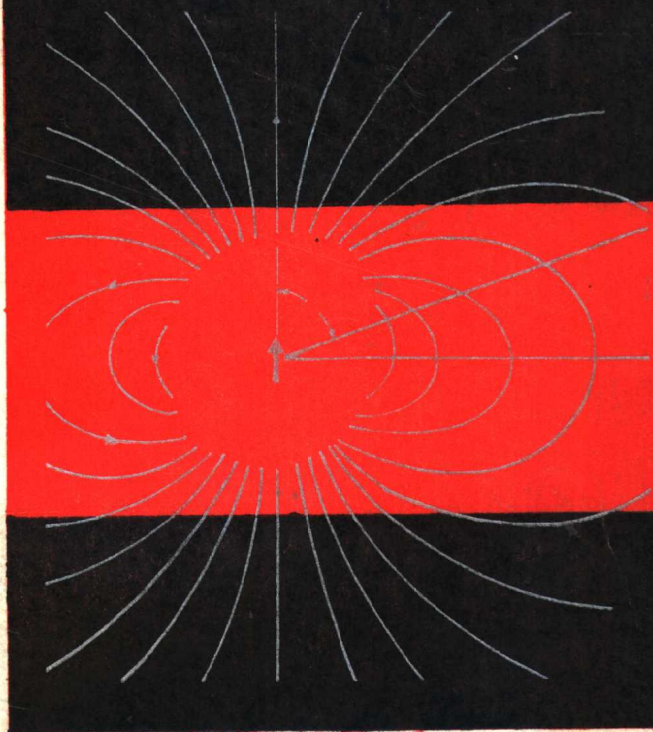




浙江科学技术出版社

电磁学解题指导

潘仲麟 黄有兴 编写

本

电 磁 学 解 题 指 导

潘仲麟 黄有兴 编写

浙

责任编辑：吕粹芳

封面设计：邵秉坤

电磁学解题指导

潘仲麟 黄有兴 编写

*

浙江科学技术出版社出版

浙江新华印刷厂印刷

浙江省新华书店发行

开本：787×1092 1/32 印张：9.5 字数：214,000

1982年5月第一版

1983年10月第二次印刷

印数：17,001—27,000

统一书号：15221·17

定 价：1.09 元

内 容 简 介

潘仲麟、黄有兴两同志从事电磁学教学多年，在教学实践中积累了不少经验。本书围绕电磁学中的电场、电介质、磁场、磁介质、电磁感应、交流电路和麦克斯韦电磁理论等方面，结合学生在学习电磁学中遇到的疑难问题，经过归类、筛选，编写了69道较为典型的例题。每一章都有基本概念、基本规律、公式和解题方法的扼要介绍。文字简练，深入浅出，解法多样，能帮助读者开阔思路，加深对电磁学基本概念、基本规律和公式的理解，从而提高分析问题和解决问题的能力。

该书曾在内部试用过，读者反应良好；适合于高等院校理工科有关专业、师范院校、电视大学和业余大学师生教学参考。

前 言

电磁学是高等院校理工科有关专业的一门重要基础课。对于学习该课程的高校学生，因初次接触到有关场的概念和用高等数学知识求解物理问题，所以在解题中，往往会遇到较多的困难。事实上，要解好一道习题，首先应对物理概念有正确的理解；反过来，解一道好的习题，也会加深对物理概念的理解，提高分析问题和解决问题的能力。几年来，我们在从事电磁学的教学过程中，深深体会到，如果能为正在学习电磁学课程的学生，或刚从事电磁学课程教学工作的教师以及其他读者，提供一本着重阐明分析和解决问题方法的参考书，将是很有益处的。为此，我们编写了这本书。

