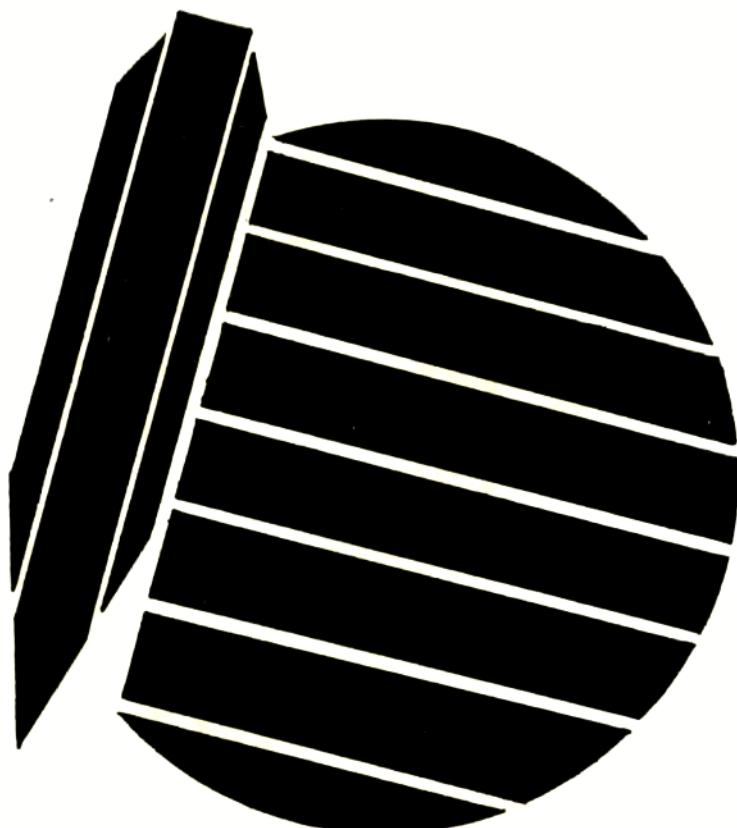


中南工业大学出版社 博士丛书

BOSHICONGSHU

矿物经济学研究

—— 理论 模型 应用



7.1 著 中南工业大学出版社

序

我国正处于加快改革开放和发展的新时期，坚持以经济建设为中心，争取隔几年就上一个新台阶，要求所有生产部门都要把工作的指导思想转移到以提高经济效益为中心的轨道上，依靠科技进步和现代化管理，深挖内部潜力，发展企业生产。

冶金工业（有色金属、黑色金属和非金属）是国民经济的基础原材料工业，是经济腾飞的支柱。我国是一个矿产资源大国，但人均占有量却很低。研究如何提高冶金工矿企业经济效益，合理利用有限的矿产资源，具有重大的实际意义。它既是决策部门所关心的问题，也是当今国内外重要的研究课题之一。

矿物经济学是研究冶金工业生产经济规律的一门新边缘学科。由于我国专业课程设置的缘故，学经济的不了解工艺技术，学工程的勿视经济知识，技术与经济脱节，研究矿物经济的学者甚少，而系统探讨矿物经济模型的尚未见文献报导。

勒晓阳博士思路敏捷，刻苦钻研，以需要为研究方向，克服重重困难，分别跨基础数学（大学、硕士）、选矿工程（博士）和经济管理（博士后）三个学科学习研究，基础理论坚实，专业知识面广，为系统地研究矿物经济学提供了良好的基础。

作者在本书中抓住冶金矿山生产的主要矛盾产值、利润和回收率，以系统论观点，将矿物加工的三个相互依赖、相互制约、相互独立的生产部门采矿、选矿和冶炼，作为一个经济大系统，探讨其规律。综合运用矿物工程学、经济学、投入产出理论、系统工程、运筹学、控制论、计算机科学、应用数学和模糊数学等多学科知识，首先，建立了联合生产型投入产出模型，解决了 Leontief 投入产出模型不能在矿物加工联合企业中应用的问题。其次，建立了线性规划和非线性规划灵敏度分析模型，解决了线性规划约束方程基底变量系数参数的一般变化问题，首次提出了非线性规划灵敏度分析。次之，提出了技术进步优化模型分析法，这种新方法没有任何经济假设，解决了生产函数和 Leontief 投入产出法受其经济假设的限制，在实际应用分析中存在结论失真的问题。再次，不同角度、不同层次、不同状态研究系统的经济规律，建立了采选冶系统经济模型。它是一个通用管理决策模型组，由十五个子模型组成，具有多种用途，建模方法有独到之处。最后，在大冶有色金属公司应用所建模型对铜生产系统进行了计算和分析。

本书内容丰富，结构严谨，推证严密，结论新颖。从工程实际生产中发现问题，上升到一般理论上加以解决，又返回工程实际生产中解决问题的研究思想，值得推广。作者近期在国际、国内学术刊物和会议上发表三十余篇论文，这一学术专著的公开出版填补了我国矿物经济研究的空白，处于国际领先水平，将有助于我国矿物经济学的发展。我相信作者一定能够再接再厉，继续努力，集思广益，不断探索，取得新成就，这也是我对作者的深切希望。

