效率，对各种试验进行比较。性能诊断的问题非常重要，它关系到我们能够从自动诊断系统中所期待的利益。所介绍的方法，可用于评价由最熟悉被研究设备的技术人员所提出的试验和信号。

同时，为了减少整个维修费用，人们千方百计去实现一些可以在操作条件下对设备性能进行评价的系统，这种评价可以是简单的维修报告或者是计算机化数据的复杂形式（如第六章所述）。应当注意，即使解决了数据收集、文件更新和文件管理等问题，正确地利用已知的全部信息或许仍然是不可能的。

数据的分析方法和数据显示在第七和第八章中给出。在第九章中所讨论的应用表明，从这些可以用来改进设备或运转条件的文件中获得诊断信息是可能的。应用这些方法的另一个重要领域是比较分析在工作中的不同类型的设备，包括样机的估价。

在第十章中，我们考虑在静止情况下模式识别和故障或性能退化诊断自动化之间的关系。所提出的方法已导致运算的实现。本章着重讨论了故障的诊断和生产线上的自动方法以及整个生产过程的质量控制概念。

在十一~十五章中，我们在系统的动态测量可以得到的条件下研究性能监测和故障诊断。

细述内部诊断和外部诊断的不同方法之后，接下来的工作是如何把一些原始的方法加以发展。把信号处理和分类的经典技术结合起来时，这些方法使我们在主要几类非数字设备和控制系统中能够实现自动诊断，例如在第二章所讨论那些。第十三章论述在线声音和振动的监测。

如果诊断在容许对自然磨损等等因素进行连续补偿的自适应方式进行，我们可以实现“按情况”维修或改进设备的工作，以便符合每种系统的实际状况。相当于在选择维修措施时通常采用的任意方法，比如定期检修或随机更换，它们提供了显著的改进。利用飞机发动机的实例，第十五章中我们给出一些适于自适应诊断的方法。这些方法还可作为预警装置，警告有可能发生某些不能接受的性能退化状态。

在第十四和第十五章中我们也讨论了关于缺陷允差的控制系统和基于故障诊断的冗余管理的设计概念。

它们包括传感器的重构和基于滤波的假设传感器以及在有反馈的时候的故障定位。

（作者的感谢部分略）

法国巴黎国立通讯大学 L. F. 鲍

符 号

$\triangleq$ 定义方程

$\neq$ 稍稍不相等

$\in$ 属于

$\forall$ 对于全部

$\cap$ 交集 (交)

$\cup$ 和集 (并)

$\text{Card}(\cdot)$ 主要的, 或一组元素 $(\cdot)$ 的数量

$\dim(\cdot)$ 矢量或矩阵 $(\cdot)$ 的维数

$\det(\cdot)$ 矩阵 $(\cdot)$ 的行列式值

I 单位矩阵

$\otimes$ 两个矢量的张量积 (矩阵)