本书概述了电磁现象的基本概念和规律，着重阐述分析问题和解决问题的方法。所举的例题均经过归类精选，特别是对于一些容易混淆的物理概念，力求通过分析比较，予以澄清；对于当前国内所流行的电磁学教材，以及某些国外教材中的一些较为疑难的问题，力求用深入浅出的方法加以讨论；对一题可作多解的例题，凡有利于培养学生分析问题和解决问题能力的，尽量给出不同的解法。此外，对于高等数学在电磁学中的应用，也给了足够的重视。

电磁学中的单位制比较复杂，本书使用MKSA有理制。书中所用的公式和符号，与目前国内所流行的教材相一致。

在本书的编写过程中，浙江省物理学会理事长朱福忻教授给了我们热情的鼓励和指导，并提供了他自己在几十年教学中所积累的珍贵资料。浙江省物理学会副理事长田志伟副教授也十分关心本书的编写工作，在百忙中为我们审阅了书稿。杭州大学物理系的许多教师，也为本书的编写提供了不少宝贵意见。谨此一并表示深切感谢。

由于我们的业务水平有限，加之时间仓促，谬误在所难免，请读者批评指正。

编 者

1981年春于杭州大学

目 录

第一章 真空中的静电场	(1)
§ 1—1 内容要点	(1)
静电场性质的表现(1) 表征电场性质的物理 量(1) 静电场的基本定理(3)	
§ 1—2 解题方法和备考	(4)
求解电场分布的方法(4) 常用题例的公式(5)	
§ 1—3 解题示例	(6)
第二章 静电场中的导体和电介质	(41)
§ 2—1 内容要点	(41)
静电场中的导体(41) 静电场中的电介质(42) 电容器(45) 电场的能量(46)	
§ 2—2 解题方法和备考	(46)
电介质中场强的计算(46) 计算电容的方法(47) 几种典型电容器(48)	
§ 2—3 解题示例	(48)
第三章 直流电路	(75)
§ 3—1 内容要点	(75)
电流的稳恒条件(75) 直流电路的基本规律(76) 电功、电功率和焦耳定律(77)	
§ 3—2 电路的若干重要解法	(77)
基尔霍夫方程组(77) 电路中各点电位的计算(79) 迭加 原理(80)等效电源定理(80) Y- Δ 电路的等效代换(81)	

§ 3—3 解题示例	(82)
第四章 稳恒磁场	(106)
§ 4—1 内容要点	(106)
磁场物理性质的表现(106) 表征磁场性质的物理量(107) 稳恒磁场的基本规律(107)	
§ 4—2 解题方法和备考	(108)
求磁场分布的方法(108) 常用题例的公式(109)	
§ 4—3 解题示例	(111)
第五章 电磁感应和暂态过程	(143)
§ 5—1 内容要点	(143)
电磁感应的基本规律(143) 动生电动势和感生电动势(144) 自感和互感(145) 暂态过程(147)	
§ 5—2 解题方法和备考	(148)
求解感应电动势的方法(148) 电感的计算(148)	
求解电路暂态过程的方法(149)	
§ 5—3 解题示例	(149)
第六章 磁介质	(203)
§ 6—1 内容要点	(203)
磁介质的磁化(203) 磁化的微观机制(206) 铁磁质的磁化规律(207) 简单磁路(208)	
§ 6—2 解题方法和备考	(208)
磁介质中磁场的计算(208) 备考(209)	
§ 6—3 解题示例	(210)
第七章 麦克斯韦电磁理论	(230)
§ 7—1 内容要点	(231)
麦克斯韦的基本假设(231) 麦克斯韦方程组(232)	
电磁波(233) 电磁场的物质性(234)	

§ 7—2 解题示例	(236)
第八章 交流电路	(248)
§ 8—1 内容要点	(248)
似稳电流(248) 简谐交流电的表示法(249) 交 流电路的基本规律(251) 交流电功率(252) 谐振 电路(252) 交流电桥(252)	
§ 8—2 解题方法和备考	(253)
交流电路的矢量解法(253) 交流电路之复数 解法(253) 复杂电路的解法(253)	
§ 8—3 解题示例	(254)
附录 I 基本物理常数	(290)
附录 II 国际制和高斯制中电磁学常用公式对 照	(291)
附录 III 电磁量在国际制和高斯制间的单位换 算	(293)
附录 IV 国际单位制词冠	(294)

