

XINSHIJI BAN
新世纪版

ABC

主编 仇炳生
编者 卢固华 周俊

初中 (三年级用)

几何

中学学科同步训练
ABC丛书

上海科学技术出版社



世纪版中学学科同步训练 ABC 丛书

ABC
ABC

初中
几何

主编 仇炳生

编者 卢固华 周 俊

上海科学技术出版社

三年级用

内 容 提 要

本丛书是根据九年义务教育全日制初级中学的教学大纲分学科编写而成的。本丛书符合各学科的教学目的和要求。

本书是供初中三年级学生使用的几何分册,根据课本内容按章编写。每一章分设“知识要点与学习水平”、“典型例题”、“练习”及“单元自测”。“知识要点与学习水平”归纳了对学生不同要求的知识点;“典型例题”使学生深入理解并灵活运用所学的知识;“练习”及“单元自测”帮助考察学生学习的效果并训练学生解决问题的能力。另外,书中设有“阶段自测”及两个学期的期末自测。书末附有答案。

责任编辑 周玉刚

新世纪版中学学科同步训练 ABC 丛书

初 中 几 何

(三年级用)

主编 仇炳生

编者 卢国华 周 俊

上海科学技术出版社出版、发行

(上海瑞金二路 450 号 邮政编码 200020)

新华书店上海发行所经销 苏州市望电印刷厂印刷

开本 787×1092 1/16 印张 8.75 字数 204 000

2001 年 6 月第 1 版 2002 年 6 月第 3 次印刷

印数 20 201 - 34 200

ISBN 7 - 5323 - 5959 - X/G·1327

定价: 9.80 元

本书如有缺页、错装或坏损等严重质量问题,
请向本社出版科联系调换

出版说明

新世纪版中学学科同步训练 ABC 丛书是以九年义务教育全日制初级中学语文、数学、英语、物理、化学教学大纲为依据分学科编写的学习辅导参考用书。它与当前的教学有一定的同步性,并符合以上五门学科的教学目的和要求,成为教师指导学生学习的极好助学手段。

本丛书的特点是用 A、B、C 三级训练方式,体现教材单元的知识坡度;体现学生学习过程的自我评价和循序渐进。

A 级——一般学生学习标准达成的自测,面向全国各地区的全体学生。这一级训练的水平体现九年义务教育大纲中最基本的要求。

B 级——用以提高学生综合应用知识的能力。这一级训练是体现培养能力和发展智力,体现大多数学生应达到的水平。

C 级——配有适当比例的竞赛类、趣味类、智力训练等题目,以开拓学生的知识面,提高灵活解题的技巧和能力。

整套丛书训练题的设计特色,既体现知识体系,又符合学生实际水平与认识规律,重视直观性与操作性,书末均附有答案,可供学生在练习后进行自测检查。

本书由仇炳生统稿,我们表示衷心感谢。

上海科学技术出版社

2001 年春

目 录

第六章 解三角形	1
知识要点与学习水平.....	1
一、锐角三角函数.....	1
典型例题.....	1
练习一(A级).....	3
练习二(A级).....	4
单元自测(A级).....	5
单元自测(B级).....	5
二、解直角三角形.....	7
典型例题.....	7
练习(A级).....	8
单元自测(A级).....	9
单元自测(B级).....	10
阶段自测	12
A级(90分钟).....	12
B级(90分钟).....	13
C级(90分钟).....	15
第七章 圆	17
知识要点与学习水平.....	17
一、圆的有关性质.....	18
典型例题.....	18
练习一(A级).....	20
练习二(A级).....	22
单元自测(A级).....	25
单元自测(B级).....	28
二、直线和圆的位置关系.....	31
典型例题.....	31
练习一(A级).....	32
练习二(A级).....	36
单元自测(A级).....	38
单元自测(B级).....	41

第一学期期末自测	45
A 级(90 分钟)	45
B 级(90 分钟)	47
C 级(90 分钟)	50
三、圆和圆的位置关系	53
典型例题	53
练习一(A 级)	56
练习二(A 级)	58
单元自测(A 级)	61
单元自测(B 级)	62
四、正多边形和圆	64
典型例题	64
练习一(A 级)	66
练习二(A 级)	68
单元自测(A 级)	70
单元自测(B 级)	72
阶段自测	74
A 级(90 分钟)	74
B 级(90 分钟)	76
C 级(90 分钟)	78
总复习	81
一、直线形	81
二、圆	97
参考答案	117

第六章 解 三 角 形

知识要点与学习水平

单元	节 次	知 识 要 点 和 难 点	学 习 水 平			
			识记	理解	应用	综合
一、 锐角三角函数	6.1 正弦和余弦	(1) 正弦、余弦的概念 (2) 30° 、 45° 、 60° 角的正弦、余弦值 (3) 一个锐角的正弦(余弦)值与它的余角的余弦(正弦)值之间的关系 (4) 查“正弦表和余弦表”	✓			✓
	6.2 正切和余切	(5) 正切、余切的概念 (6) 正切与余切的关系 (7) 30° 、 45° 、 60° 角的正切、余切值 (8) 一个锐角的正切(余切)值与它的余角的余切(正切)值之间的关系 (9) 查“正切表和余切表”	✓	✓		✓
二、 解直角三角形	6.3 解直角三角形	(10) 解直角三角形的概念 (11) 直角三角形中除直角外的五个元素之间的关系 (12) 直角三角形的解法	✓	✓	✓	
	6.4 应用举例	(13) 应用解直角三角形的知识解决某些简单的实际问题 (14) 仰角、俯角、坡度、坡角、水平距离、垂直距离、水位等在测量中有用的概念	✓		✓	