沃土书社

1992. 10. 24

ABSTRACTS

The more mineral resources are desired along with the development of society and production. But the mineral resources the nature supplies are limited. It is a problem concerned by decision departments and researchers on mineral economics and is one of the most important research topics that how to utilize rationally the limited mineral resources. It is being the key times for our country to revise, open and regulate economics. All of production departments are demanded to transfer their work focal point to the orbit of which the emphasis is to raise economic benefit, exploit the intrinsic potentialities and develop the productions under the current working condition. Production plan is the foundation and key point of modern management. Metallurgy enterprises in China produced long time on the production plans which were drawn up according to the governmental policies. But the economic markets and intrinsic resources of enterprise are varied constantly. Thus the enterprises couldn't produce in optimal state. It has great significant to study how to raise the economic benefit of mineral production enterprises and utilize the limited mineral resource.

After a complete literature review about the subjects relative to this research topics, catch hold of principal contradictions of metallurgy mine production—output value, profit and recovery, combine the three production department of mineral united enterprise: mining, mineral processing and metallurgy, which are independent, constraint and relying on each other, as a great scale system in sence of system engineering. A series of researchs on economic laws of this great system have been firstly carried out by using comprehensive knowledges of mineral engineering, economics, input output theory, system engineering, operations research, cybernetics applied mathematics, fuzzy mathematics and computer science.

Mining, mineral processing and metallurgy production system don't satisfy the essential hypothesis of Leontief's input—output model. Two new concepts, generation number and correlation generation number, have been introduced. The unilal production input—output model which has not restriction of the essential hypothesis has been established. Leontief's input—output model is the special case of it. The conditions that the united production model exist economic solution and the dynamic united production input—output model have been studied. They have been applied to study the economics laws in metallurgy mine united enterprises.

The elements of the same column in objecte quantity input—output composite equilibrium table can't be sumed up, so adjustment of object quantity direct consumptive coefficient is a diffcult problem unsolved. This is the reason why object quantity input—output model couldn't be established in practice. Notising the mineral specialities the object quantity direct consumptive coefficient has been studied synthetically with metal quantity one and the general adiusing methed of object quantity direct consumptive coefficient has been put forward. The multiple time—lag dynamic input—output model and object quantity input—output model with practice data hase been firstly established and applied to mineral engineering.

In the theory of linear programming sensitivity analysis the variation of coefficient parameters for

base variables in constraint equations is an unsolved problem. This problem has been solved by proving a new matrix algebra theorem, consequently the parameters variations of linear programming have been solved completely. The coefficient parameters variations of nonlinear programming have been first studied and the sensitivity analysis model of non linear programming have been established.

Economic laws of mining, mineral processing and metallurgy system have been discussed in different angles, states and administrative levels. The economic models of mining, mineral processing and metallurgy system (EMPMS) have been established. They are consisted of 15 minor models in that there are 9 static models and 6 dynamic models. The 9 static models are static united production input—output model, direct consumptive coefficient adjustment model, linear programming sensitivity analysis model, nonlinear programming sensitivity analysis model, static output value optimal model, static profit optimal model, static recovery optimal model, static output value and recovery multiple target optimal model and static profit and recovery multiple target optimal model. The 6 dynamic models are dynamic united production input—output model, dynamic output value optimal model, dynamic profit optimal model, dynamic recovery optimal model, dynamic output value and recovery multiple target optimal model, dynamic profit and recovery multiple target optimal model. 15 general computer program packages have been exploited.

The EMPMS is a group of management and decision models with fine commonality and wide suitable properties. They have many usages. Main of them are following.

- (1) Analyse the equilibria relations in mining, mineral processing, metallurgy system ;
- (2) Simulate and forecast the system production, suppliment, marketing process ;
- (3) Draw scientifically up production plannings, supply the static and dynamic production schemes such that the system output value, profit, recovery, or multiple targets are optimal for decision departments to choose ;
- (4) Do sensitivity analysis for optimal schemes ;
- (5) Supply the system exploitation potential schemes ;
- (6) Evaluate quantitatively the production management of different united enterprises for the same kind of mineral. The specilites of the method used to establish EMPMS are : combining dynamics with statics; multiple targets optimization with single target optimization ;studying the mineral resource utilization system which is a nonlinear system ; adjusting object quantity direct consumptive coefficient according to the mineral specilites ; solving multiple targets programming by using of fuzzy mathematics.

Finally, the EPMPMS have been applied to a certain Non—ferrous Corporation. It's production processes of copper mining, mineral processing, metallurgy system has been analysed, simulated and calculated optimally. If the corporation produced in accordance with the optimal schemes model supplied, output value would be increased 4. 20million chinese dollars and system recovery would be raised 5. 65%up. The application demonstrates that these researchs are suitable to the situation of China and have a vast application prospect and great practical value.