第一章 真空中的静电场

电磁场是物质存在的一种形式，它是由运动着的和不运动着的电荷引起的。如果在场中放置电荷，则场将以力作用在电荷上。场对任何电荷的作用力可以分为两部分：一部分是与电荷运动速度无关的力，叫做电场力或库仑力；另一部分是力之大小与电荷运动速度有关的力，叫做磁场力或洛伦兹力。若场对电荷的作用与速度无关，而且不随时间改变，则场处于静止状态，这就是静电场。

静电场是电磁场的特殊形式，它是最简单的场，但其研究和分析的方法却是与其他场相似的。因此，本章对场的分析研究和求解方法有着普遍的意义。

§ 1—1 内容要点

一、静电场性质的表现

1. 静电场对置于场中的带电体有力的作用。
2. 当带电体在电场力的作用下移动时，电场力对它做功。

二、表征电场性质的物理量

1. 电场强度矢量

在电场中某点的电场强度矢量定义为单位正电荷在该点所受之力。即

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_0} \quad (1-1)$$

单位: 牛顿/库仑 (N/C), 常用伏特/米 (V/m)。

点电荷的场强

$$\mathbf{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{r}_0 \quad (1-2)$$

式中 $\mathbf{r}_0$ 为单位矢量, 其方向由源点 (即点电荷) 指向场点。 r 为源点到场点之距离。 ϵ_0 为电学常数, 亦称真空中的介电常数, 其值为 $\epsilon_0 = 8.855 \times 10^{-12}$ 库仑²/牛顿 米²。

点电荷组的场强

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i \mathbf{r}_{0i}}{r_i^2} \quad (1-3)$$

式中 r_i 为第 i 个点电荷至场点之距离。 $\mathbf{r}_{0i}$ 为单位矢量, 其值等于 1, 方向自第 i 个点电荷指向场点。

分布电荷的场强

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r^2} \mathbf{r}_0 \quad (1-4)$$

对于连续分布的体电荷, 有 $dq = \rho_v dV$, ρ_v 为电荷之体密度; 对于连续分布的面电荷, $dq = \sigma_s ds$, σ_s 为电荷面密度; 连续分布的线电荷, 其 $dq = \eta_l dl$, η_l 为电荷线密度。

2. 电位

电场中某点的电位等于单位正电荷从该点移到无穷远处电场力所做的功。按定义, 电场中任意点 P 的电位为

$$U_P = \frac{A_{P\infty}}{q_0} = \int_P^{\infty} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (1-5)$$

单位: 伏特 (V)。

点电荷的电位

$$U = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (1-6)$$

点电荷组的电位

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i} \quad (1-7)$$

分布电荷的电位

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r} \quad (1-8)$$

必须指出，电位是相对的，其值与电位参考点的选择有关。(1—5)至(1—8)各式都是选择无穷远处作为电位的参考点。然而，电场中两点之间的电位差则是绝对的，在实际中，它比电位更重要。场中 Q 、 P 两点间的电位差等于单位正电荷从 Q 点移到 P 点时电场力所做的功，即

$$U_{QP} = U_Q - U_P = \int_Q^P \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (1-9)$$