一、锐角三角函数

典型例题*

例 1 如图 6.1, $\triangle ABC$ 中, $\angle C$ 为直角, $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边分别为 a 、 b 、 c ,

* 本书中典型例题是针对 B 级题安排的,下同。

$b=2\sqrt{5}$, 且 $\sin A = \frac{2}{3}$. 求 a 及 $\angle A$ 的其他三个锐角三角函数值.

解 $\because \sin A = \frac{a}{c} = \frac{2}{3}$,

设 $a=2x, c=3x$, 由 $a^2+b^2=c^2$, 得

$$(2x)^2 + (2\sqrt{5})^2 = (3x)^2.$$

解方程, 得 $x=2$ 或 $x=-2$ (负值舍去).

$\therefore a=4, c=6$.

$\therefore \cos A = \frac{b}{c} = \frac{\sqrt{5}}{3}, \tan A = \frac{a}{b} = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \cot A = \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{5}}{2}.$

评注 锐角三角函数值是一个“比值”, 有时利用“假设”, 可以表示出边长, 帮助解决问题.

例 2 求下列各式的值:

(1) $\sin^2 60^\circ + \cos^2 45^\circ - \frac{4}{3} \cot^2 30^\circ - 2 \cot 90^\circ$;

(2) $\frac{\sin 30^\circ \tan 45^\circ}{\cos 30^\circ - \cos 0^\circ} + \frac{1}{3 \cot 60^\circ} - \cot 25^\circ \cdot \cot 65^\circ$;

(3) $\sqrt{\sin^2 30^\circ - 2 \sin 30^\circ + 1} - \sin^2 60^\circ - \cos^2 60^\circ$.

解 (1) 原式 $= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \frac{4}{3}(\sqrt{3})^2 - 2 \times 0 = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} - 4 - 0 = -\frac{11}{4}$.

(2) 原式 $= \frac{\frac{1}{2} \times 1}{\frac{\sqrt{3}}{2} - 1} + \frac{1}{3 \times \frac{\sqrt{3}}{3}} - \tan 65^\circ \cdot \cot 65^\circ = -(\sqrt{3} + 2) + \frac{\sqrt{3}}{3} - 1$
 $= \frac{2\sqrt{3}}{3} - 3.$

(3) 原式 $= \sqrt{(\sin 30^\circ - 1)^2} - (\sin^2 60^\circ + \cos^2 60^\circ) = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - 1\right)^2} - 1 = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}.$

评注 熟记各特殊角的三角函数值, 才能准确进行化简和计算.

例 3 根据下列条件求锐角 A .

(1) $4 \sin^2 A = 3$; (2) $\cos A = \sin 32^\circ 10'$; (3) $\tan 50^\circ \cdot \tan A = 1$.

解 (1) $\because \sin^2 A = \frac{3}{4}, \therefore \sin A = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}.$

由 $0^\circ < \angle A < 90^\circ$, 知 $0 < \sin A < 1$,

$\therefore \sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}. \therefore \angle A = 60^\circ.$

(2) $\because \sin 32^\circ 10' = \cos 57^\circ 50', \therefore \cos A = \cos 57^\circ 50'.$

$\because$ 在 $0^\circ \sim 90^\circ$ 范围内, 度数与余弦值是一一对应的,

$\therefore \angle A = 57^\circ 50'.$

(3) $\because \tan 50^\circ \cdot \tan A = 1, \therefore \tan A = \frac{1}{\tan 50^\circ} = \cot 50^\circ = \tan 40^\circ.$

$\because$ 在 $0^\circ \sim 90^\circ$ 范围内, 度数与正切值是一一对应的, $\therefore \angle A = 40^\circ.$

例 4 比较下列各组三角函数值的大小:

(1) $\tan 55^\circ$ 与 $\cot 25^\circ$; (2) $\cos 25^\circ$ 与 $\tan 25^\circ$.

解 (1) $\tan 55^\circ = \cot 35^\circ < \cot 25^\circ.$

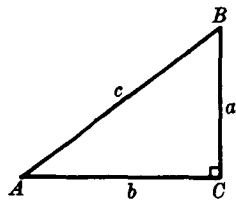


图 6.1

$$(2) \because \cos 25^\circ > \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \tan 25^\circ < \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} < \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore \cos 25^\circ > \tan 25^\circ.$$

