机械优化设计理论与应用

田福祥 著

冶金工业出版社

机械优化设计
理论与应用

田福祥 著

北 京
冶 金 工 业 出 版 社
1998

内 容 提 要

本书着重阐述了几种先进实用的机械优化设计方法和应用实例以及相关的新理论和应用技巧。书中介绍的可变容差法和广义简约梯度法是同类书籍极少提及的新方法，其适用性广（能解含有非线性等式约束的问题）、计算成功率高、可靠性好，是目前最先进的约束优化算法。

本书注重应用，以恰当的实例深入浅出地阐明概念和理论的实质和来龙去脉，详细阐述算法的特点、运算过程和操作步骤等与应用密切相关的问题。书中给出了8个典型的机械优化设计应用实例，详细阐述了数学模型建立过程和寻优计算的有关问题。

本书可供机械行业科技人员阅读，也可作为机械类专业本科生、研究生教材或教学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

机械优化设计理论与应用/田福祥著.—北京：冶金工业出版社，1998.4

ISBN 7-5024-2175-0

Ⅰ.机… Ⅱ.田… Ⅲ.机械设计：最优设计-基本知识 Ⅳ.TH122

中国版本图书馆CIP数据核字(98)第03025号

出版人 卿启云(北京沙滩嵩祝院北巷39号，邮编100009)

责任编辑 王庆福 美术编辑 李垚云 责任校对 侯瑂 责任印制 李玉山

北京市顺义兴华印刷厂印刷；冶金工业出版社发行；各地新华书店经销

1998年4月第1版，1998年4月第1次印刷

850mm×1168mm 1/32；5.625印张；155千字；171页；1-2000册

10.00元

“（本社图书如有印装质量问题，本社发行部负责退换）”

前　言

本书的著述原则是少而精，先进、新颖、实用。

机械优化设计是一门新兴的边缘学科，发展迅速，实践性强，目前已有几十种优化方法。但是对于机械优化设计来说，适用性广（能解含有非线性等式约束的规划问题），计算成功率高和可靠性好的先进方法只有为数不多的几种。因此，本书不是对各种优化方法的泛泛介绍和罗列，而是只重点阐述几种先进实用的优化方法及其重要的应用策略和典型应用实例，以及与应用密切相关的新理论、新方法。其目的是帮助读者掌握几种最先进实用的优化方法和必要的应用技巧，学以致用。

本书共分 5 章，包括 3 个方面：基础知识（第 1 章）、优化方法——非线性规划算法（第 2 章、第 3 章）、优化设计应用（第 4 章、第 5 章）。本书重点是第 3 章约束优化方法和第 5 章机械优化设计应用实例。第 3 章介绍的可变容差法和广义简约梯度法是同类书籍极少提及的新方法，是迄今为止最先进的约束优化算法。第 5 章介绍的应用实例，除箱形盖板优化设计外，其余七个实例是从作者本人二十多个应用成果中选择的，其中六个实例是机构优化设计，有五个是复杂的多杆机构和组合机构优化设计。这是因为机构优化设计，尤其是复杂机构优化设计是最优化技术应用最成功的领域，也是最能发挥优化计算威力的领域。关于零件和部件优化设计，本书仅收入弹簧和箱形盖板优化设计。其他零件（例如齿轮）和部件（例如制动器、减速器）优化设计，由于问题本身性质所致，其数学模型较复杂[4,11,15]，且有的数学模型近似程度较大，受篇幅所限和考虑到应用效果，本书未收入，有兴趣的读者可查看书后参考文献指出的有关文献。

书中 x^k，α^k（$k=0,1,2,\cdots$）是 $x^{(k)}$，$\alpha^{(k)}$ 的简写，这里的 k 不是指数，而是上标，代表迭代次数。

为了易于阅读和应用，本书一般不作繁杂的数学推证，而注重

以恰当的实例深入浅出地阐明概念和理论的实质和来龙去脉，详细阐述算法的特点、运算过程和操作步骤等与应用密切相关的问题。对于每种算法及重要抽象的概念理论，都给出步骤严谨的例题和图示说明，并注重阐述相关算法之间的联系和区别。第5章的应用实例，给出了每个问题的详细分析和优化设计数学模型建立过程，部分实例给出了优化计算结果和分析。

