

互

动

课

堂

从

书

高一数学

互动课堂

HUDONGKETANG

中国教辅图书策划专家 ▶ 希扬 主编

开放课堂
师生互动
突出主体
教学相长

主体参与

希扬
主编

中国少年儿童出版社
中国纺织出版社

互动课堂

高一数学

丛书主编	希 扬				
丛书副主编	屠新民				
本册主编	屠新民	李丽琴			
本册编委	屠新民	李丽琴	屠凯临	张光照	
	兰社云	岳林宝	李树琴	杜 渝	
	刘富森	王慧兴	项昭义	李士彬	
	梁秀红	陈 星	肖培联		

ABAC 26/06

中国少年儿童出版社

中国纺织出版社

图书在版编目(CIP)数据

互动课堂. 高一数学/希扬主编. —北京:中国纺织出版社, 2002. 6
ISBN 7-5064-2269-7/G·0113

I. 互... II 希... III. 数学课—高中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 015518 号

策划编辑:博创文化 责任编辑:王力凡 加工编辑:刘扬

中国纺织出版社出版发行

地址:北京东直门南大街 6 号 邮政编码:100027

电话:010—64158225—3916

http://www.c-textilep.com

E-mail:bo-chuang@c-textilep.com

华北石油廊坊华星印刷厂印刷 各地新华书店经销

2002 年 6 月第 1 版第 1 次印刷

开本:880×1230 1/32 印张:15.875

字数:400 千字 定价:16.80 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

《互动课堂》丛书

丛 书 主 编 希 扬

丛书副主编 屠新民

编	委	屠新民	李士彬	梁秀红	陈 星	陈 灏
		杜 瑜	兰社云	李丽琴	刘富森	孙红保
		李留禄	李 丽	禹海军	杨冬莲	王希顺
		金 英	王振中	龚维宁	王景叶	项昭义
		栾林宝	肖培联	张定勇	司海举	刘 歌

序 言

序 言

创新,是我们的灵魂。

这套《互动课堂》是我们继《走向清华北大》、《课堂新思维点悟》之后,奉献给广大中学生朋友的一套崭新的素质教育同步系列丛书。

素质教育是当前课堂教学改革的主旋律。如何利用课堂这个主渠道,培养具有自学能力、自主能力和创新能力的优秀人才,已成为广大教育工作者和出版者共同面对的世纪课题。而未来社会所需要的是有慧心、有灵气、会学习、会沟通、富有团队精神的人才,为社会提供这样的人才才是教育工作者的神圣使命,也是教育的目标所在。

何谓《互动课堂》?通过教师的趣引妙答,引发和激励所有学生主动参与到教学中来,师生相互交流,相互沟通,亲密合作,共同探究的“互动形式”的课堂,称之为《互动课堂》。由传统的被动接受式学习转向主动探索性学习,让学生最大程度发挥主观能动性,提升主体能力,培养科学精神,提高创新素质。同时,也促使教师较快地提高专业能力和水平。通过这种形式教师可以由教会变为会教,学生可以由学会变为会学。《互动课堂》是一种提高教与学双方积极性,从而有效提高学习成绩,在学习知识的过程中掌握学习方法的先进模式。这是目前素质教育在课堂教学改革中的最前沿成果,也是这套《互动课堂》丛书贯穿始终的“教与学”新理念。

本书除按照教学大纲的要求列出知识结构,设计了“知识要点”、“重点难点”和“自测自评”外,还精心设置了“例题精析”中的“解题点悟”和“师生交流”栏目,形成题前“名师分析题意,点拨解题思路,启迪悟性”和题后“学生提问”,“教师趣引妙答”的师生平等交流、教学互动的课堂新模式,是我国教辅书籍中第一套突出名师和学生“零距离”交流的丛书,这也正是本书最大的“亮点”。

同时,本书更加突出学生的主体地位。丛书的题型设计从学生的角度出发,依据学习心理学规律,精心编排了:(1)双基练习题——自测自评题;(2)能力训练题——培养能力强化题;(3)考上重点大学的创新研究题——分层提高能力题。三组题由易趋难,使学生不断克服各种障碍,取得一次次的进步,使其始终处在积极、活跃的学习状态,最终获得成功。