例 5 化简:

$$(1) \tan 25^\circ \cdot \tan 35^\circ \cdot \tan 45^\circ \cdot \tan 55^\circ \cdot \tan 65^\circ;$$

$$(2) \sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ + \cdots + \sin^2 89^\circ.$$

$$\text{解 } (1) \text{ 原式} = \tan 25^\circ \cdot \tan 65^\circ \cdot \tan 35^\circ \cdot \tan 55^\circ \cdot \tan 45^\circ \\ = \tan 25^\circ \cdot \cot 25^\circ \cdot \tan 35^\circ \cdot \cot 35^\circ \cdot \tan 45^\circ = 1.$$

$$(2) \text{ 原式} = (\sin^2 1^\circ + \sin^2 89^\circ) + (\sin^2 2^\circ + \sin^2 88^\circ) + (\sin^2 3^\circ + \sin^2 87^\circ) + \cdots + (\sin^2 44^\circ + \sin^2 46^\circ) + \sin^2 45^\circ \\ = (\sin^2 1^\circ + \cos^2 1^\circ) + (\sin^2 2^\circ + \cos^2 2^\circ) + (\sin^2 3^\circ + \cos^2 3^\circ) + \cdots + (\sin^2 44^\circ + \cos^2 44^\circ) + \sin^2 45^\circ = 44 \frac{1}{2}.$$

$$\text{例 6 在 } \triangle ABC \text{ 中, 求证: } \cot \frac{A+B}{2} = \tan \frac{C}{2}.$$

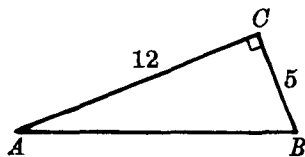
$$\text{证明 } \because A+B+C=180^\circ.$$

$$\therefore \frac{A+B}{2} = 90^\circ - \frac{C}{2}, \text{ 且 } \frac{A+B}{2} \text{ 为锐角.}$$

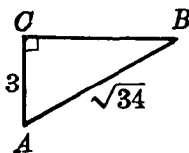
$$\therefore \cot \frac{A+B}{2} = \cot \left(90^\circ - \frac{C}{2} \right) = \tan \frac{C}{2}.$$

练习一(A 级)

一、分别求出图中 $\angle A$ 、 $\angle B$ 的正弦值和余弦值.



(1)



(2)

(第一题)

二、求下列各式的值

$$1. 2\sqrt{3} + 2\sin 45^\circ - 4\cos 30^\circ;$$

$$2. \cos 45^\circ \cdot \sin^2 45^\circ + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin^2 60^\circ;$$

$$3. \frac{\sin 60^\circ + \sin 30^\circ}{\sin 60^\circ - \sin 30^\circ} - \frac{1}{\cos^2 60^\circ}.$$

三、查表求下列正弦值或余弦值

$$1. \sin 21^\circ, \sin 18^\circ 39', \sin 65^\circ 55';$$

$$2. \cos 25^\circ, \cos 12^\circ 34', \cos 89^\circ 8'.$$

四、已知下列正弦值或余弦值, 查表求锐角 A 或 B

$$1. \sin A = 0.0526, \sin B = 0.9808;$$

$$2. \cos A = 0.1234, \cos B = 0.5422.$$

五、不查表, 试确定下列各式的值的正负符号

$$1. \sin 40^\circ - \sin 41^\circ;$$

$$2. \cos 55^\circ - \cos 35^\circ;$$

$$3. \cos 16^\circ - \sin 71^\circ.$$

六、求适合下列各式的锐角 A 或 B

1. $\sqrt{3} - \sqrt{6} \cos A = 0$; 2. $\sqrt{2} - \sqrt{6} \tan B = 0$.

七、化简: $\sqrt{\sin^2 70^\circ - 4 \sin 70^\circ \cos 60^\circ + \sin^2 90^\circ} - \cos 20^\circ$ 应得()

(A) 1. (B) -1. (C) $1 - 2 \cos 20^\circ$. (D) $2 \cos 20^\circ - 1$.

八、 $\triangle ABC$ 中, $\angle C$ 为直角, $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边分别为 a 、 b 、 c .

1. 已知 $b=14$, $\angle B=27^\circ$, 求 c (保留两个有效数字);

2. 已知 $c=26$, $\angle A=36^\circ$, 求 b (保留两个有效数字);

3. 已知 $a=3$, $b=4$, 求 $\angle A$ (精确到 1°).

九、 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\sin B = \frac{2}{3}$, 求 $\cos B$.

十、已知 $x=2-\sqrt{3}$ 是方程 $x^2 - 5 \sin \theta \cdot x + 1 = 0$ 的一个根, 求锐角 θ 的度数.

十一、已知 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\sin A + \sin B = m$, 求证: $\sin A \cdot \cos A = \frac{m^2 - 1}{2}$.

练习二(A级)

一、分别求出图中 $\angle A$ 、 $\angle B$ 的四个三角函数值.

二、求下列各式的值

1. $\frac{\sin 60^\circ - \cot 45^\circ}{\cot 30^\circ - 2 \tan 45^\circ}$; 2. $\cot^2 45^\circ - \frac{1 + \cot 60^\circ}{1 - \cot 60^\circ}$;

3. $3 \tan^2 30^\circ + 2 \sin 60^\circ \cos 60^\circ + \frac{\cot 45^\circ}{\cot 30^\circ} - 4 \cos^2 30^\circ \cot 90^\circ$.

三、化简下列各式

1. $\cot 43^\circ \cdot \cot 45^\circ \cdot \cot 47^\circ$; 2. $\left(\frac{1}{2} \tan 65^\circ \right)^{100} (2 \tan 25^\circ)^{100}$;

3. $\sqrt{\tan^2 20^\circ - 2 + \cot^2 20^\circ}$.