3. $\mathbf{E}$ 与 U 之关系

场中某点的 $\mathbf{E}$ 是该点电位梯度的负值。即

$$\mathbf{E} = -\nabla U \quad (1-10)$$

三、静电场的基本定理

1. 静电场第一定理

$$\oint_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (1-11)$$

或 $\text{rot } \mathbf{E} = 0$

它说明静电场做功与路径无关，它是势场或无旋场。

2. 静电场第二定理（高斯定理）

$$\oiint_s \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (1-12)$$

或 $\text{div } \mathbf{E} = \rho_e / \epsilon_0$

说明静电场是有源场，电荷就是它的源，正电荷是电场的“源头”，负电荷是电场的“尾闾”。

必须注意，(1—12)式右边的 q 是闭合曲面 s 所包围的

电荷之代数和，不包括闭合面外的电荷。等式左边积分号内的 $\mathbf{E}$ 则是空间所有电荷（包括闭合面外的电荷）产生的场强矢量和。

§ 1—2 解题方法和备考

在静电学中，较多的问题是根据已知电荷的分布求电场的分布。

一、求解电场分布的方法

1. 利用迭加原理

从静电场的基本规律——库仑定律出发，利用迭加原理，原则上可求解任何电荷之电场分布。

2. 利用高斯定理

高斯定理的数学表达式 $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \frac{q}{\epsilon_0}$ ，是电磁场理论的基本方程之一，它反映了电磁场的基本特性。但是，欲用高斯定理计算电场，则只有当电场的分布具有某种对称性时才是方便的，而且是惊人的简单。这是由于高斯定理是反映电通量与电荷的联系，而不是场强与电荷的直接联系。要通过电通量计算场强，只有当场强在所选的闭合面上各部分的数值相等时，才能在通量中把场强和面积分开，即从积分号中把 $\mathbf{E}$ 提出来，这就要求电场的分布具有某种对称性。

应用高斯定理计算 $\mathbf{E}$ 的方法如下：

(1) 分析场强分布，判定能否用高斯定理求 $\mathbf{E}$ 。事实上，只有当场强分布具有球对称、平面对称和轴线（或圆柱）对称时，才能用高斯定理求 $\mathbf{E}$ ，否则不能用。这并不意味着高斯定理不适用于非对称性的问题，只是用它解不出 $\mathbf{E}$ 。

(2)选择适当的闭合曲面作为高斯面,使 $\mathbf{E}$ 从积分号中提出。选择高斯面的原则:①所求场点必须在高斯面上。②使高斯面的各个部分或者与电力线平行(此时通量等于零),或者与电力线垂直,或者与电力线成恒角,而且面上各点场强大小相等。此时 $\mathbf{E}$ 为常量,可从积分号中提出。③高斯面本身必须是个简单的几何面。

(3)利用方程式(1-12)求得 $\mathbf{E}$ 。

3. 利用 $\mathbf{E}$ 、 U 关系

已知 $\mathbf{E}$ 求 U ,可用积分关系 $U = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$;已知 U 求 $\mathbf{E}$,可用微分关系 $\mathbf{E} = -\text{grad}U$ 。由于 U 是标量, $\mathbf{E}$ 为矢量,一般来说求标量较求矢量简单,故可先求得 U ,再求 $\mathbf{E}$ 。

二、常用题例的公式

以下所举题例的公式,在一般教科书中均可找到,解题时可直接引用。

1. 电偶极子的场强

$$\text{延长线上} \quad \mathbf{E} \simeq \frac{2p}{4\pi\epsilon_0 r^3} \quad (r \gg l) \quad (1-13)$$

$$\text{中垂面上} \quad \mathbf{E} \simeq -\frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3} \quad (r \gg l) \quad (1-14)$$

式中: $p=ql$ 为电偶极矩矢量。 l 为电偶极子的轴,大小等于两电荷之间距,方向自 $-q$ 指向 $+q$ 。 r 为场点到轴 l 中点之距离。

2. 均匀带电无限长细棒的场强

$$E = \frac{\eta_e}{2\pi\epsilon_0 r} \quad (1-15)$$

式中 r 为场点到棒的距离。

3. 均匀带电细环的场强

$$\text{轴上} \quad E = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0(R^2+x^2)^{3/2}} \quad (1-16)$$