Production functions and Leontief's input—output models are the foundation of theory accounting for technical progress. They hold only if the system must respectively satisfy their economic hypotheses. But few practical economic system can fully satisfy these hypotheses. So been these methods re-

stricted by these economic hypotheses and there are a lot of problems on accounting for technical progress in a practical economic system. Optimal models analysis theory has been put forward. This new accounting method for technical progress hasn't any ecomic hypothesis. The application demonstrates it is a neo feasible and effective method accounting for technical progress.

目 录

1. 绪论	(1)
2. 相关学科研究的发展与现状	(2)
2.1 矿物经济学	(2)
2.2 经济计量学	(2)
2.3 投入产出理论	(3)
2.4 模糊数学与规划理论	(5)
3. 联合生产型投入产出模型	(7)
3.1 引言	(7)
3.2 静态联合生产型投入产出模型	(8)
3.3 动态联合生产型投入产出模型	(11)
3.4 直接消耗系数的修改	(16)
4. 灵敏度分析	(19)
4.1 线性规划灵敏度分析	(19)
4.2 非线性规划灵敏度分析	(24)
5. 采、选、冶系统经济模型	(28)
5.1 引言	(28)
5.2 采、选、冶系统经济模型	(28)
5.3 联合生产型投入产出模型	(30)
5.4 灵敏度分析模型	(32)
5.5 产值最优模型	(33)
5.6 利润最优模型	(37)
5.7 回收率最优模型	(39)
5.8 产值与回收率多目标最优模型	(44)
5.9 利润与回收率多目标最优模型	(49)
5.10 多目标优化模型评价函数的确定	(51)
6. 采、选、冶系统经济模型的应用	(54)
6.1 某有色金属公司简介	(54)
6.2 经济计量模型	(54)
6.3 基年联合生产型投入产出模型计算结果与分析	(56)
6.4 单目标静态优化模型计算结果和分析	(58)
6.5 铜采、选、冶系统利润率和回收率评价函数	(63)
6.6 多目标静态优化模型计算结果和分析	(65)
6.7 单目标动态优化模型计算结果和分析	(69)
6.8 多目标动态优化模型计算结果和分析	(78)
6.9 实证研究注记	(86)
7. 技术进步优化模型分析法	(87)
7.1 引言	(87)
7.2 几种主要的测算技术进步方法	(87)
7.3 上述测算方法的局限	(88)

7.4 技术进步优化模型分析法	(89)
7.5 优化模型分析法的应用	(90)
7.6 优化模型分析法评估	(90)
8. 主要研究结论与创新	(92)
参考文献	(96)
后记	(100)

CONTENTS

1. Introduction	(1)
2. Research Development and Current Situation of Related Subject	(2)
2. 1 Mineral economics	(2)
2. 2 Econometrics	(2)
2. 3 Input—output theory	(3)
2. 4 Fuzzy mathematics and programming theory	(5)
3. United Production Input—Output Model	(7)
3. 1 Introduction	(7)
3. 2 Static united production input—output model	(8)
3. 3 Dynamic united production input—output model	(11)
3. 4 Adjusting on direct consumptive coefficients	(16)
4. Sensitivity Analysis	(19)
4. 1 Sensitivity analysis of linear programming	(19)
4. 2 Sensitivity analysis of nonlinear programming	(24)
5. Economic Model of Mining, Mineral Processing and Metallurgy System	(28)
5. 1 Introduction	(28)
5. 2 Economic model of mining, mineral processing and metallurgy system	(28)
5. 3 United production input—output model	(30)
5. 4 Sensitivity analysis model	(32)
5. 5 Output value optimal model	(33)
5. 6 Profit optimal model	(37)
5. 7 Recovery optimal model	(39)
5. 8 Output Value and recovery multi—target optimal model	(44)
5. 9 Profit and recovery multi—target optimal model	(49)
5. 10 Determination of evaluation function for multi—target optimal models	(51)
6. Application of Economic Model of Mining, Mineral Processing and Metallurgy System	(54)
6. 1 Introduction to a certain nonferrous metals corporation	(54)
6. 2 Econometric models	(54)
6. 3 Calculation results and analyses of united production input—output models for initial year	(56)
6. 4 Calculation results and analyses of static single—target optimal models	(58)
6. 5 Profit and recovery evaluation function for copper mining, mineral processing and metallurgy system	(63)
6. 6 Calculation results and analyses of static multi—target optimal models	(65)
6. 7 Calculation results and analyses of dynamic single—target optimal models	(69)
6. 8 Calculation results and analyses of dynamic multi—target optimal models	(78)

6. 9 Remarks on empirical studies	(86)
7. Optimal Models Accounting for Technical Progress	(87)
7. 1 Introduction	(87)
7. 2 Main methods accounting for technical progress	(87)
7. 3 Restriction of above methods	(88)
7. 4 Optimal models accounting for technical progress	(89)
7. 5 Application	(90)
7. 6 Evaluation on optimal models accounting for technical progress	(91)
8. Main Conclusions	(92)
References	(96)
Postscript	(100)