四、查表求下列正切值或余切值

1. $\tan 15^\circ, \tan 38^\circ 24', \tan 87^\circ 11'$; 2. $\cot 40^\circ, \cot 42^\circ 21', \cot 70^\circ 10'$.

五、已知下列正切值或余切值, 求锐角 A 或 B

1. $\tan A = 0.1995, \tan B = 8.009$; 2. $\cot A = 0.7898, \cot B = 57.82$.

六、不查表, 确定下列各式的值的正负符号

1. $\cot 70^\circ - \cot 80^\circ$; 2. $\tan 45^\circ - \cot 44^\circ$.

七、求适合下列各式的锐角 A 或 B

1. $\cot 3A = \sqrt{3}$; 2. $\tan B \cdot \cot 60^\circ = 1$.

八、当 A 为锐角, 且 $\cot A$ 的值大于 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 时, 则 $\angle A$ ()

(A) 小于 30° . (B) 大于 30° . (C) 小于 60° . (D) 大于 60° .

九、 $\triangle ABC$ 中, $\angle C$ 为直角, $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边分别为 a 、 b 、 c .

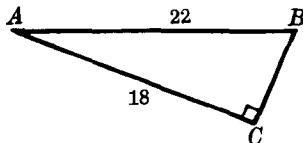
1. 已知 $a=3$, $b=2$, 求 $\angle B$ (精确到 1°).

2. 已知 $b=4.8$, $\angle A=36^\circ$, 求 a (保留两个有效数字).

十、设直角三角形两直角边的比为 $8:15$, 求最小锐角的四个三角函数值.

十一、如果 α 是小于 45° 的锐角, 且 $3 \cot 2\alpha = \sqrt{3}$, 求角 α 及 $\frac{\sin \alpha}{\tan \alpha - \sin(75^\circ - \alpha)}$ 的值.

十二、已知 α 为锐角, 且 $\tan \alpha + \cot \alpha = m$, 求证 $\tan^3 \alpha + \cot^3 \alpha = m^3 - 3m$.



(第一题)

单元自测(A 级)

一、填空题(每小题 4 分,共 32 分)

1. 计算: $3\tan 30^\circ + \cos 45^\circ - 2\sin 60^\circ =$ _____.
2. 计算: $\frac{\cos 30^\circ - \tan 45^\circ}{\cot 30^\circ - 2\cot 45^\circ} =$ _____.
3. 若 $\sqrt{3}\cot A - 1 = 0$, 则锐角 $A =$ _____°.
4. 若 $\sin A - \cos 18^\circ = 0$, 则锐角 $A =$ _____°.
5. 已知 $\cos 43^\circ 20' = 0.7274$, 又 $2'$ 的对应的修正值为 0.0004 , 则 $\cos 43^\circ 22' =$ _____;
已知 $\tan 49^\circ 18' = 1.1626$, 又 $1'$ 的对应的修正值为 0.0007 , 则 $\tan 49^\circ 17' =$ _____.
6. 用“>”或“<”号连结下列各式:
 $\tan 44^\circ$ _____ $\cot 44^\circ$; $\cos 66^\circ$ _____ $\sin 27^\circ$.
7. 把 25° 的余弦、正弦、余切值按从小到大的顺序排列为 _____.
8. 直角三角形中一直角边与斜边的比为 $9:6\sqrt{3}$, 则较大锐角的度数为 _____.

二、选择题(每小题 4 分,共 16 分)

1. 当锐角 $A < 60^\circ$ 时, $\cos A$ 的值()
(A) 小于 $\frac{1}{2}$. (B) 大于 $\frac{1}{2}$. (C) 小于 $\frac{\sqrt{3}}{2}$. (D) 大于 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
2. 下列不等式中成立的是()
(A) $\tan 45^\circ < \cot 45^\circ$. (B) $\sin 45^\circ < \tan 45^\circ$.
(C) $\cot 45^\circ < \cos 45^\circ$. (D) $\sin 45^\circ < \cos 45^\circ$.
3. 下列各式中正确的是()
(A) $\sin 90^\circ - \sin 60^\circ = \sin 30^\circ$. (B) $\frac{\sin 90^\circ}{\sin 60^\circ} = \sin 30^\circ$.
(C) $\tan 60^\circ - \tan 0^\circ = \tan 60^\circ$. (D) $\frac{\tan 60^\circ}{\tan 0^\circ} = \tan 60^\circ$.
4. $\triangle ABC$ 的三个角的比为 $1:2:3$, 则较小锐角的正切值是()
(A) $\frac{1}{2}$. (B) 1. (C) $\sqrt{3}$. (D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

三、求下列各式的值(12 分)

1. $4\cot^2 60^\circ - 3\tan^2 30^\circ + \sin^2 45^\circ - \tan 60^\circ \div \cos 30^\circ$;
2. $\frac{2\cos 60^\circ + 4\sin 30^\circ + \cot 45^\circ}{\cos^2 45^\circ + \tan 30^\circ \sin 60^\circ}$.

四、(10 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $b = 22$, $c = 23$, 求 $\angle A$ 的四个三角函数值.

五、(10 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $a = 8$, 求边 b 和 c .