式中: R 为环的半径; q 为环的总电量; x 为环轴上的场点到环心的距离。

$$\text{环心} \quad E=0$$

4. 均匀带电无限大平面外的场强

$$E = \frac{\sigma_\epsilon}{2\epsilon_0} \quad (1-17)$$

两均匀带异号电荷无限大平面间之场强

$$E = \frac{\sigma_\epsilon}{\epsilon_0} \quad (1-18)$$

5. 均匀带电球壳之场强

$$\left. \begin{aligned} E &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (r > R) \\ E &= 0 \quad (r < R) \end{aligned} \right\} \quad (1-19)$$

式中: q 为球壳的总电量; R 为球壳的半径; r 为场点到球心的距离。

§ 1—3 解题示例

例 1—1 在直角 $\triangle AOB$ 中, $AO=3.0$ 厘米, $BO=4.0$ 厘米。今有点电荷 $q_1=1.5 \times 10^{-9}$ 库仑, $q_2=-2.5 \times 10^{-9}$ 库仑, 分别放置在 A 、 B 两点上。如图 1—1 所示。试求 O 点之电场强度。

解: 按题意, q_1 、 q_2 周围空间各点之场强是由两点电荷共同产生的。根据迭加原理, O 点之场强等

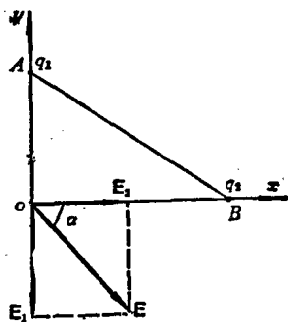


图 1—1

于 q_1 、 q_2 单独存在时在该点所产生的场强之矢量和。

设 q_1 在 O 点之场强为 E_1 ，其值

$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0(AO)^2} = 9.0 \times 10^9 \times \frac{1.5 \times 10^{-9}}{(3.0 \times 10^{-2})^2} \\ = 1.5 \times 10^4 \text{ (伏特/米) (方向: 沿着 } y \text{ 轴的负方向)}$$

q_2 在 O 点之场强为 E_2 ，其值

$$E_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0(BO)^2} = 9.0 \times 10^9 \times \frac{2.5 \times 10^{-9}}{(4.0 \times 10^{-2})^2} \\ = 1.4 \times 10^4 \text{ (伏特/米) (方向: 沿着 } x \text{ 轴的正方向)}$$

由于 E_1 和 E_2 都在 xy 平面内，所以 E 亦在 xy 平面内，并与 x 轴的夹角为

$$\alpha = \arctan \frac{E_1}{E_2} = \arctan \frac{-1.5}{1.4} = -47^\circ$$

E 之大小为

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{1.5^2 \times 10^8 + 1.4^2 \times 10^8} \\ = 2.1 \times 10^4 \text{ (伏/米)}$$

由本题解可知，在两个或两个以上的点电荷组所产生的电场中，求某点之场强时，必须先计算每个点电荷在该点所产生的场强，然后利用迭加原理，求矢量和得出合场强。这里还必须指出的是，由于 E 是矢量，除了求其值，还必须指出它的方向，两者不可缺一。

例 1—2 两同号等量电荷固定放置在桌面上，相距为 $2a$ ，带电量为 q （如图 1—2）。试求：（1）在距离两点电荷连线的中点为 h 高的 P 处的点电荷 $-q$ 所受的力（设 $-q$ 之质量可略）。（2）若电荷 $-q$ 的质量为 m ，而且不可忽略，那么它由