$f \circ g$ 算子, 函数, 或由若干算子、函数或矩阵 f, g 合成的矩阵

Pr 概率

$\hat{x}$ 根据样本对 x 的估值

$\|\cdot\|$ 欧几里德几何或其它指定的范数

$I(\cdot)$ $(\cdot)$ 的整数部分

$p = 2\pi j f$ 拉普拉斯变换中的复变量 p

A/B 在 B 条件下的 A

$p \cdot d \cdot f$ 概率密度函数

f^{-1} 算子 f 的逆, 或逆表查找

$[a, b)$ $a \leq x < b$ 之间

目 录

符 号

第一章 基本理论工具	(1)
第一节 矩阵代数	(1)
第二节 概率论	(2)
第三节 贝叶斯定理	(4)
第四节 随机过程和时间序列	(5)
第五节 统计滤波	(7)
第六节 谱分析	(11)
第七节 可靠性理论	(14)
第八节 统计检验	(18)
第九节 用于分类的距离量测	(21)
第二章 故障诊断与性能监测入门	(24)
第一节 一些主要预备概念的定义	(24)
第二节 故障诊断与性能监测的应用	(26)
第三节 关于连续监测下系统的维修方针	(28)
第四节 可靠性、维修决定和错误诊断概率之间的关系	(30)
第五节 增加技术附件以方便于故障诊断	(32)
第三章 性能退化过程	(34)
第一节 故障模式的主要种类	(34)
第二节 极值理论	(37)
第三节 磨损或断裂过程的威布尔分布	(38)
第四节 累积损伤	(40)
第五节 由于随机正态应力作用而引起的非线性磨损过程	(41)
第六节 分支泊松过程	(42)
第七节 性能退化过程和校准	(42)
第四章 利用事前信息确定故障位置的试验编排	(43)
第一节 引言	(43)
第二节 关于故障定位的缺陷树和试验树	(45)
第三节 在最小平均时间内或以最小平均费用对单一故障定位	(46)
第四节 替换试验序列比较	(50)
第五节 用动态规划和序列试验进行试验定序	(52)
第六节 确定次优试验序列的伽马方法	(56)
第七节 序列试验的实现	(57)
第五章 试验的比较评定	(59)
第一节 引言	(59)

第二节	广义的负熵 (NEGENTROPY)	(59)
第三节	设备情况和试验之间的共同信息	(62)
第四节	串联和并联试验的组成	(63)
第五节	试验的比较	(63)
第六节	应用于序列和相互作用的试验选择	(64)
第七节	在控制系统的性能监测和序列诊断方面的应用	(66)
第六章	可靠性和维修数据库	67
第一节	引言	67
第二节	初步设计研究	(67)
第三节	选择由数据收集系统进行监视的子系统、组件和参数	(67)
第四节	数据源	(68)
第五节	各种始终跟随的卡片目录	(68)
第六节	始终跟随的卡片形式	(72)
第七节	一般统计分析的结果	(72)
第八节	用于估算某类给定设备随时间而变的故障率的实际步骤	(73)
第九节	可靠性和维修数据库的实现问题	(77)
第十节	可靠性和维修数据库的例子	(78)
第七章	故障和维修数据分析	80
第一节	数据分析和故障诊断之间的联系	(80)
第二节	集合、统计和概率对应	(81)
第三节	与随机对应有关的列联表	(82)
第四节	数据的显式表达 $k(I, J)$	(83)
第五节	数据的隐式表达 $k^*(I, J^*)$	(84)
第六节	标准化的主要分量分析	(86)
第七节	主要分量分析法在电位器试验上的应用例	(89)
第八章	判别式分析	(91)
第九节	典型分析	(92)
第十节	动态聚类方法	(95)
第十一节	相继地使用数据分析方法去作诊断	(97)
第八章	关于故障的对应分析	(98)
第一节	引言	(98)
第二节	对应分析的表述	(99)
第三节	χ^2 量度和分布等价	(105)
第四节	对应分析的理论	(106)
第五节	解释方法	(109)
第六节	有效性检验	(113)
第九章	故障分析方法的应用举例	(116)
第一节	根据统计信息进行故障分析和诊断	(116)
第二节	燃料泵的故障诊断和改进	(117)
第三节	无线电罗盘: 设备利用率和维修用的始终跟随卡片的编码	(118)
第四节	通讯系统: 维修各种子系统的鉴别分析	(121)

第五节	根据隐式表的对应分析, 近似绘制设备的可靠性曲线	(122)
第六节	分离装置故障之间存在统计相关性的实验研究: 应用于飞机安全研究 (F—20, F—45)	(126)
第七节	普通的和高稳定度的电阻器: 零件试验和制造者的选择	(128)
第八节	断裂分析和结构可靠性: 在冶金学上的其它应用	(129)
第九节	故障分析的其它应用	(129)
第十章	用模式识别自动进行故障诊断	(134)
第一节	根据静态测量的自动诊断原理	(134)
第二节	模式识别的基本概念	(135)
第三节	学习模式和数据压缩过程	(136)
第四节	模式识别的分类方法	(138)
第五节	用最近邻域分类规则自动诊断	(141)
第六节	在分立元件的生产线上利用过程测量应用自动诊断于质量控制	(143)
第七节	整艘船状况的自动诊断	(146)
第八节	自动诊断在加速寿命试验中的应用	(148)
第九节	根据静态测量的自动诊断的其它应用	(149)
第十一章	与时间相关测量的自动诊断	(151)
第一节	自动诊断和特征分析的研究法	(151)
第二节	诊断方法: 外部和内部诊断	(152)
第三节	例: 直流电动机的内部诊断	(153)
第四节	根据动态测量进行自动诊断的硬件要求	(154)
第五节	激励源信号的闭路校准	(155)
第十二章	控制系统和其它设备的外部诊断	(156)
第一节	外部诊断的试验方法: 利用频率响应	(156)
第二节	特征分析	(158)
第三节	表示特征的线性模式之间的距离量度 D	(161)
第四节	$S(\cdot)$ 对试验信号 $e(\cdot)$ 响应的分类	(162)
第五节	借助于 $(e(\cdot), S(\cdot))$ 特征起伏的直方图进行 自适应性能退化诊断	(163)
第六节	某些控制系统的在线外部诊断	(165)
第七节	用一台平行多变量观测器或滤波器诊断控制系统的状况	(170)
第八节	在噪声控制系统中带有传感器故障的诊断	(171)
第九节	应用	(172)
第十三章	声音和振动的监测	(174)
第一节	准周期信号的时域平均法	(174)
第二节	倒谱技术和同态滤波	(176)
第三节	窄带分析	(181)
第四节	谱矩特性	(183)
第五节	关于声音或振动监测结果的说明	(184)
第十四章	内部诊断	(185)
第一节	利用二阶梯度算法的模型识别	(185)