本书作者多年从事机械优化设计教学和科研，作者的部分研究成果和新论点写入了有关章节，主要有：

1)含有非线性等式约束的规划问题一般不具有极值唯一性的论点(1.2节)；

2)关于适用性广、计算成功率高和可靠性好的约束优化方法考评结果(3.1节，4.1节)；

3)关于混合惩罚函数法和外点惩罚函数法求解含有非线性等式约束问题不收敛于最优解的论点(3.2节)；

4)混合惩罚函数法计算结果分析以及该算法改进和算法应用的前提条件(3.2节)；

5)用可变容差法求解只含不等式约束的问题时，在内点和外点之间插值求边界点的正确公式(3.3节)；

6)在广义简约梯度法中，解等式约束方程组的牛顿法迭代式的改进(3.4节)；

7)各种算法收敛精度的取值原则和范围(4.2节)；

8)求解混合离散变量问题的凑整二次优化法(4.4节)；

9)关于建立避免产生非法函数的约束条件的策略和方法(4.1节，5.3节)；

10)典型机构和零件优化设计的数学模型建立及计算结果分析(第5章)。

限于作者水平，书中难免有疏误之处，恳请读者指正。

田福祥

1997.11

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

目　录

绪　论

最优化技术是一门新兴学科。它建立在数学规划理论和计算机程序设计基础上，通过计算机的数值计算，在一切可能的方案中寻求最优方案，使期望的经济指标达到最优，它可以成功地解决解析法等其他方法难以解决的复杂问题。最优化技术可广泛应用于工业、农业、商业和国防等各部门，解决诸如生产规划、经济管理、能源利用、产品设计、工艺过程设计、控制系统等方面的最优化问题，它是促进技术进步和国民经济发展的一种有效方法。

机械优化设计是最优化技术在机械设计领域的移植和应用。其基本思想是，根据机械设计的理论、方法和标准规范等建立一反映工程设计问题和符合数学规划要求的数学模型，然后采用数学规划方法和计算机计算技术自动找出设计问题的最优方案。

优化设计的一般过程是：

1)建立优化设计的数学模型；

2)选择适用的优化方法，编写计算机的语言程序；

3)确定必要的数据，通过计算机求解并输出计算结果；

4)对计算结果作必要的分析整理。

概括地说，优化设计主要包括两个方面：一是如何将设计问题转化为确切反映问题实质并适合于优化计算的数学模型；二是如何求得该数学模型的最优解。

优化设计与传统的设计方法相比有以下特点：

1)设计思想是优化设计，需要建立一个确切反映设计问题的数学模型；

2)设计方法是优化方法，设计参数的调整是计算机沿着使方案更好的方向自动地进行；

3)设计手段是计算机，计算机由于运算速度快，分析计算一个方案只需要几分钟、几秒钟以至千分之一秒，可以从大量的方案中

迅速选出最优方案，大大地提高工作效率和设计质量。

总之，当一个设计问题所追求的设计指标及必须满足的设计要求能用符合数学规划要求的数学形式表达时，就可以用计算机进行优化设计，从而大大缩短设计周期，提高产品质量和技术性能，降低成本，取得显著的经济技术效果。

从世界范围来说，机械优化设计是60年代后期和70年代初得到迅速发展的。我国从80年代才开始研究和重视起来。机械优化设计虽然发展历史短，但进展迅速，无论在机构设计、机械零部件设计，还是在各种专用机械设计和工艺设计方面都很快地得到应用，取得了一定成果，同时在计算机辅助设计过程中也引入了优化设计方法。

最优化技术虽然近年来在机械设计中的应用已取得了初步成果，但是还面临着许多问题需要解决。例如，机械产品设计中的零件、部件的通用化和标准化，最优参数的制定，整机优化设计模型及方法的研究，机械优化设计离散变量优化方法的研究，在计算机辅助设计中优化方法的应用，机械设计中多目标的决策问题，以及动态系统、随机模型、可靠性优化设计等一系列问题尚待解决，需做较大的努力，才能适应机械工业发展的需要。