六、(10 分) 已知: $\angle A$ 为锐角, $\tan A - \cot A = 2$, 求 $\tan^2 A + \cot^2 A$ 的值.

七、(10 分) 已知: 在 $\triangle ABC$ 中, $\sin A = 1$, 且 $\sin B$, $\cos C$ 是方程 $4x^2 + kx + 1 = 0$ 的两根, 求 A , B , C 和 k 的值.

单元自测(B 级)

一、填空题(每小题 4 分,共 32 分)

1. $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $a=2$, $b=\sqrt{5}$, 则 $\sin A=$ _____, $\cot B=$ _____.
2. 若 $\sin 74^\circ 48' = 0.9650$, 则 $\cos 15^\circ 12' =$ _____, 又若 $2'$ 的修正值为 0.0002, $\cos A = 0.9652$, 则锐角 $A =$ _____.
3. 若 A 是锐角, $\cos(90^\circ - A) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 则 $\tan A =$ _____.
4. 若 $\tan A = \sqrt{5} - 2$, 则 $\cot A =$ _____.
5. 若 $\cot A \cot 9^\circ = \cot 45^\circ$, 则锐角 $A =$ _____.
6. 化简: $\sqrt{\tan^2 36^\circ - 2 \tan 36^\circ + 1} =$ _____.
7. 当 x _____ 时, $\frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$ 没有意义 ($0^\circ < x < 90^\circ$).
8. 比较大小: $\sin 35^\circ - \sin 40^\circ$ _____ $\cos 12^\circ - \sin 71^\circ$.

二、选择题(每小题 4 分, 共 16 分)

1. 下列各式中, 符号为正的是()
 (A) $\cos 80^\circ - \sin 40^\circ$. (B) $\tan 50^\circ - \cot 50^\circ$.
 (C) $\tan 70^\circ - \cot 20^\circ$. (D) $\sin 89^\circ - \tan 45^\circ$.
2. α 是锐角, 且 $\cos \alpha = \frac{3}{4}$, 则 α 的取值范围是()
 (A) $0^\circ < \alpha < 30^\circ$. (B) $30^\circ < \alpha < 45^\circ$. (C) $45^\circ < \alpha < 60^\circ$. (D) $60^\circ < \alpha < 90^\circ$.
3. $\triangle ABC$ 中, 若 $\cot(A+B) = 0$, 则 $\angle C$ 等于()
 (A) 30° . (B) 60° . (C) 90° . (D) 120° .
4. 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 下列结论正确的是()
 (A) $\sin A > \tan A$. (B) $\cos B = \cot B$. (C) $\sin A < \cos B$. (D) $\frac{\sin A}{\cos A} = \tan A$.

三、化简下列各式(12 分)

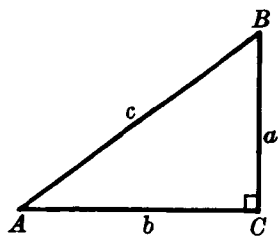
1. $(3 \tan 30^\circ)^{31} \cdot \left(\frac{1}{3} \cot 30^\circ\right)^{30}$;
2. $\frac{\cos 60^\circ}{\cos^2 45^\circ + \sin^2 45^\circ + \sin 60^\circ} + \frac{1}{\tan 30^\circ}$.

四、(10 分) $\triangle ABC$ 中, 若 $|2 \sin A - 1| + \cos^2 B = 0$, 求 $\angle C$.

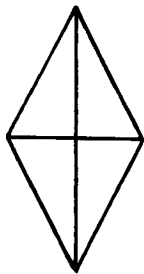
五、(10 分) 如图所示, $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边分别为 a 、 b 、 c , $\tan A = \frac{3}{5}$, 求 $\sin A$, $\cos A$, $\cos B$.

六、(10 分) 如图, 菱形的一个内角为 50° , 较短的对角线长为 8cm. 求

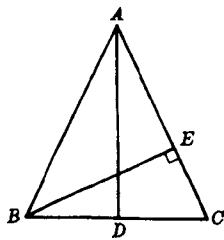
- (1) 较长的对角线长(精确到 0.1cm);
- (2) 菱形的面积(精确到 1cm^2). (其中 $\tan 25^\circ = 0.4663$).



(第五题)



(第六题)



(第七题)

七、(10分)如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, AD 、 BE 是高, $AD=BC$, $BE=2$, 求 $\tan C$ 和 AD 的值.

二、解直角三角形

典型例题

例 1 已知: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle A=60^\circ$, 两条直角边的和等于 14, 解这个三角形(图 6.2).

解 由 $\angle C=90^\circ$, 得 $\angle A+\angle B=90^\circ$.

由 $\angle A=60^\circ$, 得 $\angle B=30^\circ$.

又 $\tan A = \frac{a}{b}$, 故 $\frac{a}{b} = \sqrt{3}$.

$$\therefore a = \sqrt{3}b.$$

又 $\because a+b=14$,

由①、②式, 得 $a=7(3-\sqrt{3})$, $b=7(\sqrt{3}-1)$.

$$\because \cos A = \frac{b}{c}, \therefore c = \frac{b}{\cos A} = 14(\sqrt{3}-1).$$

$$\therefore \angle B=30^\circ, a=7(3-\sqrt{3}), b=7(\sqrt{3}-1), c=14(\sqrt{3}-1).$$

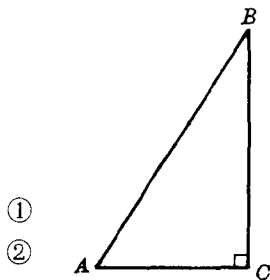


图 6.2

例 2 如图 6.3 所示, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 直角边 $BC=7.85$, 斜边上的高 $CD=5.67$, 解这个直角三角形(边长保留三个有效数字, 角度精确到 $1'$).