1 結 论

随着人类生产、生活的不断发展，人们对矿产资源的需求越来越大。然而自然界所能提供给人类的矿产资源是有限的。如何合理使用有限的矿产资源，就成为决策部门和从事矿物经济研究人员所关心的问题，也是当国内外重要的研究课题之一。

目前，我国正处于加快改革开放和发展的新时期，坚持以经济建设为中心，争取隔几年就上一个新台阶，要求所有生产部门都要把工作的指导思想转移到以提高经济效益为中心的轨道上，在现有的生产基础上，深挖内部潜力，发展企业生产。科学技术高度发展的今天，人们常说：“三分技术，七分管理”。只有先进的技术和设备，而无先进的管理是不会达到预期效果的。生产计划是现代化管理的基础和重点，我国冶金工矿企业过去长期以来主要是根据国家下达的计划指标组织产、供、销，内部的生产管理也多凭经验指挥生产，这样以固定的生产计划来适应经济市场和内部资源的千变万化，难以使企业达到最佳生产状态。

冶金工业(有色金属、黑色金属和非金属)是国民经济的基础原材料工业，是经济腾飞的支柱。我国是一个矿产资源大国，但人均占有量却很低。研究如何提高冶金工矿企业经济效益，合理利用有限的矿产资源，具有重大的实际意义。它既是决策部门所关心的问题，也是当国内外重要的研究课题之一。在本专著中抓住冶金矿山生产的主要矛盾，产值、利润和资源利用率，从系统论观点出发，将三个互相依赖、互相制约生产部门采矿、选矿和冶炼，作为一个大系统，对其经济规律进行探讨。综合运用矿物工程学、经济学、投入产出理论、系统工程、运筹学、控制学、模糊数学、计算机科学等多学科知识，首先，建立了联合生产型投入产出模型，解决了 Leontief 投入产出模型不能在矿物加工联合企业中应用的问题；其次，建立了线性规划和非线性规划灵敏度分析模型，解决了线性规划约束方程基底变量系数参数的一般变化问题，非线性规划灵敏度分析的研究至今未见有文献报道；再次，在联合生产型投入产出模型基础上，从不同角度、不同层次、不同状态研究系统的经济规律，建立了采、选、冶系统经济模型，它是一个通用管理决策模型，由十五个子模型组成；又次，开发了十五个通用程序包；次之，应用采、选、冶系统经济模型对其有色金属公司进行计算和分析；最后，提出了技术进步优化模型分析法，这种新方法没有任何经济假设，解决了现有测算技术进步方法受其经济假设的限制，在实际应用中存在结论失真的问题。采、选、冶系统经济模型具有科学制订生产方案；平衡分析；预测仿真；提供挖潜方案；同矿种的不同加工企业之间的科学评比等多种用途。建模方法具有如下几个特点：动态与静态相结合；研究了矿产资源利用这一非线性系统；单目标优化和多目标优化相结合；根据矿物特性，对实物量直接消耗系数进行修改；以及模糊数学的运用。

采、选、冶系统经济模型的建立，是多学科知识综合运用的结果，其模型形式在矿物经济学模型研究领域中是一个创新，扩充与发展了矿物工程数学模型研究领域。该项研究工作，适合我国国情，具有广阔的应用前景。同时，研究中采用的方法，可供其它类型矿物经济系统建模借鉴和应用。

2 相关学科研究的发展与现状

矿物经济学理论、模型和应用的研究是矿物经济、投入产出理论、经济计量学、系统工程、运筹学、模糊数学和计算机科学等多学科知识综合运用的结果。作者在制订研究方案和研究过程中，查阅了国内外大量的有关文献和资料。

2.1 矿物经济学

矿物经济学，经过近半个世纪的发展，逐步从经济学中独立出来，形成一个以经济理论和矿物工程相结合的新的研究领域。它的发展经历了三个阶段^(1-9, 64)。

1. 静态指数方法阶段 19世纪矿产资源的经济评价作为经济学的一个研究课题，在西欧一些国家开始受到重视。静态指数法是此阶段评价矿产资源的主要方法，用于计算合理的边际品位和开采规模。

2. 现值理论的形成与应用 进入20世纪后，在矿物资源的评价工作中考虑了资金的时间价值，以现值理论为基础的各种评价方法相继出现，如总利润评价方法，现值评价方法，中间利润评价方法等。