总的看来，机械优化设计是适应生产现代化要求发展起来的，是一门崭新的学科。它是在现代机械设计理论的基础上提出的一种更科学的设计方法，它可使机械产品的设计质量达到更高的要求。因此，在加强现代机械设计理论研究的同时，还要进一步加强最优设计数学模型的研究，以便在近代数学、力学和物理学的新成就基础上，使其更能反映客观实际。同时机械优化设计的研究还必须与工程实践、数学力学理论、计算技术和电子计算机的应用等紧密联系起来，才能具有更广阔的发展前景。

1 基础知识

1.1 优化设计的基本要素和数学模型

1.1.1 引例

先举一简单例子，使读者对机械优化设计有一初步感性认识，也便于引用该例阐述优化设计的基本概念和术语。

图1.1-1所示两杆对称支架的顶端受一载荷$2P=3\times10^5$N，支座距离$2B=152$cm。支架杆选用壁厚 $T=0.25$cm 的钢管，钢管材料的弹性模量 $E=2.1\times10^5$MPa，材料密度 $\rho=8\times10^{-3}$kg/cm^3，许用压应力$[\sigma]=700$MPa。要求在钢管压应力 σ 不超过许用压应力$[\sigma]$和失稳临界应力 σ_e 的条件下，确定钢管中径 D 和支架高度 H，使支架质量最小。

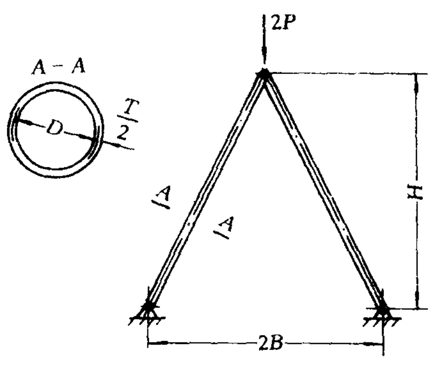

图1.1-1　两杆支架设计问题

设计中需确定的参数是钢管中径 D 和支架高度 H。

支架质量

$$M=2\rho\pi DT\sqrt{B^2+H^2}=0.01257D\sqrt{5776+H^2} \qquad (1.1\text{-}1)$$

钢管截面面积 A、截面惯性矩 I 和钢管长度 L 分别为

$$A=\frac{[(D+T)^2-(D-T)^2]\pi}{4}=\pi DT$$

$$I=\frac{[(D+T)^4-(D-T)^4]\pi}{64}=\frac{\pi DT(D^2+T^2)}{8}=\frac{A(D^2+T^2)}{8}$$

$$L=\sqrt{B^2+H^2}$$

按欧拉公式计算钢管的压杆稳定临界力

$$P_e=\frac{\pi^2 EI}{L^2}=\frac{\pi^2 EA(D^2+T^2)}{8(B^2+H^2)}$$

每个钢管受的压力

$$P_1=\frac{PL}{H}=\frac{P\sqrt{B^2+H^2}}{H}$$

钢管的压杆稳定临界应力

$$\sigma_e=\frac{P_e}{A}=\frac{\pi^2 E(D^2+T^2)}{8(B^2+H^2)}=\frac{2.6\times10^5(D^2+0.0625)}{5776+H^2}$$

钢管的压应力

$$\sigma=\frac{P_1}{A}=\frac{P\sqrt{B^2+H^2}}{\pi DTH}=\frac{1909\sqrt{5776+H^2}}{DH}$$

钢管压应力 σ 不得超过压杆稳定临界应力 σ_e，即 $\sigma\leq\sigma_e$，从而得压杆稳定约束条件

$$\frac{1909\sqrt{5776+H^2}}{DH}\leq\frac{2.6\times10^5(D^2+0.0625)}{5776+H^2} \tag{1.1-2}$$

钢管压应力 σ 不得超过许用压应力 $[\sigma]$，即 $\sigma\leq[\sigma]$，从而得压杆强度约束条件

$$\frac{1909\sqrt{5776+H^2}}{DH}\leq 700 \tag{1.1-3}$$

D 和 H 须取正值，即满足

$$D>0, H>0 \tag{1.1-4}$$

上述支架设计问题就是一个简单的优化设计问题。待定参数（设计变量）是钢管中径 D 和支架高度 H，设计追求的目标是支架质量最小，设计约束主要是压杆稳定条件和强度条件，这是一个二