第二节	利用识别模型的内部诊断	(187)
第三节	在信号特征中检测谐波失真的试验	(188)
第四节	在混合控制系统中故障的检测	(189)
第五节	应用举例	(190)
第十五章	自适应故障诊断和性能监测	(193)
第一节	趋势分析	(193)
第二节	根据递推卡尔曼滤波器的状态或参数估计而进行诊断	(195)
第三节	根据测量残差的自回归模型的递推估计而进行诊断: 自适应信号分类程序 (C)	(197)
第四节	自回归过程的自适应识别	(202)
第五节	程序 (C) 在发动机监测中的应用	(205)
第六节	传感器故障的容限和监测系统的再组合	(212)
第七节	其它方法和应用	(215)
附录 1	在故障诊断中所用到的定义	(216)
附录 2	机械设备的预防维修	(220)
附录 3	估计直方图的方差	(223)
附录 4	带有冗余或备件的主要系统的可靠性	(227)
参考文献		(229)
索引		(231)

第一章 基本理论工具

矩阵符号在书中得到大量的使用,因而需要对其中某些符号作适当的定义。

第一节 矩 阵 代 数

1.1 矩阵

一、矩阵 $A = [a_{ij}; i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m]$ 是标量元素 a_{ij} 的两维阵列, i 是行的记号, j 是列的记号。

二、矩阵 A 有 n 行和 m 列, 我们用以下的维数记法表示

$$\dim(A) = \begin{pmatrix} n \\ m \end{pmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix}$$

1.2 矩阵相乘 (积)

令 A 和 B 是两个矩阵, 维数分别为

$$\dim(A) = \begin{pmatrix} n \\ p \end{pmatrix} \quad \dim(B) = \begin{pmatrix} p \\ m \end{pmatrix}$$

矩阵积 $C \triangleq AB$ 是一个由下式定义的矩阵

$$C = [c_{ij}] \quad \dim(C) = \begin{pmatrix} n \\ m \end{pmatrix}$$

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^p a_{ik} b_{kj}$$

$$i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m$$

1.3 方阵的迹

方阵的迹是全部对角线元素的标量和:

$$\text{Trace}(A) \triangleq \sum_{i=1}^n a_{ii} \quad \dim(A) = \begin{pmatrix} n \\ n \end{pmatrix}$$

1.4 方阵的转置

方阵 A 的转置矩阵 $'A$ 是通过将原矩阵的行与列的位置相互对换而得到的, 并具有相同的维数。

$$\dim(A) = \dim('A) = \begin{pmatrix} n \\ n \end{pmatrix}$$
$$'A = [b_{ij}] \quad b_{ij} \triangleq a_{ji}$$
$$i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, n$$

注意符号 t 放在被转置矩阵的前面

如果 A 是矩形矩阵, $'A$ 仍然定义为 $b_{ij} = a_{ji}$, $i = 1, \dots, n$; $j = 1, \dots, m$, 尽管 A 和 $'A$ 维数不同。

1.5 方阵的逆阵 假设其可逆

如果方阵 A 有逆阵, 记为 A^{-1} , 并由矩阵的性质可表示

$$AA^{-1} = I = [\delta_{ij}] \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases}$$