互动课堂 高一数学

让你的课堂因此而精彩！这是我们大家共同的心愿。

参加本套丛书编写的人员还有：向荣、老皮、杨谋、杨率、力云、王力、宋力、辉民、自立、步周、小祥、师艳茹、金宏艳、陈新春、李春才、陈晓花、肖哨卡、梁丰、张三中、张宇。

吊杨

目 录

目 录

第一章 集合与简易逻辑	(1)
1.1 集合(一)	(2)
1.1 集合(二)	(6)
1.2 子集、全集、补集(一)	(10)
1.2 子集、全集、补集(二)	(13)
1.3 交集、并集(一)	(17)
1.3 交集、并集(二)	(21)
1.4 含绝对值的不等式的解法(一)	(25)
1.4 含绝对值的不等式的解法(二)	(29)
1.5 一元二次不等式(一)	(33)
1.5 一元二次不等式(二)	(36)
1.6 逻辑联结词	(40)
1.7 四种命题	(46)
1.8 充分条件与必要条件	(51)
综合解题指导	(54)
分层提高能力题	(56)
参考答案	(61)
第二章 函数	(71)
2.1 映射	(73)
2.2 函数	(78)
2.3 函数的单调性和奇偶性(一)	(85)
2.3 函数的单调性和奇偶性(二)	(93)
2.4 反函数	(99)
2.5 指数	(104)
2.6 指数函数(一)	(109)
2.6 指数函数(二)	(113)
2.7 对数	(119)
2.8 对数函数(一)	(125)
2.8 对数函数(二)	(131)
2.9 函数的应用举例	(138)
综合解题指导	(149)

互动课堂 高一数学

分层提高能力题	(151)
参考答案	(157)
第三章 数列	(172)
3.1 数列及通项公式	(173)
3.2 等差数列	(179)
3.3 等差数列前 n 项和	(186)
3.4 等比数列	(192)
3.5 等比数列前 n 项和	(199)
3.6 研究性课题:分期付款中的有关计算	(209)
综合解题指导	(209)
分层提高能力题	(216)
第一学期期末测试题	(219)
参考答案	(223)
第四章 三角函数	(236)
4.1 角的概念的推广(一)	(238)
4.1 角的概念的推广(二)	(241)
4.2 弧度制	(245)
4.3 任意角的三角函数	(253)
4.4 同角三角函数的基本关系式	(260)
4.5 正弦、余弦的诱导公式	(267)
4.6 两角和与差的正弦、余弦、正切(一)	(275)
4.6 两角和与差的正弦、余弦、正切(二)	(282)
4.7 二倍角的正弦、余弦、正切(一)	(285)
4.7 二倍角的正弦、余弦、正切(二)	(290)
4.8 正弦函数、余弦函数的图像和性质(一)	(294)
4.8 正弦函数、余弦函数的图像和性质(二)	(299)
4.9 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图像(一)	(304)
4.9 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图像(二)	(310)
4.10 正切函数的图像和性质	(315)
4.11 已知三角函数值求角(一)	(322)
4.11 已知三角函数值求角(二)	(327)
综合解题指导	(331)
分层提高能力题	(339)
参考答案	(344)
第五章 平面向量	(366)
5.1 向量	(367)
5.2 向量的加法与减法(一)	(372)