3. 优化理论的产生 60年代后，随着运筹学和计算机科学的迅速发展，以及它们在矿物工程中得到应用，人们开始从目标最优的角度研究各种技术参数。K.L.Lane用方案比较方法研究了采、选、冶三个阶段净现值的最大组合⁽³⁾。北京矿冶研究总院运用静态优化理论确定了铜陵有色金属公司铜金矿合理品位⁽¹⁰⁾。黄恩兆、张民正研究了红透山矿采出矿石品位优化控制⁽¹¹⁾。在此方面，徐学文、刘国俊对广西平果铝土矿的开发问题建立了一整数规划模型⁽¹²⁾，根据北京有色设计总院提供的原始数据，作了初步计算，提出了可行性研究的推荐方案。胡清淮以T.B.Johnson多周期生产计划模型的基础，论述了综合集合法、混合型问题的分解法、网络流和广义拉格朗日乘数调整法等算法。这是一种新的逼近解法，可以用来解决露天矿生产进度计划这个既大又难的问题⁽¹³⁾。J.C.A.Green用变化关系(结构参数)和变化增强因子，替代浮选模型来描述选矿过程，研究了浮选网络的一般最优化，由此项工作他获得了博士学位⁽²⁾。

2.2 经济计量学

1. 经济计量学的发展 经济计量学的发展可分为三个阶段。第一个阶段是本世纪30年代经济计量学的正式形成及其以前为此奠定准备条件的年代，是经济计量学酝酿形成的阶段。第二阶段是大约本世纪40~60年代，L.R.Klein建立了宏观经济计量模型，并与A.S.Coldberger首次把经济计量模型用于经济波动预测；Theil研究了两阶段最小二乘法。从70年代到现在为第三阶段，这段时期，宏观经济计量模型从个别国家扩展到世界范围，创立了连接许多国家经济计量模型的工作。同时我国各种类型经济计量模型及其在经济管理、计划、预测和决策方面应用的研究工作蓬勃发展。

2. 经济计量模型的分类 在经济计量与分析的长期实践中,由于目的不同,对象各异,方法有别,因此,所采用的模型又可以按不同的标志划分为各种类型。按涉及的范围划分为宏观经济计量模型和微观经济计量模型;按包含方程数目的多少划分为单一方程模型和联立方程模型;按反映时间状态的功能划分为静态经济计量模型和动态经济计量模型;按模型适用期限划分为短期模型、中期模型和长期模型;按模型所体现的确定性程度划分为确定性模型和随机性模型^(14~16, 20, 21)。

3. 几个宏观经济模型 自本世纪 30 年代末期以来,已经构造了不少宏观经济模型,目的在于进行经济结构分析、经济预测和评价政策。大部分工作实际上开始于 50 年代,盛行于 60 年代。70 年代,由于世界范围内的石油危机的冲击,引起不正常的经济波动,致使宏观经济模型的研究工作受挫。进入 80 年代,宏观经济模型的工作又重整旗鼓地进一步发展,特别是朝着预测经济波动的国际影响及其传播,分析国际经济发展战略可能引起的各种后果的方向发展。具有代表性的宏观经济模型有:丁伯根模型(1939 年)、克莱因战争之间模型(1950 年)、克莱因-戈德伯格模型(1955 年)、瓦拉瓦尼斯模型(1955 年)、杜依斯伯伦-艾克斯坦-费罗姆模型(1960 年)、休茨模型(1962 年)、刘氏模型(1963 年)、莫里谢玛-塞托模型(1972 年)、布鲁金斯模型(1965~1975 年)、沃顿模型(1967~1972 年)、沃顿-马克 III 模型(1972~1974 年)、沃顿年度和工业模型(1972~1975 年)、沃顿 III 预测模型(1974 年)、商业经济局和经济分析局(OBE / BEA)模型(1966 年)、联邦储备局 MIT-Penn-SSRC 模型、圣路易斯模型(1968 年)、密执安季度模型(MQEM)(1970 年)、蔡斯计量经济学模型(1974 年)、希克曼-科恩模型(1975 年)、刘-华模型(1974 年)、数据资源公司 (DIR) 模型 (1974, 1976 年)、连环计划多国模型 (1968 年~现在) 沃顿计量经济预测公司 WEFA 模型(1977 年~现在)。

2.3 投入产出理论

1. 编制国民经济平衡表 编制国民经济平衡表的问题最早由苏联提出。1924 年苏联中央统计局开始编制 1923 / 1924 年的国民经济平衡表,如各种生产资料和消费品的实物平衡表,社会产品生产和分配平衡表,生产性消费棋盘式平衡表等,并于 1926 年公布了部分结果。当时平衡表的一位编制者已经发现并指出在国民经济各个部门之间存在连锁联系,但是在这些平衡表中,没有把各个部门,各种产品的投入和产出联系起来加以考察,没有利用数学方法进行数量分析^(17, 18)。

2. 静态投入产出模型 W.W.Leontief 在苏联 20 年代编制平衡表工作基础上,经过长期研究,于 1936 年提出了投入产出方法。他把各部门的投入和产出在一个表格中联系起来加以考察,设计了静态投入产出模型,并利用一些数学工具进行了计算。这种计算是在直接消耗系数和完全消耗系数的基础上进行的⁽¹⁸⁾。