1.6 矩阵的伪逆

如果矩形矩阵 A 有右伪逆 A^+ , 它被表示为

$$\forall X, Y \quad Y = AX \iff X = (A'A)^{-1} A'Y = A^+Y$$

第二节 概 率 论

在这一节, 我们要给出一些关于一个 n 维随机矢量 $X = (X_i; i = 1, \dots, n)$ 的定义

2.1 分布函数

X 的分布函数 $F(x)$ 定义为

$$x \triangleq (x_i; i = 1, \dots, n) \\ F(x) = \Pr(X_1 \leq x_1 \text{ 和 } X_2 \leq x_2, \dots, \text{ 和 } X_n \leq x_n)$$

式中 $\Pr$ 表示接着发生的联合事件的概率。

2.2 密度函数

如果它存在, X 的概率密度函数 $f(x)$ 定义为

$$f(x)dx_1dx_2\cdots dx_n = \Pr[x_1 \leq X_1 \leq (x_1 + dx_1) \text{ 和 } \cdots \text{ 和 } x_n \leq X_n \leq (x_n + dx_n)]$$

2.3 边缘概率密度函数

边缘概率密度函数可通过固定一个分量 (即 x_1) 得到:

$$f_1(x_1) = \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_2 \cdots dx_n$$

2.4 独立随机变量

标量随机变量 $X_1, \dots, X_n$ 被看成独立的, 当且仅当

$$\forall x \quad f(x) = f(x_1, \dots, x_n) = f_1(x_1)f_2(x_2)\cdots f_n(x_n)$$

它意味着联合密度等于所有边缘密度的乘积。

2.5 X 的平均值或期望值

随机向量 X 的平均值或期望值 $\bar{X}$ 由下式决定

$$\bar{X} = E(X) \triangleq \int_R x f(x) dx$$

2.6 方差和协方差

一、 X 的方差 $\text{Var}(X)$ 是矩阵

$$\text{Var}(X) \triangleq E[(X - E(X))(X - E(X))']$$

$$\dim(\text{Var}(X)) = \begin{pmatrix} n \\ n \end{pmatrix}$$

$$\text{Var}(X) = E(X'X) - E(X)'E(X)$$

二、如果 X 和 Y 是两个 n 维随机向量, 那么 X 和 Y 的协方差 $\text{Cov}(X, Y)$ 是 矩阵

$$\text{Cov}(X, Y) \triangleq E[(X - E(X))'(Y - E(Y))]$$

$$\dim(\text{Cov}(X, Y)) = \begin{pmatrix} n \\ n \end{pmatrix}$$

2.7 互不相关的随机向量

把 n 维随机向量 X 和 Y 看成是互不相关的, 当且仅当

$$\text{Cov}(X, Y) = [0]$$

2.8 条件密度函数

给定 x , 随机向量 Y 的条件密度函数记作 $f_Y(\cdot/x)$:

$$\begin{aligned} 1. \quad f_Y(y|x)dy &= \frac{f(x, y)dxdy}{f_X(x)dx} \\ &= \frac{\text{Pr}(x \leq X \leq (x+dx) \text{ 和 } y \leq Y \leq (y+dy))}{\text{Pr}(x \leq X \leq (x+dx))} \end{aligned}$$

$$2. \quad f_Y(y|x) \geq 0 \quad \text{对于所有 } y \in R^n$$

$$3. \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f_Y(y|x)dy = 1$$

2.9 条件均值

给定 x , 随机向量 Y 的条件均值定义为

$$E_Y(Y|x) = \int_{-\infty}^{+\infty} y f_Y(y|x)dy$$

于是 $E_X E_Y(Y|x) = E(Y)$

函数 $x \rightarrow E_Y(Y|x)$ 称作 Y 对 X 的回归

2.10 概率密度函数的正交表示

一、令 $f(x)$ 是随机向量 X 的概率密度, 假定各阶矩有界, 满足正常条件, 则存在由下述条件确定的多项式 p_m 的唯一系列 $\{p_m\}$

1. $p_m(x)$ 是 m 阶, 而 m 阶的齐次表达式的系数是非负的。

$$2. \quad \int_{-\infty}^{+\infty} p_l(x)p_k(x)f(x)dx = \delta_{lk} = \begin{cases} 0 & l \neq k \\ 1 & l = k \end{cases}$$