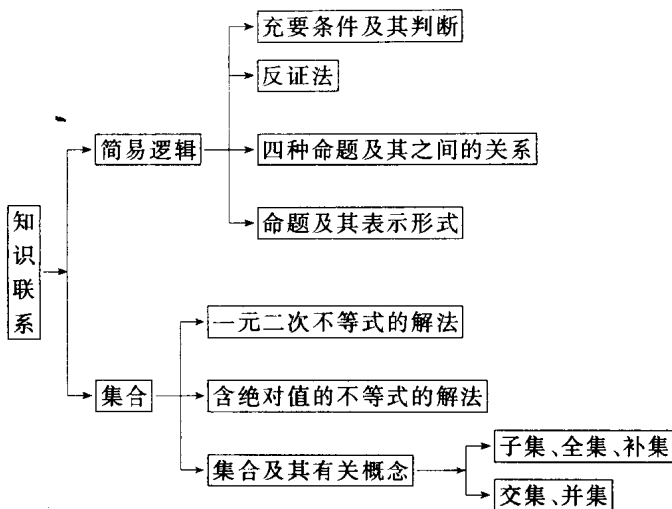
目 录

5.2 向量的加法与减法(二)	(378)
5.3 实数与向量的积(一)	(382)
5.3 实数与向量的积(二)	(387)
5.4 平面向量的坐标运算(一)	(395)
5.4 平面向量的坐标运算(二)	(399)
5.5 线段的定比分点(一)	(405)
5.5 线段的定比分点(二)	(409)
5.6 平面向量的数量积及其运算律(一)	(414)
5.6 平面向量的数量积及其运算律(二)	(419)
5.7 平面向量数量积的坐标表示(一)	(424)
5.7 平面向量数量积的坐标表示(二)	(428)
5.8 平移(一)	(434)
5.8 平移(二)	(438)
5.9 正弦定理,余弦定理(一)	(442)
5.9 正弦定理,余弦定理(二)	(450)
5.10 解斜三角形	(455)
5.11 实习作业	(463)
分层提高能力题	(469)
第二学期期末测试题	(472)
参考答案	(474)

第一章 集合与简易逻辑

第一章 集合与简易逻辑

知识结构



高考目标

1. 目标要求

高考知识点	高考要求		考题出现 年 份	分值
	能力层次	具体要求		
集合	理解	理解集合的概念,并会用集合符号表示它	1995	4
子集	理解	理解子集的概念,并会用符号表示子集和全集的关系		
补集	理解	理解补集的概念,并会用符号表示补集	1995, 1997, 1999,2000	4, 4, 4,5

互动课堂 高一数学

续表

高考知识点	高考要求		考题出现年份	分值
	能力层次	具体要求		
交集	理解	理解交集的概念,并会用符号表示集合与集合相交关系		
并集	理解	理解并集的概念,并会用符号表示集合合、并的关系	1996, 1997, 2000	4, 4.5
逻辑联结词	理解	理解逻辑联结词“或”、“且”、“非”的含义		
四种命题	理解	理解四种命题及其相互关系		
充要条件	掌握	掌握充要条件的意义,并能用之解决问题		
空集	了解	了解空集的意义,并能表示之		
全集	了解	了解全集的意义,并能用符号表示之		

2. 能力要求

(1)从复习所学过的数集(整数集合、有理数集合)、点集(直线、圆)等入手,理解集合与集合元素的概念,并从集合与集合之间的包含与相等关系入手,了解子集(真子集)的概念,进一步学好全集、补集、交集、并集的概念.

从复习一元一次不等式与二元一次不等式组入手,学好绝对值不等式与一元二次不等式的解法.

(2)从初中学习的简单的命题(即原命题、逆命题)知识、简单的推理方法(包括对反证法的了解)入手,了解命题和含有“或”、“且”、“非”的复合命题的意义,掌握判断含有“或”、“且”、“非”的复合命题的真、假的方法,理解四种命题及其相互关系,掌握反证法的应用.理解充分条件、必要条件和充要条件的有关知识,并对有关问题正确判断.

1.1 集合(一)



知识要点

1. 理解集合的概念;
2. 掌握集合的列举法和描述法;

第一章 集合与简易逻辑

3. 会正确使用数集的符号,如“ $\in$ ”和“ $\notin$ ”等.



重点难点

1. 集合的概念:集合是一个不加定义的原始概念.一般情况下,符合某种条件(或具有某种性质)的对象集中在一起就成为一个集合.

2. 集合中元素的性质:

(1)确定性:给定一个集合 A ,一个对象 $x \in A$ 或 $x \notin A$,二者必居其一,这是明确的.例如,“年龄大的数学教师”、“美丽的花”这类对象,一般不能构成数学意义上的集合.这是因为找不到用以判定每一具体对象是否属于集合的明确标准.

(2)互异性:集合中,任何两个元素都是不同的对象.即集合中的相同元素只算一个.例如,方程 $(x^2 + 4x + 4)(x - 3) = 0$ 的根为 $x_1 = x_2 = -2, x_3 = 3$. 方程的解集为 $\{-2, 3\}$,而不能写成 $\{-2, -2, 3\}$.

(3)无序性:集合中的元素是不排序的.例如, $\{1, 2\} = \{2, 1\}$. 但是,一般情况下,应按一定顺序书写.如集合 $\{-1, 0, 1, 2\}$,一般不写成 $\{0, -1, 1, 2\}$,因为这样写容易产生错误.

3. 集合表示法:

(1)列举法:是指把集合中的元素一一列举出来的方法,适用于有限集.