随后人们应用数学理论和经济理论,对 Leontief 静态投入产出模型存在有意义解进行了研究^(19,22~25)。D.Hawkins 和 H.A.Simon, L.W.Mckenzie, Perron 和 Frobenius 沿着不同的思路分别给出了静态 Leontief 投入产出模型存在有意义解的三组充分必要条件⁽¹⁹⁾。

在静态投入产出模型方面,我国学者也做了大量研究工作。华罗庚研究了计划经济大范围最优化的数学理论⁽³⁶⁾,给出了生产长期稳定发展和调整控制的条件和方法。黄钧、李恒分别将上述定理推广到消耗系数矩阵可逆和一般的非负矩阵及一般的矩阵^(27,28)。佟仁城研究了投入量由多种因素决定情形的投入产出,建立了适应于化工企业的双因素投入产出

模型⁽²⁹⁾。赵占明研究了如何将旧的资料调整换算为新分类的口径,提出了利用数学方法解决投入产出表新旧行业分类的转换问题⁽³⁰⁾。

直接消耗系数的修订是投入产出分析应用中的一个大问题,历来受到投入产出分析的研究者和应用者的普遍关心。李长明在文⁽³¹⁾中探讨了将马尔可夫方法与投入产出分析相结合,以预测直接消耗系数的修订方法。

3. 动态投入产出模型 Leontief 投入产出理论问世不久,就有人开始探讨动态化的问题,特别是 70 年代以来,不少学者从不同的研究领域,应用各种分析方法和手段,如经济计量学,数学,控制论和运筹学等,提出了各类动态投入产出模型^(66,69)。

最早动态投入产出模型是由 D.Hawkins 在 1918 年提出的⁽³²⁾,这是一个封闭式的模型。1953 年在 L.Henry 的报告中⁽³³⁾,美国空军在联邦劳动局根据 1944 年统计数据所编制的静态投入产出表的基础上,建立了第一个带有实际数据的离散型动态模型 M91 和连续型动态模型 M92。W.Leontief 在 D.Hawkins 等人研究的基础上,1953 年系统地提出了投入产出理论⁽¹⁷⁾。

控制型动态投入产出模型的研究基本上可以分为两大类:

一类是以 Leontief 动态投入产出模型为代表的体系,它的基本假设是在任何时间内供需是平衡的,即最终需求被定义为对最终需求产品的允许供应⁽¹⁷⁾;

另一类是以 Mickle-Vogt 模型为代表的,通过供—需不平衡的关系改进了 Leontief 动态模型^(34,35)。Mickle-Vogt 模型在 1978 年被用于实际的能源经济系统分析⁽³⁶⁾。K.Sharp 和 R.Perkins 在 Leontief 动态模型和 Mickle-Vogt 模型的基础上,从供需不平衡的角度提出了一个离散型的动态模型⁽³⁷⁾,后来被用于建立丹麦的能源投入产出动态模型。

由于一些政治和历史的原因,中国在投入产出方法的研究和应用工作起步较晚,在众多学者的共同努力下,取得了令人可喜的研究成果。夏绍伟、赵纯鸣等人研究了动态投入产出目标规划模型⁽³⁸⁾,在山西省综合规划经济数学模型的研究中起到了开拓性的作用。王翼从控制理论的角度研究动态投入产出模型⁽³⁹⁾。刘焕新探讨了一种改进的动态投入产出模型⁽⁴⁰⁾,此模型比较真实地反映了投资产品的时滞情况,具有瞻前顾后的特点。郭保平、顾新华在国民经济系统消费跟踪控制理论^(41~43)与价格系统双重复合跟踪控制理论⁽⁴⁴⁾的基础上,提出了动态投入产出系统供需微分对策模型,用以解决经济动态增长中价格与投资的共同决定问题⁽⁴⁵⁾。

4. 投入产出理论的应用 投入产出理论具有广泛的应用。将投入产出模型与运筹学方法结合编制最优化模型,与经济计量模型结合研制综合经济模型,是投入产出理论的发展趋势。这方面的研究工作和成果非常丰富。投入产出理论在矿物工程中的应用有:60 年代中科院数学研究所运筹室编制了鞍山钢铁公司投入产出表⁽¹⁸⁾;李秉全、宋瑞昆研究了云锡公司实物一价值投入产出模型的编制方法,在涉及到联产品的共同消耗费用的分摊问题上,以常用的实物产量比例分摊法和产品售价比例分摊法为基础,提出了串联并联混合式多点投入多点产出综合权数比例分摊法,运用实物一价值投入产出模型讨论了云南锡业公司自产品价格与成本的确定,提出了对现行财务管理制度的三项改进建议⁽⁴⁶⁾;林昔开发了一个最优化经营管理决策系统,该系统的数学模型是根据投入产出原理建立均衡方程,根据线性规划建立单目标静态优化模型,开发的程序包由七个程序块组成,在云南冶炼厂 1982 年统计资料上进行了计算和分析⁽⁴⁷⁾。这些模型和计算的基础均是建立在静态投入产出模型之上的。