解 在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中,

$$\because \sin B = \frac{CD}{BC} = \frac{5.67}{7.85} \approx 0.7223,$$

$$\therefore \angle B = 46^\circ 15'.$$

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,

$$\angle A = 90^\circ - \angle B = 90^\circ - 46^\circ 15' = 43^\circ 45'.$$

$$\because \tan B = \frac{AC}{BC},$$

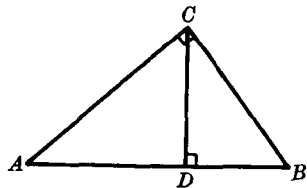


图 6.3

$$\therefore AC = BC \cdot \tan B = 7.85 \cdot \tan 46^\circ 15' = 7.85 \times 1.045 \approx 8.203 \approx 8.20.$$

$$\therefore AB = \sqrt{BC^2 + AC^2} \approx \sqrt{7.85^2 + 8.203^2} = \sqrt{128.9} = 11.35 \approx 11.4.$$

评注 在直角三角形中, 除直角外, 其余五个元素中, 只要知道其中两个独立元素(至少有一条边), 就可以求出其余三个未知元素.

例 3 如图 6.4 所示, 水库大坝的横断面是梯形, 坝顶宽 8m, 坝高 18m, 斜坡 AB 的坡角的余弦值为 $\frac{4}{5}$, 斜坡 CD 的坡度 $i=1:1$, 求斜坡 AB 的长、坝底宽 AD 及斜坡 CD 的坡角.

解 作 $BE \perp AD$ 于点 E , $CF \perp AD$ 于点 F .

$$\because \cos A = \frac{4}{5},$$

$$\therefore \frac{AE}{AB} = \frac{4}{5}, BE = 18.$$

设 $AE=4k$, $AB=5k$, 则 $(4k)^2 + 18^2 = (5k)^2$.

解方程, 得

$$k=6.$$

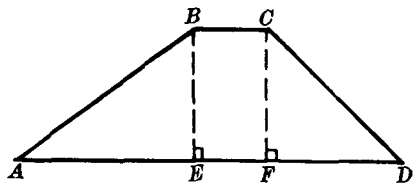


图 6.4

$$\therefore AB=30(\text{m}), AE=24(\text{m}).$$

又 $\because CD$ 的坡度 $i=1:1$, $\therefore \tan D=1, \angle D=45^\circ$.

且 $\frac{CF}{FD}=1:1$, $CF=18$, $\therefore FD=CF=18$.

$$\therefore AD=AE+EF+FD=24+8+18=50(\text{m}).$$

答: 斜坡 AB 的长为 30m, 坝底宽 AD 为 50m, 斜坡 CD 的坡角为 45° .

评注 常见的几何图形, 如等腰三角形、矩形、菱形、正方形、梯形, 若已知部分元素, 求未知边角, 常归结为解直角三角形.

例 4 如图 6.5 所示, 为了测量小山上一座铁塔的高度, 在山下一直路上取 D, E 两点, 量得 $DE=80\text{m}$, 在 D 处测得塔顶的仰角为 60° , 在 E 处测得塔顶的仰角为 45° , 又知山高 $BC=65\text{m}$, 求塔高(精确到 0.1m).

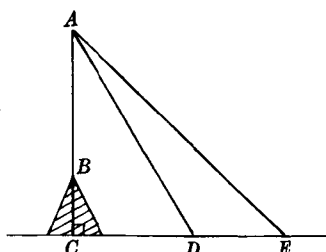


图 6.5

解 设 $AC=x\text{m}$.

$$\because \angle AEC=45^\circ, \therefore \angle EAC=45^\circ.$$

$$\therefore CE=AC=x\text{m}, CD=(x-80)\text{m}.$$

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $\because \tan \angle ADC = \frac{AC}{CD}$,

$$\therefore \tan 60^\circ = \frac{x}{x-80}. \quad \text{即} \quad \sqrt{3} = \frac{x}{x-80}.$$

解方程, 得 $x=120+40\sqrt{3}$.

$$\therefore AB=AC-BC=120+40\sqrt{3}-65=55+40\sqrt{3} \approx 124.3(\text{m}).$$

答: 塔高 AB 约 124.3m.

评注 如果所求元素不能直接通过解直角三角形求出时, 往往设未知数列出方程来解.

练习(A级)

一、填空题 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$.

1. 已知: a, b , 则 $c=$ _____, $\sin A=$ _____, $\tan A=$ _____.
2. 已知: $c=10$, $\angle B=45^\circ$, 则 $a=$ _____, $b=$ _____.
3. 已知: $a:c=\sqrt{3}:2$, $b=6\text{cm}$, 则 $\angle A=$ _____, $a=$ _____ cm.