(2)描述法:是指用确定的条件表示某些对象是否属于这个集合的方法,适用于无限集.

4. 注意事项:

(1)符号“ $\notin$ ”与“ $\in$ ”是用于表示元素与集合之间的关系的;

(2)注意数集“ $\mathbb{N}$ ”与“ $\mathbb{N}^*$ ”的区别;

(3)注意空集 $\emptyset$ 与单元素集合 $\{0\}$ 的区别.

例题精析

例题 1

考查下列每组对象:

- (1)绝对值不超过 6 的整数;
- (2)好心的大哥;
- (3)两腰相等的三角形;
- (4)某班 16 岁以下的男学生;
- (5)头发比较长的人.

能构成一个集合的是_____.

※解题点悟 (1)任给一个实数 x ,可以明确判断是否是“绝对值不超过 6

互动课堂 高一数学

的整数”，即 $-6 \leq x \leq 6$ 且 $x \in \mathbb{Z}$ ，这个集合有 $-6, -5, \dots, 0, 1, \dots, 6$ 共 13 个元素，标准明确. 类似地，(3)、(4)也是集合.

(2)“好心的大哥”无明确标准，要注意确定性 对于某位大哥是否“好心”无法客观地判定. 因此，(2)不能构成集合；类似地，(5)也不能构成集合.

例题 2

设集合 $A = \{(x, y) | x + y = 5, x \in \mathbb{N}^*, y \in \mathbb{N}^*\}$ ，试问下列数对，哪些都是集合 A 的元素.

(A) $(1, 4), (2, 3)$ (B) $(-1, 6), (4, 1), (3, 2)$

(C) $(0, 5), (1, 4), (2, 3)$ (D) $(5, 0), (4, 1), (3, 2)$

※解题点悟 上述各数对之和均为 5，但是 $-1 \notin \mathbb{N}^*, 0 \notin \mathbb{N}^*$.

※标准解法 应选择(A).

※师生交流

学生：为什么指出 $-1 \notin \mathbb{N}^*, 0 \notin \mathbb{N}^*$ 即得解.

教师：因为明显地可看出(B)中含有 -1 ，(C)、(D)中含有 0.

例题 3

设 $x = 5 + \sqrt{2}\pi, y = \frac{1}{5 - 3\sqrt{2}}$ ，集合 $M = \{m | m = a + b\sqrt{2}, a \in \mathbb{Q}, b \in \mathbb{Q}\}$ ，那么 x, y 分别与集合 M 的关系如何？

※解题点悟 欲判断 x, y 与集合 M 的关系， M 中的 $a, b \in \mathbb{Q}$ ，只需考查 x, y 是否可整理成 $a + b\sqrt{2}$ 的形式即可.

※标准解法 $\because x = 5 + \sqrt{2}\pi$ ，而 $\pi \notin \mathbb{Q}$ ，

$\therefore x \notin M$.

又 $\because y = \frac{5 + 3\sqrt{2}}{25 - 18} = \frac{5}{7} + \frac{3}{7}\sqrt{2}, \frac{5}{7} \in \mathbb{Q}, \frac{3}{7} \in \mathbb{Q}$ ，

$\therefore y \in M$.

※师生交流

学生：解此类题的要点是什么？

教师：此题是判断元素与集合的关系，要明确集合中元素的特点，注意元素的表示应符合要求.

例题 4

设 $A = \{x | \frac{6}{3-x} \in \mathbb{N}^*, x \in \mathbb{Z}\}$ ，试用列举法表示集合 A .

※解题点悟

当 $x = -3, 0, 1, 2$ 时， $A = \{-3, 0, 1, 2\}$.

要从整除入手

第一章 集合与简易逻辑

※标准解法 略.

※师生交流

学生:本题中,怎么知道要取 $x = -3, 0, 1, 2$ 的?

教师:由于 $3 - x > 0$ 且 $3 - x \leq 6$, 即 $-3 \leq x < 3$ 且 $x \in \mathbb{Z}$. 在此基础上验证即可.

例题 5

用另一种形式表示下列集合:

(1) $\{ \text{所有被 3 除余 2 的整数} \}$;

(2) $\{ x \mid x = |x|, x \in \mathbb{Z} \text{ 且 } x < 7 \}$;

(3) $\{ x \mid (3x - 2)(x + 5)(x^2 + 4) = 0, x \in \mathbb{Z} \}$.