2.4 模糊数学与规划理论

1. 模糊数学 模糊数学诞生于 1965 年，它的创始人 L.A.Zadeh 在论文中第一次引入了“隶属函数”概念，来描述差异的中间过渡。随后这门学科在理论和应用方面迅速发展。到 80 年代，据不完全统计，全世界已有论文二千余篇，其应用的涉及面极为广泛，几乎遍及理、工、农、医以及社会科学的各个领域。我国的模糊数学研究始于 70 年代中期，但发展也很快，根据部分资料统计，全国已提出论文近四百篇^(48~50)。

(1) 模糊数学在矿物工程中的应用。精确地评定选矿厂生产状况的好坏是一件颇为复杂的事情，要考虑的因素较多，诸如精矿产量、品位、回收率、物资消耗、能耗，刘宪牧应用模糊数学，结合武钢程潮铁矿选矿厂生产状况的评判实例，介绍了单一产品选矿厂(或班组)技术经济指标的模糊多层次综合评判方法⁽⁵¹⁾。一年后他引进等级矩阵改进了评判矩阵的建立过程，讨论了多金属选矿厂技术经济指标的多层次综合评判模型，定量地解决了评定选矿厂生产状况的问题⁽⁵²⁾。刘玉生用 BASIC 语言编制了一个模糊综合评判专用程序：FCE 程序，并对文[52]中的评判实例进行计算⁽⁵³⁾。

(2) 模糊数学在投入产出分析中的应用。一般投入产出理论将直接消耗系数 a_{ij} 定义为 j 部门的单位产品所消耗的 i 部门的产品数量，陈正伟用模糊观构造一个模糊直接消耗系数矩阵 A_f ⁽⁵⁴⁾，冯保成将投入产出平衡表中代表精确数字的所有各种符号，改为代表相应的隶属函数⁽⁵⁵⁾。罗庆成应用灰色系统理论，在投入产出分析与线性规划相结合的基础上，建立了三者融为一体的灰色投入产出优化模型⁽⁵⁶⁾。

2. 规划理论

(1) 一般规划理论。线性规划问题有通用解法单纯形算法，非线性规划问题的解法随问题的不同而异，主要的解法有：Frank-wolfe 方法；Zoutendijk 可行方向法；Rosen 梯度投影法，Wolfe 既约梯度法；罚函数法；障碍函数法。这些方法在求解不同类型的非线性规划问题方面基本上是成功的^(57,58,63)。

(2) 多目标规划。随着生产规模的扩大和生活内容的多样化，人们在生产和现实生活中常常碰到要对某个问题进行多方面考虑的“多目标决策”问题，这类问题用数学模型描述就是多目标规划。自 1961 年 Charnes 和 Coopen 最先提出“目标规划”概念，1965 年 Ijiri 找到了解决多目标规划的钥匙——提出了目标的优化等级及优先权因子的概念，并给出了实用性很强的线性多目标规划算法。1972 年 S.M.Lee 出版了第一本多目标规划决策专著，对多目标规划的概念，算法和应用进行归纳总结，使多目标规划独成体系。多目标规划的求解的基本思想是把其化为单目标规划问题进行求解，主要处理方法有：约束法；分层序列法；功效系数法和评价函数法四大类^(58~60)。

3. 敏感度分析 敏感度分析是讨论规划问题中参数的变化对最优解的影响。对一般的线性规划问题，人们已经解决了目标函数系数参数，约束方程右端项参数和非基底变量系数参数的变化问题，约束方程基底变量系数参数的变化问题尚未解决，原因是此时基底发生改变，不能沿用讨论其它参数时采用的方法。马琛提出了一种线性规划的新解法^(61,62)，用新的方法和观点对敏感度分析进行了重新研究，还是沿着目前的方法的老路，仅讨论了目标函数系数参数，约束方程右端项参数和非基底变量系数参数的变化问题，虽然结果更进一步，但对约束方程基底变量系数参数的变化问题未能触及。约束方程基底变量系数参数的变化问题到目前仍是一个悬而未决的难题。

非线性规划问题的灵敏度分析尚未见文献报道。

3 联合生产型投入产出模型

3.1 投入产出模型的推广

美国著名经济学家 W.Leontief 于 1936 年首先提出了投入产出模型，奠定了投入产出理论的基础。该模型的特性为⁽¹⁸⁾：

- (1) 不存在联合生产，每个部门只生产一种产品。
- (2) 每个部门只有一种生产方法。
- (3) 不存在生产滞后。
- (4) 不存在资本品。
- (5) 不存在对外贸易。
- (6) 不存在政府活动。