$\{p_m\}$ 称为与 $f(x)$ 有关的正交多项式序列

二、例, 与标量正态分布有关的 Hermite 多项式: 令 $f(x)$ 是标准标量正态 分布,

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$$

并由循环关系定义 Hermite 多项式 $H_n(x)$:

$$\left(-\frac{d}{dx}\right)^n e^{-x^2/2} = (-1)^n H_n(x) e^{-x^2/2}$$

$$H_0(x) = 1 \quad H_1(x) = x \quad H_2(x) = x^2 - 1$$

$$H_3(x) = x^3 - 3x \quad H_4(x) = x^4 - 6x^2 + 3$$

$$H_5(x) = x^5 - 10x^3 + 15x \quad H_6(x) = x^6 - 15x^4 + 45x^2 - 15$$

然后可以得出 $\{H_n/\sqrt{n!}\}$ 是与标准正态分布有关的正交多项式的唯一序列。于是在 $|t| < 1$ 时可得到下列表达式 (见 charlier[A-29] 和 cramer[A-28]):

$$\frac{1}{\sqrt{1-t^2}} \exp\left[-\frac{t^2 x^2 + t^2 y^2 - 2txy}{2(1-t^2)}\right] = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{H_n(x)H_n(y)}{n!} t^n$$

$$\exp\left[-\left(\frac{t^2}{2} + tx\right)\right] = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{H_n(x)}{n!} t^n$$

第三节 贝叶斯定理

3.1 离散情况

令 A 和 B 是两个事件。贝叶斯定理的目的是用条件事件“ A 假定 B 是真的”和“ B 假定 A 是真的”来阐述基本事件 A 和 B 的关系。

$$Pr(A/B) = \frac{Pr(A) \cdot Pr(B/A)}{Pr(B)} \quad Pr(B) \neq 0$$

式中 $Pr(A/B) = Pr(\text{给出 } B \text{ 是真的情况下的 } A)$

$Pr(B/A) = Pr(\text{给出 } A \text{ 是真的情况下的 } B)$

例1, 如果 B 表示测量中的某些条件而 A 为假设“机器是有故障的”, 则贝叶斯定理告诉我们经数据修正的事件 A 具有多大的正确性。

例2, 用不完善故障检测器进行故障检测:

考虑事件

F : 机器故障和相应的先验概率

$\bar{F}$: 机器无故障和相应的先验概率

D : 故障检测器判断出机器存在的故障

$\bar{D}$: 故障检测器没有判断出机器存在的故障

首先利用条件概率的定义, 我们有

$$Pr(D) = Pr(F)Pr(D/F) + Pr(\bar{F})Pr(D/\bar{F})$$

其次利用贝叶斯定理, 有

1. 正确检测的概率

$$Pr(D/F) = \frac{Pr(D) \cdot Pr(F/D)}{Pr(F)}$$

2. 错报概率

$$Pr(D/\bar{F}) = \frac{Pr(D) \cdot [1 - Pr(F/D)]}{1 - Pr(F)}$$

3. 拒绝概率

$$Pr(\bar{D}/F) = \frac{[1 - Pr(D)] \cdot Pr(F/\bar{D})}{Pr(F)}$$

3.2 连续情况

令 X 和 Y 是两个随机向量。利用2.8节条件密度函数的表示法, 得到

$$f_Y(y/x) = \frac{f_X(x/y) f_Y(y)}{\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x/y) f_Y(y) dy}$$

第四节 随机过程和时间序列

在这一节, 我们假定全过程被定时采样

4.1 时间序列和随机过程

一、令 $z_1, \dots, z_n$ 是在时间 $1, \dots, n$ 对某个随机测量的顺序观测, 这种测量序列称作时间序列。

二、时间序列是由随机过程 $\{x_t\}$ 产生, 为简单起见, 这里定义它为一组互不相关的随机变量 x_t 的集合。任何一个这种随机变量 x_t 都会影响所有其后的测量 $x_\tau, \tau \geq t$ 。