※解题点悟 (1)题应改为描述形式的代数式;(2)题应采用列举法;(3)题应采用列举法.

※标准解法 (1) $\{ x \mid x = 3n + 2, n \in \mathbb{Z} \}$;

(2) $\because x = |x|,$

$\therefore x \geq 0,$

又 $\because x \in \mathbb{Z} \text{ 且 } x < 7,$

$\therefore$ 集合还可表示为 $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

(3) $\{-5\}$.

※师生交流

学生:(3)题中为什么只有一个元素 -5 ?

教师:这是因为 $x^2 + 4 > 0, x = \frac{2}{3}, x = -5$, 而 $x \in \mathbb{Z}$, 所以 x 只能取 -5 .

☒ 自测自评

一、选择题

1. 下列各条件:

- ①充分接近 2002 的全体实数;
- ②中国著名的音乐家;
- ③组成中华人民共和国国旗图案的颜色;
- ④方程 $x^2 + 4x = -4$ 的解集.

能确定为一个集合的是().

- (A) ①②③ (B) ①②④ (C) ①③④ (D) ③④

2. 下面说法正确的有().

- ①1999 年 12 月 20 日,在澳门的华人组成一个集合;
- ②集合 $C_{\mathbb{Z}}\mathbb{N}$ 中最大数是 0;
- ③集合 $\{1, 2\}$ 和 $\{2, 1\}$ 是不同的集合;

互动课堂 高一数学

- (A)①、② (B)①、②、③ (C)①、③ (D)①

3. 以实数 $a, -a, |a|, \sqrt[4]{a^4}, -\sqrt[3]{a^3}$ 为元素所组成的集合中最多含有 ().

- (A)2 个元素 (B)3 个元素 (C)4 个元素 (D)5 个元素

4. 下面四个命题中:

① $0 \in \{0\}$ 是正确的;

② $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$, 则 $a+b$ 的最小值是 2;

③ $\{x \in \mathbb{Q} | x^2 + x + 4 = 0\}$ 是空集;

④ 已知集合 $P = \{x | x = 2k, k \in \mathbb{Z}\}, Q = \{x | x = 2k+1, k \in \mathbb{Z}\}, R = \{x | x = 4k+1, k \in \mathbb{Z}\}$, 又 $a \in R, b \in Q$, 则 $a+b \in P$.

其中正确命题的个数是 ().

- (A)0 个 (B)1 个 (C)2 个 (D)3 个

二、填空题

1. ① $\{x | x \in \mathbb{N}^*, \frac{3}{x} \in \mathbb{Q}\}$ 是有限集;

② $\{0\}$ 是空集;

③ 所有有理数构成的集合为 $\{0\}$;

④ 已知集合 $P = \{x | x \in \mathbb{N}, |x| < 3\}$, 则 $0 \in P$.

其中正确命题的个数有 _____.

2. 集合 $\{x | (x+1)^6(x-1) = 0, x \in \mathbb{Z}\}$, 用列举法表示为 _____, 用描述法表示为 _____.

3. 集合 $\{-1, 3, -5, 7, -9, 11, \dots\}$, 用描述法表示为 _____.

4. 方程组 $\begin{cases} 3x-5y=6 \\ 7x-y=1 \end{cases}$ 的解集, 用列举法表示为 _____, 用描述法表示为 _____.

1.1 集合(二)

元素和集合的关系, 以及利用集合的概念构造方程解决问题, 能深化集合概念的理解, 同时, 也能综合应用所学知识解决问题.

例题 6

数集 A 满足条件, 若 $a \in A, a \neq 1$, 则 $\frac{1}{1-a} \in A$. 证明:

(1) 若 $2 \in A$, 则在 A 中还有另外两个数, 并求这两个数;

(2) 集合 A 中至少有三个不同的元素.

※ 解题点悟 (1) 题应将 $a=2$ 代入 $\frac{1}{1-a}$ 去求另外两个数; (2) 题注意将数

第一章 集合与简易逻辑

循环代入 $\frac{1}{1-a}$.