在上述六个假定条件下，成立静态 Leontief 投入产出模型。

$$AX + Y = X \quad (3.1)$$

其中： A —— 直接消耗系数矩阵；

X —— 系统总产出向量；

Y —— 系统最终产品向量。

随着对投入产出理论的深入研究，模型(3.1)所依据的假定条件也逐步放宽。例如通过讨论静态有效性取消了假定条件(2)。为了扩大投入产出模型(3.1)应用范围，人们进行了动态模型的研究。1953 年 W.Leontief 在 D.Hawkins 等人的研究基础上，建立了动态投入产出模型：

$$(I - A(t))X(t) + B(t)\frac{dX(t)}{dt} = Y(t) \quad (3.2)$$

式中： I —— 单位矩阵；

B —— 直接投资系数矩阵；

其余符号同前。

动态投入产出模型(3.2)的提出，取消了假定条件(3), (4), (5)，把运筹学与投入产出模型结合起来，进行优化模型的研究，可以不受假定条件(6)的限制。但是假定条件(1)作为 Leontief 投入产出模型(3.1)、(3.2)的基本假定条件，一直保留着。

在社会生产实践中，许多系统都不一定满足假定条件(1)，例如冶金矿山系统的生产、粮食加工业系统的生产……冶金矿山的生产从储藏在地下的矿石提炼成有用金属，经历了采矿、选矿、冶炼三个主要工艺过程。采出的原矿伴生多种有用矿物，经过选矿和冶炼，同时加工分离出多种有用矿物和金属以及其它附产品。例如铜、硫、铁伴生，铅与锌伴生。铜原矿石经过选矿工艺处理，同时得到铜精矿、硫精矿、铁精矿。铜精矿经过冶炼工艺处理，同时得到粗铜和硫酸。如果需要考虑铜的生产加工系统的所有产品，就不能应用 Leontief 投入产出模型，因为选矿阶段、冶炼阶段均不满足基本假定条件(1)。作为现代经济分析的有

力工具, Leontief 模型的应用范围受到了极大限制。

3.2 静态联合生产型投入产出模型⁽⁷²⁾

1. 生成数、综合平衡表和投入产出模型 为了建立不受 Leontief 投入产出模型基本假定条件限制的新模型, 按照产品生产结构重新划分部门, 把和一种产品有关的工序、车间归为一个部门。应该指明, 这里所说的“部门”, 并不是通常意义上的由企业归口行业而组成的经济部门, 而是指产品或同类性质的“产品类”(或称“产品群”)。假定所考虑的系统有 m 个部门(管理部门)生产 n 种产品。如果系统不满足基本假定, 即有些生产部门生产至少二种以上产品, 则 $n > m$ 。

由此引入二个新的概念, 把由一种产品作为投入, 所产出的产品种数称为投入产品的生成数。同样, 把一种产品作为投入, 所产出的产品种数称为所有产出产品的相关生成数。生成数与相关生成数是一对相互关联但又不同的概念。例如在铜矿山生产系统中, 投入采出矿量产出选矿处理量, 投入选矿处理量同时产出铜精矿、硫精矿、铁精矿和尾矿, 因此选矿处理量的生成数为 4, 而相关生成数为 1。生成数与相关生成数是一对相互关联但又不同的概念。例如在铜矿山生产系统中, 投入采出矿量产出选矿处理量, 投入选矿处理量同时产出铜精矿、硫精矿、铁精矿和尾矿, 因此选矿处理量的生成数为 4, 而相关生成数为 1, 第 i 种产品的生成数和相关生成数分别记为 I_i , I'_i , 显然有:

$$I_i \geq 1, I'_i \geq 1, i = 1, \dots, n \quad (3.3)$$

进行任何一种物质生产活动, 必须有必要数量的生产要素的“投入”, 要投入原料、材料、燃料等劳动对象和机器、设备等劳动手段, 以及投入必要数量的具有一定技能的劳动力。另一方面, 生产活动的结果就有一定数量的达到使用要求的产品被加工出来, 即所谓“产出”。这些产品按用途分为二种情形, 要么用去补偿它种产品的生产消耗, 作为它种产品的生产投入; 要么以最终产品的形式用于对外销售和储备。用矩阵形式在一张表式里把整个系统的所有投入与产出关系以及联合生产情况都概括进去, 这样的表式称为联合生产型投入产出综合平衡表。

横行内部资源、外购资源和固定成本和增值与竖列内部消耗和最终产品相交分别组成了联合生产型投入产出综合平衡表的第一、三、五部分和第二、四、六部分。第一、三、五部分表明了纵列各种产品对横行各种要素的需求情况, 亦即生产消耗构成, 包括内部资源、外购资源、设备折旧和劳动工资的投入, 税金和利润。第一、二部分表明了系统自产产品按用途的分配情况, 或者用于补偿已消耗的生产资料, 或者进入最终产品。

产品按用途的分配, 有平衡方程:

$$\frac{1}{I_i} \sum_{j=1}^n x_{ij} + Y_i = X_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (3.4)$$

式中: I_i —— 第 i 种产品的生成数;

x_{ij} —— 第 i 种产品用于第 j 种产品生产的投入量;

X_i —— 第 i 种产品的总产出量;

Y_i —— 第 i 种产品的最终产品量。