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

元函数的条件极值问题，即在满足式1.1-2～式1.1-4的条件下，求二元函数式1.1-1的极小值。由于这一问题较简单，所以用解析法、图解法或数值法（优化方法）都能求解，但是对于大多数机械优化设计问题，解析法和图解法都无能为力，而应用数值迭代方法（优化方法）能使问题得到满意的解决。

1.1.2 设计变量和设计空间

在一项设计中，有些参数可根据工艺、安装和使用要求预先确定，称为预定参数，如前述支架设计中的 B、T、$[\sigma_y]$等；有些参数要在设计过程中选择其值，称为设计变量，如支架设计中的 D 和 H。n 个设计变量 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 按一定次序排成一个 n 维向量，称为设计变量向量，表为

$$\boldsymbol{X}=[x_1,x_2,\cdots,x_n]^T \tag{1.1-5}$$

以该向量各分量为坐标轴组成的 n 维欧氏空间称为设计空间，记为 E^n。设计空间包含了该项设计所有设计方案，每个设计方案都对应着设计空间的一个设计向量或设计点 $\boldsymbol{X}$。

前述支架问题的设计变量为

$$\boldsymbol{X}=[x_1,x_2]^T=[D,H]^T \tag{1.1-6}$$

1.1.3 设计约束和可行域

设计空间是所有设计方案的集合，但并非每个方案都能满足工程实际需要，一般须根据设计要求对设计变量的取值加以种种限制，这些限制条件称为设计约束或约束条件。它有以下两种形式，一种是不等式约束

$$g_u(\boldsymbol{X})\geq 0 \text{或} g_u(\boldsymbol{X})\leq 0 \quad (u=1,2,\cdots,p) \tag{1.1-7}$$

另一种是等式约束

$$h_v(\boldsymbol{X})=0 \quad (v=1,2,\cdots,m<n) \tag{1.1-8}$$

式中 $g_u(\boldsymbol{X})$和 $h_v(\boldsymbol{X})$分别为设计变量的函数；p 和 m 分别表示不等式约束和等式约束的个数，而且 m 必须小于设计变量的个数 n，因为当 $m=n$ 时，方程组只有一组解，无须优选；当 $m>n$ 时，方程组无解，无可行方案。从理论上说，有一个等式约束就可以消去一个设计变量，即减少优化设计的维数，但一般难以做到，因为某些复

杂的隐函数的消元是很困难的。

在设计空间中，满足所有约束的点（或向量）称为可行点（或可行向量）。所有可行点的集合构成可行域，表为 D。任何不在 D 中的点称为不可行点。若有等式约束，则可行点必在所有等式约束表示的超曲面的交集上。至于只有不等式约束的情况，设计点可以分为内点（可行点）、外点（不可行点）、边界点（可行点）。满足所有不等式约束，且至少使一个不等式约束为零的点为边界点。所有边界点的集合构成可行域边界曲面。任何不在边界曲面上的可行点为内点。至少使一个不等式约束不被满足的点为外点，即不可行点。

由式1.1-2、式1.1-3、式1.1-4、式1.1-6和式1.1-7，前述支架优化设计问题的约束条件为

$$\left.\begin{aligned}
&g_1(\boldsymbol{X})=\frac{2.6\times10^5(x_1^2+0.0625)}{5776+x_2^2}-\frac{1909\sqrt{5776+x_2^2}}{x_1x_2}\geq0\\
&g_2(\boldsymbol{X})=700-\frac{1909\sqrt{5776+x_2^2}}{x_1x_2}\geq0\\
&g_3(\boldsymbol{X})=x_1>0\\
&g_4(\boldsymbol{X})=x_2>0
\end{aligned}\right\}\tag{1.1-9}$$

设计约束即约束条件又可分为性能约束和边界约束。性能约束又称为性态约束，是根据某种性能指标确定的约束；边界约束亦称为区域约束，是对设计变量取值上限和下限的要求。例如式1.1-9中 $g_1(\boldsymbol{X})$和 $g_2(\boldsymbol{X})$是性能约束，$g_3(\boldsymbol{X})$和 $g_4(\boldsymbol{X})$是边界约束，两杆支架优化设计问题的可行域如图1.1-2所示。$g_1(\boldsymbol{X})=0$和 $g_2(\boldsymbol{X})=0$形成的约束边界曲面（画阴影线的曲线）的右上侧是可行域。$g_3(\boldsymbol{X})=x_1=0$是 x_2坐标轴，$g_4(\boldsymbol{X})=x_2=0$是 x_1坐标轴，虽然两者未形成可行域边界，但是 $g_3(\boldsymbol{X})=x_1>0$和 $g_4(\boldsymbol{X})=x_2>0$仍必不可少，否则将不能保证可行域只位于第一象限，即不能保证 x_1和 x_2是正值。