二、根据下列条件解直角三角形

1. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $c=10$, $\angle A=30^\circ$.
2. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $b=16$, $\angle B=71^\circ 45'$ (边长保留两个有效数字, 角度精确到 $1'$).
3. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $a=14$, $b=27$ (边长保留两个有效数字, 角度精确到 $1'$).
4. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $a=50$, $c=50\sqrt{2}$.

三、等腰三角形的一腰是底的 2.5 倍, 求它的各角.

四、已知平行四边形的一个角为 120° , 从这个角的顶点所引的高分别是 4cm 和 6cm, 求这个平行四边形的周长.

五、在矩形 $ABCD$ 中:

1. 若 $AC=10$, $\angle BAC=30^\circ$, 求 AB, AD 的长.
2. 若周长为 28cm, $\angle BAC=60^\circ$, 求矩形的面积.

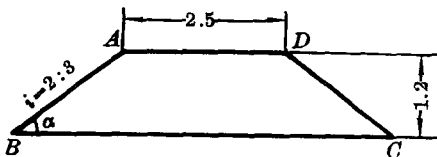
六、在 $1:20000$ 的地图上, 量得甲、乙两地的水平距离为 2.8cm, 而两地的实际高差为

5m, 求甲、乙两地间的坡角.

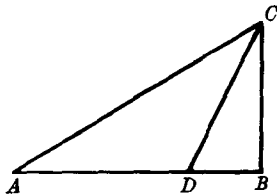
七、在海岸旁高 200m 的山顶上测得正西和正东两船的俯角分别为 15° 和 75° , 求两船间的距离 (已知 $\tan 15^\circ = 2 - \sqrt{3}$).

八、如图, 水坝横断面为等腰梯形 (单位: m).

1. 求坡角 α (精确到 $1'$);
2. 计算修筑 1m 的水坝需多少土方.



(第八题)

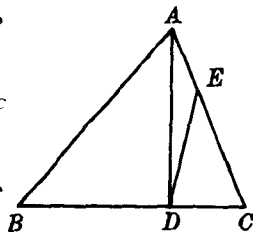


(第九题)

九、如图, 在一次郊游活动中, 在 A 处测得 山顶 C 的仰角是 30° , 前进 20m 后, 在 D 处又测得山顶 C 的仰角为 60° , 求山高 BC.

十、如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$ 于点 D, $\angle CED = \angle CBA$, $S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle DEC}$, 求 $\angle C$ 的度数.

十一、在锐角三角形 ABC 中, $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边分别为 a 、 b 、 c , 求证: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$.



(第十题)

单元自测(A 级)

一、填空题(每小题 4 分, 共 28 分)

1. 直角三角形两直角边长为 5cm 和 12cm, 设此三角形的最小锐角为 α , 则 $\sin \alpha =$ _____, $\cos \alpha =$ _____, $\cot \alpha =$ _____.
2. 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $a = \sqrt{3}$, $b = 3$, 则 $\angle A =$ _____ $^\circ$, $\angle B =$ _____ $^\circ$, $c =$ _____.
3. 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 60^\circ$, $c = 10$, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.
4. 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, $a = 2\sqrt{2}$, 则 $c =$ _____, $S_{\triangle} =$ _____.
5. 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $b = 2$, $\cot B = \frac{2}{5}$, 则 $a =$ _____, $\cot A =$ _____.
6. 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $c = 26$, $\sin B = \frac{5}{13}$, 则 $b =$ _____, $\tan B =$ _____.
7. 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $a : c = 1 : \sqrt{2}$, $b = 6\text{cm}$, 则 $\angle A =$ _____ $^\circ$, $c =$ _____ cm.

二、选择题(每小题 5 分, 共 20 分)

1. 等边三角形的高为 $5\sqrt{3}$, 则它的面积为 ()
(A) 150. (B) $150\sqrt{3}$. (C) $50\sqrt{3}$. (D) $25\sqrt{3}$.
2. 已知等腰三角形三边长分别为 1, 1 和 $\sqrt{3}$, 则它的一个底角为 ()
(A) 150° . (B) 60° . (C) 30° . (D) 45° .
3. 菱形的边长为 4, 有一个内角为 40° , 则较短的对角线长是 ()
(A) $4\sin 40^\circ$. (B) $4\sin 20^\circ$. (C) $8\sin 20^\circ$. (D) $8\cos 20^\circ$.

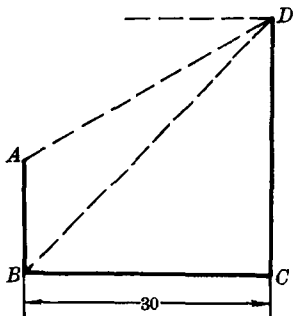
4. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 在关系式 ① $b=c \cdot \sin A$, ② $a=c \cdot \sin B$, ③ $b=a \cdot \tan A$, ④ $a=b \cdot \cot B$, ⑤ $b=c \cdot \sin B$, ⑥ $a=c \cdot \cos A$, ⑦ $b=a \cdot \tan B$, ⑧ $a=b \cdot \cot A$ 中, 正确的有()

(A) 3 个. (B) 4 个. (C) 5 个. (D) 6 个.