※标准解法 (1)若 $a \in A, a \neq 1$, 则有 $\frac{1}{1-a} \in A$,

又 $\because 2 \in A, 2 \neq 1$,

$$\therefore \frac{1}{1-2} = -1 \in A.$$

由 $-1 \neq 1$, 可得 $\frac{1}{1-(-1)} = \frac{1}{2} \in A$. 代入计算时注意符号

$$\therefore \frac{1}{2} \in A, \frac{1}{2} \neq 1, \text{ 则有 } \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2 \in A.$$

如此循环往复得出另两个数 $-1, \frac{1}{2} \in A$.

(2) $\because a \in A, a \neq 1$ 时, 有 $\frac{1}{1-a} \in A$.

$$\therefore \frac{1}{1-a} \in A, \text{ 且 } \frac{1}{1-a} \neq 1.$$

$$\text{即 } a \neq 0 \text{ 时, 有 } \frac{1}{1-\frac{1}{1-a}} = \frac{a-1}{a} \in A.$$

$$\therefore \frac{a-1}{a} \in A, \text{ 且 } \frac{a-1}{a} \neq 1,$$

$$\text{即 } a-1 \neq a \text{ 时, 有 } \frac{1}{1-\frac{a-1}{a}} = a \in A.$$

如此循环往复出现三个数 $a, \frac{1}{1-a}, \frac{a-1}{a} \in A$.

$$\therefore a \neq \frac{1}{1-a} \neq \frac{a-1}{a}.$$

故集合 A 中至少有三个不同的元素.

例 7

用描述法表示图 1-1 中阴影部分的点(含边界)的坐标的集合.

※解题点悟 注意观察阴影部分点 (x, y) 中的 x, y 的取值范围.

※标准解法 由图像可得

$$\{(x, y) | -1 \leq x \leq \frac{3}{2}, -\frac{3}{2} \leq y \leq 1 \text{ 且 } xy \geq 0\}.$$

※师生交流

学生:此题由图形得点的纵、横坐标的取值范围很有特色.

教师:是的.这是逆向思维问题,本题从阴影部分的点可见 x, y 的取值范围,但应注意符合条件的点在第一、第三象限,从而必须注意 $xy \geq 0$.

互动课堂 高一数学

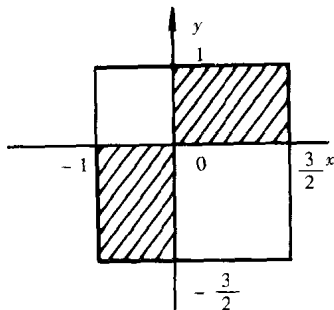


图 1-1

例题 8

集合 $P = \{x \mid x = 2k, k \in \mathbb{Z}\}$, $Q = \{x \mid x = 2k + 1, k \in \mathbb{Z}\}$, $R = \{x \mid x = 4k + 1, k \in \mathbb{Z}\}$, 又 $a \in P, b \in Q$, 则有 ().

- (A) $a + b \in P$ (B) $a + b \in Q$ (C) $a + b \in R$ (D) 以上都不对

※解题点悟 应首先确定 a, b 的表达式, 才能确定 $a + b$.

※标准解法

$\because a \in P, \therefore a = 2k_1, k_1 \in \mathbb{Z},$ 又 $b \in Q,$

$\therefore b = 2k_2 + 1, k_2 \in \mathbb{Z},$

则 $a + b = 2(k_1 + k_2) + 1$, 而 $k_1 + k_2 \in \mathbb{Z}$, 故 $a + b \in Q$.

$\therefore$ 应选(B).

※师生交流

学生: 本题是在判别元素和集合之间的关系, 此类题的解题要点是什么?

教师: 核心是元素是否具有集合中元素的特征, 要抓住其本质属性.

例题 9

已知集合 $U = \{a \mid x^2 + 2(a-1)x + 1 = 0, x \in \mathbb{R}\}$, 求一次函数 $y = 5x - 3$, $x \in U$ 的取值范围.

※解题点悟 应首先确定集合 U 中元素 a 的范围.

※标准解法 由已知, $\Delta = 4(a-1)^2 - 4 \geq 0$, 解得

$a \geq 2$ 或 $a \leq 0$.

$\therefore U = \{a \mid a \geq 2 \text{ 或 } a \leq 0\}, x \in U, \therefore x \geq 2 \text{ 或 } x \leq 0$.

$\therefore 5x - 3 \geq 7 \text{ 或 } 5x - 3 \leq -3$.

故 y 的取值范围是 $\{y \mid y \leq -3 \text{ 或 } y \geq 7\}$.

$$y = 5x - 3$$