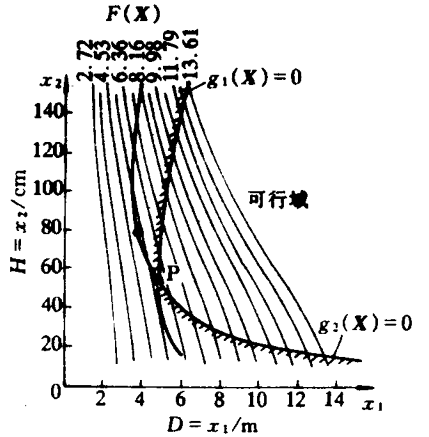

图1.1-2　两杆支架优化设计的几何解释

P—设计最优解；$X^{*}=[4.77,51.3]^{T}$；$F(X)=56.859\text{N}$

1.1.4　目标函数及其等值面

满足设计约束的设计是可行设计，但可行设计不一定是最优设计。要评价设计方案的优劣，需要有一个评价标准。将此标准表为设计变量的函数，称为目标函数或评价函数，记作

$$F(\boldsymbol{X})=F(x_1,x_2,\cdots,x_n)$$

例如前述支架优化设计的评价标准是支架质量最小，由式1.1-1和式1.1-6得目标函数

$$F(\boldsymbol{X})=0.01257x_1\sqrt{5776+x_2^2} \tag{1.1-10}$$

优化设计的目的是选择设计变量的一组值使目标函数达极小值或极大值。由于求目标函数$F(\boldsymbol{X})$的极大值等价于求目标函数$-F(\boldsymbol{X})$或$1/F(\boldsymbol{X})$的极小值，因此为算法和程序的统一，把优化设计问题一律描述成目标函数的极小化问题，即

$$F(\boldsymbol{X})\to\min$$

一组设计变量值在设计空间中确定一个设计点，对应于该点有一个确定的目标函数值，反之，目标函数的某一确定值则与设计

变量的无限多组值相对应，即设计空间中有无限多个设计点对应着目标函数的同一个值。满足 $F(\boldsymbol{X})\equiv C$（常量）的点集形成一个曲面，称为目标函数的等值曲面或等值超曲面，简称等值面（在二维空间中为等值线）。不同的 C 对应不同的等值曲面，从而形成等值曲面族。

对于两维优化问题，如图1.1-3所示，将目标函数 $F(x_1,x_2)$ 曲面上具有相同高度的点投影到设计平面 x_1ox_2 上，则得 $F(x_1,x_2)\equiv C$（常量）的平面曲线，即目标函数的等值线。它是目标函数等值面在两维设计空间中的特殊形态。显然，对于不同的 C 值有不同的平面曲线，从而构成目标函数的等值线族。前述支架优化设计问题的目标函数等值线族如图1.1-3所示。