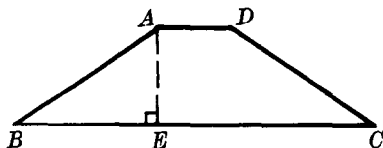
三、(10 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $a=9$, $\angle B=30^\circ$, 解这个直角三角形.

四、(10 分) 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $BC=30$, $S_{\triangle}=75\sqrt{3}$, 求此三角形顶角的度数及周长.

五、(10 分) 如图, 甲、乙两幢楼相距 30m, 从乙楼底 B 望甲楼顶 D 仰角为 45° , 从甲楼顶 D 望乙楼顶 A 俯角为 30° , 求乙楼高 AB (保留两个有效数字).



(第五题)



(第六题)

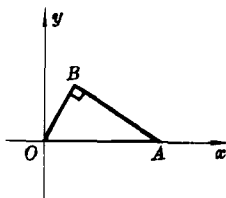
六、(12 分) 如图, 铁路的路基横断面是等腰梯形, 斜坡 AB 的坡度为 $1:\sqrt{3}$, 坡面 AB 的水平宽度为 $3\sqrt{3}\text{m}$, 基面 AD 宽 2m, 求路基高 AE 、坡角 B 和基底 BC 的宽.

七、(10 分) 在锐角 $\triangle ABC$ 中, $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 所对的边分别为 a 、 b 、 c , 求证: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bc\sin A$.

单元自测(B 级)

一、填空题(每小题 4 分, 共 24 分)

1. 直角三角形中, 一锐角的正切值为 $\frac{5}{12}$, 周长为 18, 则三边长为_____.
2. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $b=2\sqrt{3}$, $c=4$, 则 $\angle B=$ _____, $a=$ _____.
3. 等腰三角形一个底角为 30° , 腰长为 4cm, 则一腰上的高是_____cm.
4. $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $AD \perp BC$ 于 D , 若 $AD:BC = \sqrt{3}:2$, 则 $\sin B =$ _____, $\angle BAC =$ _____.
5. 如图, $AB \perp OB$, $OB=4$, 点 A 的坐标为 $(8,0)$, 则点 B 的坐标为_____.
6. 正六边形的两条对边相距 12cm, 则这个正六边形边长为_____cm.



(第 5 题)

二、选择题(每小题 5 分, 共 20 分)

1. 直角三角形中, 一锐角的正切值为 0.75, 周长为 24, 则斜边长为()

(A) 15. (B) 14. (C) 12. (D) 10.

2. 等腰三角形面积是 $\frac{100\sqrt{3}}{3}$, 底边是 20, 则顶角度数为 ()

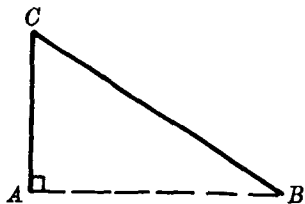
(A) 60° . (B) 90° . (C) 120° . (D) 150° .

3. 菱形的边长为 $\sqrt{5}$, 一条对角线是另一条对角线的 2 倍, 则菱形的面积是 ()

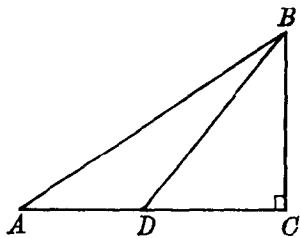
(A) 2. (B) 1. (C) $\frac{1}{2}$. (D) 4.

4. 如图, 一树的上段 CB 被风折断, 树梢着地, 与地面成 30° 的角, 树顶着地处 B 与树根 A 相距 6m, 则原来的树高是 ()

(A) 3m. (B) 9m. (C) $2\sqrt{3}$ m. (D) $6\sqrt{3}$ m.



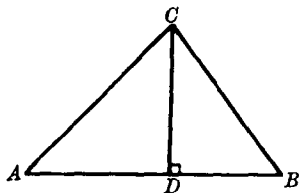
(第 4 题)



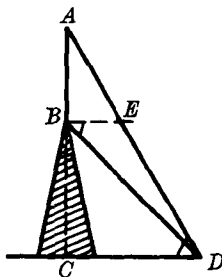
(第三题)

三、(10 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=6$, AC 边上的中线 $BD=\sqrt{21}$, 解这个直角三角形.

四、(10 分) 如图, 海岸上有 A, B 两点, 相距 120m, 由 A, B 观察海上一艘船 C , 得 $\angle CAB=45^\circ$, $\angle CBA=60^\circ$, 求船到海岸 AB 的距离 CD .



(第四题)



(第五题)

五、(12 分) 如图, 在小山上有一高为 32m 的铁塔 AB , 从地面上一点 D 测得塔顶仰角为 60° , 从山顶 B 测得点 D 的俯角为 45° , 求小山的高 BC (精确到 1m).

六、(12 分) 在矩形 $ABCD$ 中, 对角线 $AC=10$, 面积为 $25\sqrt{3}$, 求两对角线所夹角的度数.

七、(12 分) 甲船向正东方向航行, 在 A 处发现乙船在它的北偏东 30° 的方向 60n mile 的 B 处, 且正沿南偏西 30° 的方向航行, 经过半小时, 甲船航行至 D 处, 发现乙船恰在自己的正北方向的 C 处. 已知甲船的速度是乙船的 1.5 倍, 求甲、乙两船的速度.