静止状态从 P 点落到桌面时的速度是多少？

解：(1) 置于 P 处的点电荷 $-q$ 由于忽略了质量，则只受到电场力 F_e 的作用，

$$F_e = -qE \quad (1)$$

式中 E 是除了 $-q$ 外，其他所有电荷在 P 点所产生的总场强；负号表示 F_e 与 E 的方向相反。

现在让我们计算 P 点的总场强 E 。设 A 处的点电荷在 P 点所产生的场强为 E_1 ， B 处的点电荷在 P 点所产生的场强为 E_2 （如图所示），两者数值相等，即

$$E_1 = E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{a^2 + h^2}$$

合场强 E 的方向竖直向上，其值为

$$\begin{aligned} E &= 2E_1 \cos \alpha = \frac{2}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{a^2 + h^2} \cdot \frac{h}{\sqrt{a^2 + h^2}} \\ &= \frac{qh}{2\pi\epsilon_0(a^2 + h^2)^{3/2}} \end{aligned} \quad (2)$$

由(1)式得 P 点的电荷 $-q$ 受力的方向竖直向下，其值为

$$F_e = qE = \frac{q^2 h}{2\pi\epsilon_0(a^2 + h^2)^{3/2}}$$

(2) 当点电荷 $-q$ 的质量 m 不能忽略时，则除受到向下的电场力 F_e 外，还受到向下的重力 F_g 。根据动能定理，在两力作用下由静止状态从 P 处落到桌面时的动能增量应等于两力所做的功。即

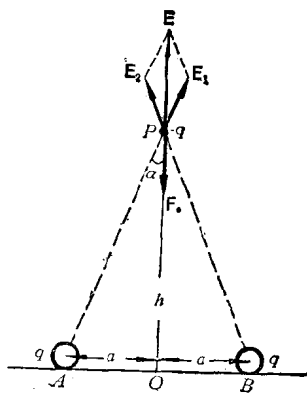


图 1-2

$$-q \int_0^h \mathbf{E} \cdot d\mathbf{h} + \int_0^h \mathbf{F}_g \cdot d\mathbf{h} = \frac{1}{2}mv^2 \quad (3)$$

(3) 式中左边第一项是电场力所做的功，它等于电位能的减少，即

$$\begin{aligned} -q \int_0^h \mathbf{E} \cdot d\mathbf{h} &= -qU_{PO} = -q(U_r - U_o) \\ &= -q \left[\frac{q}{2\pi\epsilon_0\sqrt{a^2+h^2}} - \frac{q}{2\pi\epsilon_0 a} \right] \end{aligned}$$

第二项为重力所做之功，它等于重力位能的减少，即

$$\int \mathbf{F}_g \cdot d\mathbf{h} = mgh$$

代入(3) 式得

$$\frac{q^2}{2\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{a} - \frac{1}{\sqrt{a^2+h^2}} \right] + mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

所以， $-q$ 落到桌面时的速度为

$$v = \sqrt{\frac{q^2}{\pi\epsilon_0 m} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{\sqrt{a^2+h^2}} \right) + 2gh}$$

例 1—3 求距电偶极子相当远的任一点的电场强度。已知电偶极子的电偶极矩 $\mathbf{P}=ql$ 。

解：本题属计算两个点电荷所产生的场强，可采用上题的方法解，但比较繁复。若先用电位的迭加原理求得电位再求 $\mathbf{E}$ ，将使解题大为简化。为此，我们采用球坐标系，其极轴沿偶极矩 $\mathbf{p}$ ，原点 O 位于偶极子的中心（如图 1—3 所

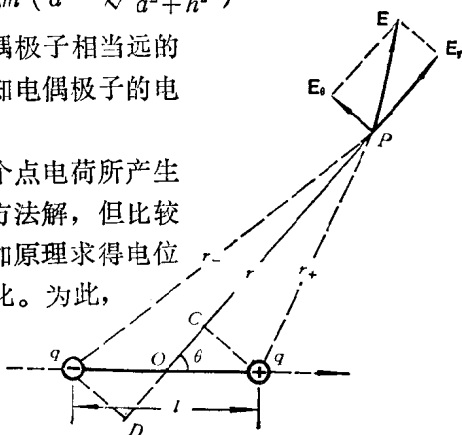


图 1—3