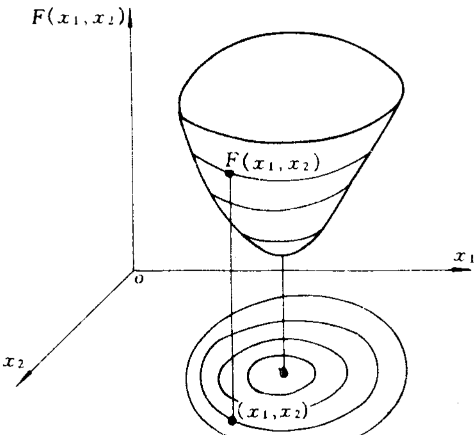

图1.1-3　二维函数的等值线

1.1.5　优化设计的数学模型

数学模型是对实际问题的特征或本质的抽象表达，是反映问题的各主要因素内在联系的一种数的形态。

优化设计所用的数学方法是数学规划方法。因此优化设计的数学模型的形式要符合数学规划的需要。把优化设计问题描述为

一个数学规划问题，通常可归纳为：在满足一定的约束条件下选取设计变量的值，使目标函数值达最小。

设某项优化设计有 n 个设计变量

$$\boldsymbol{X}=[x_1,x_2,\cdots,x_n]^T$$

要求在满足

$$g_u(\boldsymbol{X})\geq 0 \quad (u=1,2,\cdots,p)$$

$$h_\nu(\boldsymbol{X})=0 \quad (\nu=1,2,\cdots,m<n)$$

的约束条件下，确定设计变量的值，使目标函数

$$F(\boldsymbol{X})=F(x_1,x_2,\cdots,x_n)$$

达到最小值。上述问题可表达为如下数学模型

$$\left.\begin{aligned}&\min F(\boldsymbol{X})\boldsymbol{X}\in E^n\\&\text{s. t. } g_u(\boldsymbol{X})\geq 0 \quad (u=1,2,\cdots,p)\\&\quad h_\nu(\boldsymbol{X})=0 \quad (\nu=1,2,\cdots,m<n)\end{aligned}\right\} \tag{1.1-11}$$

式中 s. t. 是英文 subject to（服从于，以…为条件）的缩写。式1.1-11是约束优化问题的数学模型一般表达式。

当上述问题的约束不存在，即 $m=p=0$时，称之为无约束优化问题，其数学模型表达式为

$$\min(F)X \quad X\in E^n \tag{1.1-12}$$

若将式1.1-10和式1.1-9前面分别冠之以符号“min”和“s. t.”，连同式1.1-6一起即构成前述支架优化设计的数学模型。

不同的分类原则可将优化设计的数学模型（或问题）分为不同类型。

按目标函数和约束条件是否为线性函数分类。若目标函数和约束函数都是线性的，则称为线性规划；若目标函数和约束函数中至少有一个函数是非线性的，则称为非线性规划。绝大多数的机械优化设计问题是非线性规划问题。因此本书论述的优化方法都是非线性规划方法，当然，这些方法也能求解线性规划问题。

按有无约束条件分类。按有无设计约束，将优化问题分为约束优化问题和无约束优化问题。

按设计变量和约束条件的数量分类。一般说来，设计问题的大小或复杂程度与设计变量和约束条件的个数有关。根据这一思想，并考虑计算机的能力，目前把优化设计问题大致分为大中小三类：设计变量和约束条件都不超过10个的问题属于小型优化设计问题；在10个至50个之间的属于中型优化设计问题；超过50个的属于大型优化设计问题。当然，这种划分并不是一成不变的。随着计算机容量的增大，运算速度的提高，以及效率高可靠性好的优化方法的出现，划分标准将会有所修正。目前已经能够解决200个设计变量和200个约束条件以上的大型复杂的非线性优化设计问题。大多数机械优化问题的设计变量个数和约束条件个数不超过20个。

此外，根据数学模型中目标函数、约束函数和设计变量的不同性质和特点，还可将优化问题分为整数规划、离散规划、几何规划、动态规划和随机规划等[1]。

1.2 几个重要的数学符号和术语

绝大多数机械优化设计问题属于非线性规划问题，因此机械优化设计采用的数学方法主要是非线性规划方法。本章论述与此相关的几个重要的数学符号和术语：范数、梯度、函数逼近、凸集、凸函数、凸规划。

1.2.1 范数

设 $\boldsymbol{X}\in \boldsymbol{R}^n$，则定义

$$\|\boldsymbol{X}\|=(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{1/2} \tag{1.2-1}$$

为向量 $\boldsymbol{X}$ 的欧氏范数(或模)。设 $\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y}\in E^n$，这两个向量的范数$\|\boldsymbol{X}\|$和$\|\boldsymbol{Y}\|$分别表示它们自身始点到终点的距离，即自身的模长。而这两个向量的差 $\boldsymbol{X}-\boldsymbol{Y}$ 的范数$\|\boldsymbol{X}-\boldsymbol{Y}\|$表示这两个向量终点的距离，因此范数也称为尺度。

将这个概念推广。设 $\boldsymbol{A}$ 是 $n\times n$ 阶对称正定矩阵，$\boldsymbol{X}\in E^n$，则定义

$$\|\boldsymbol{X}\|_A=(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{A}\boldsymbol{X})^{1/2} \tag{1.2-2}$$

为非欧氏范数

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com