4.2 平稳随机过程

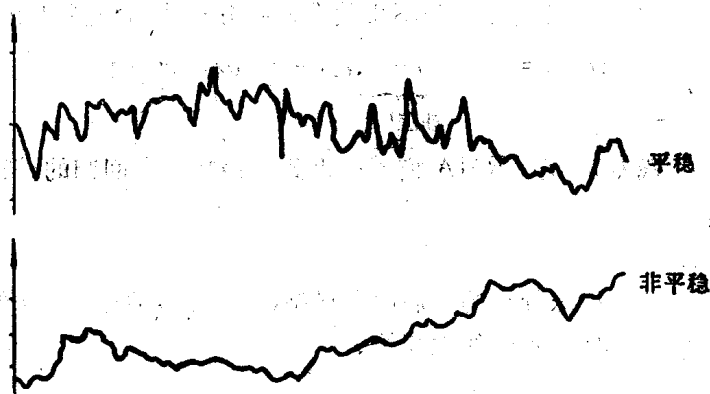


图 1-1 平稳和非平稳时间序列

当且仅当对于时间轴的改变 x_t 的一阶和二阶矩都不变时则把随机过程 $\{x_t\}$ 看作是强平稳过程:

$$V_\tau V_t [E(x_{t+\tau}) = E(x_t) \quad \text{Var}(x_{t+\tau}) = \text{Var}(x_t)]$$

(见图1-1)。

4.3 自回归滑动平均 (ARMA) 模型

一、令 $\{x_t\}$ 是随机过程, 且 $E(x_t) = 0$ $\text{Var}(x_t) = R$ 和 $\text{Cov}(x_t, x_{t+\tau}) = 0$ 当 $\tau \neq 0$ 一般 ARMA 模型的阶数 (p, q) 由下式确定

$$Z_t = a_1 Z_{t-1} + \dots + a_p Z_{t-p} + x_t - b_1 x_{t-1} - \dots - b_q x_{t-q} + b_0$$

式中 $a_1, \dots, a_p, b_0, \dots, b_q$ 是要估算的系数。

二、ARMA 模型通常经由递归最小二乘算法来估算 (见 Box 和 Jenkins [A-22] 和 Graupe [A-6])。Grenander 和 Rosenblatt [A-27] 给出自回归型系数的渐近分布。

例: 1. ARMA(1, 0): $Z_t = a_1 Z_{t-1} + x_t$ (也称作一阶自回归模型)

2. ARMA(0, 1): $Z_t = x_t - b_1 x_{t-1}$ (也称作一阶滑动平均模型)

4.4 自回归积分滑动平均 (ARIMA) 模型

一、如果过程 $\{x_t\}$ 是非平稳的, 特别是在测量 z_t 中存在周期性波动或趋势项时, ARIMA 模型是不适当的。

二、ARIMA 技术在于研究差分测量, 即

$$W_{t,1} \triangleq Z_t - Z_{t-1}$$

从而使许多非平稳过程和时间序列能够重新当作 $W_{t,1}$ 的 ARMA 模型进行研究。

(p, d, q) 阶的 ARIMA 过程是 Z_t 经 d 次差分后则服从 ARMA(p, q) 过程:

$$W_{t,d} = Z_t - Z_{t-d} = a_1 W_{t-1,d} + \dots + a_p W_{t-p,d} + x_t - b_1 x_{t-1} - \dots - b_q x_{t-q} + b_0$$

系数 b_0 对应于测量 z_t 中的确定性趋势项。

详见 Box 和 Jenkins [A-22]

例: ARIMA(0, 1, 1): $z_t - z_{t-1} = x_t - b_1 x_{t-1}$

4.5 分布滞后 (Lag) 模型

具有输入 z_t 、输出 Y_t 、几何滞后和不相关残差的分布滞后模型是如下形式:

$$Y_t - \lambda Y_{t-1} = \alpha z_t + x_t + \underbrace{\beta x_{t-1} + \gamma}_{\text{残差 } n_t} = \alpha z_t + n_t + \gamma$$

在这种模型中, 残差 n_t 是 ARMA 模型; 因此, 残差是自回归的。详见 Dhrymes [A-23]。

4.6 回归模型

一、回归模型是一种特殊分布的滞后向量模型, 其 z_t 包括在时间 t 的全部 k 个外部产生的变量, 而 α 是由矩阵表示的线性变换。

$$Y_t = \alpha z_t + n_t = \sum_{i=1}^k \alpha_i z_{ti} + n_t$$