

广播电视中等专业学校试用教材

数 字 电 视

张永辉 杜百川等编

中国广播电视出版社

责任编辑：萧歌

数 字 电 视

张永辉 杜百川等编

*

中国广播电视出版社出版
北京大兴沙窝店印刷厂印刷
新华书店总店北京发行所经销

*

787×1092毫米 16开 400(千)字 16印张

1988年5月第1版 1988年5月第1次印刷

印数：1—10,000册

ISBN 7-5043-0015-2/TN·6 定价：3.35元

出版者的话

为了适应广播电视中等教育事业发展的需要,改变教材严重缺乏的局面,广播电影电视部教材编审委员会组织力量编写了一批中专工科教材,并由中国广播电视出版社出版,公开发行。这批计划出版的专业教材有:《广播声学》、《广播播控设备》、《有线广播技术》、《电视播控设备》、《彩色电视 摄象机》、《录象 设备》、《数字 电视》、《微波 技术基础》、《微波中继原理和设备》,共计九种。在教材编写过程中,力求做到立论正确、概念清楚、理论联系实际。

这批教材暂作试用教材,适于招收初中毕业生、学制为四年的学校使用。鉴于目前各学校招生对象、学制、专业划分和课程设置不尽相同,各校可根据情况选用。设有相近专业的其他中等专业学校和职业高中也可选用本教材。

这批教材还可以作为干部培训的中级教材和职工自学的参考书,也可以供具有高中文化程度和一定无线电基础知识的读者阅读。我们殷切希望广大读者对本教材提出意见和建议,帮助我们做好教材出版工作。

前 言

近年来，数字设备的使用在各电视台日益普遍。中专学生在进入工作岗位以前有必要对数字设备有一个初步的了解。本书是专为播控专业的中专学生编写的。全书共分四章，基本分为两大部分。前两章主要叙述电视信号数字化及数字信号传输的基本原理，由杜百川同志执笔。后两章主要介绍数字器件、数字滤波原理及数字设备原理，包括数字时基校正器、帧同步机、数字制式转换装置、数字特技、静止图象存储、数字录像机和数字电视机原理，由张永辉同志执笔。全书由唐明焕同志审阅，并提出很好的意见，谨借此机会表示衷心感谢。

本书着力介绍近年来在数字电视领域出现的新技术新设备，语言通俗易懂，也适宜于电视台工作人员及具有中专水平的其他教学、科研、生产人员参考。

绪 论

“数字电视”是相对于“模拟电视”而言。现存的电视系统就其本质来讲，从电视信号的产生、处理、传送直至接收、记录的过程使用的都是模拟电视信号。在模拟电视系统中，光电转换器件（例如摄像管）首先将自然图象转换为相应的电信号，经过处理和传输，最后由电光转换器件（例如显像管）还原成光信号。这种模拟电视信号的变化与原来光信号的变化完全类似，一行信号在时间上和幅度上都是连续的。当然在整个处理过程中也使用许多数字技术，许多设备都会有一个微处理器，而且也常冠以“数字”、“数控”的字样，但其中的数字技术大多用于自动控制、自动调节和故障自诊等方面。而电视信号通道仍然是模拟信号。我们所说的“数字电视”是指在电视信号的产生、处理、传送、记录或接收的过程中使用数字信号，是在时间上和幅度上都离散化了的数字电视信号。相应的设备称之为数字电视设备。在数字电视系统中，首先要将模拟电视信号数字化，变成在时间上和幅度上都不连续的二值脉冲信号（二种幅度值分别代表“0”或“1”），经过数字处理或数字传输，最后重新还原成模拟电视信号。因此“数字电视”既不是一种新的电视制式，也不是某种新型电视机，而是一门新兴的学科。数字电视主要研究电视信号的数字化和数字处理方法及数字电视信号的传输和记录方式。数字化的目的在于提高电视图象质量，扩大电视设备的功能，提高电视系统的可靠性。

数字电视系统大致可以分为电视信号的数字化及其发送、数字电视信号的传输与交换、数字电视信号的接收与记录三大部分。电视信号的数字化需要有三个步骤：抽样、量化和编码。所谓抽样是指首先在时间上将模拟信号离散化，用每隔一定时间的信号样值来表示原来在时间上连续的信号；量化则进一步将模拟信号的幅值离散化，只用有限多个幅值来近似表示原来无限多个幅度值；而编码则是按一定的规律，将量化后的电平值编成二值的（或多值的）数字信号流。从模拟信号的抽样，直到形成二值数字信号的整个过程称为脉冲编码调制（PCM; Puls-Code-Modulation），也可以看作是模/数变换的一种方法（见图 I）。这样得到的数字电视信号可以通过电缆、微波干线、卫星线路、光纤等数字传输通道进行传

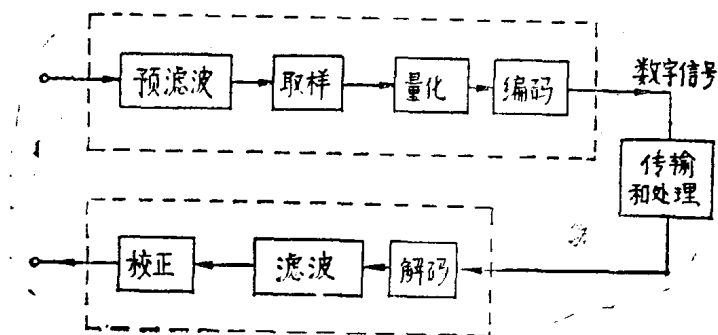
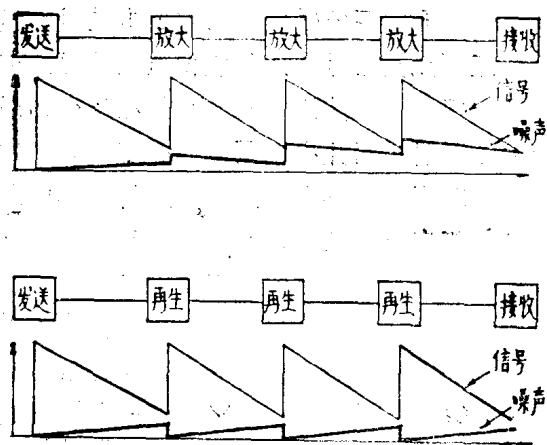


图 I 用 PCM 方法进行模/数转换

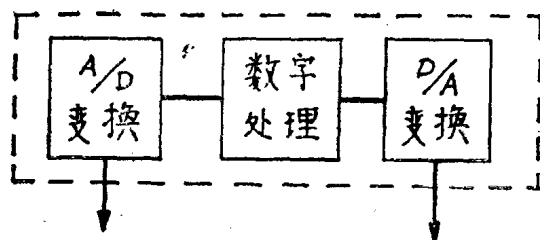
输。虽然数字信号和模拟信号一样，在传输过程中也会衰减并受到噪声的干扰，但由于数字信号只有二个电平值，可以在取样点对接收到的信号进行判决。只要信号的幅度大于 $\frac{1}{2}$ 的最大幅度，就认为原来发出的信号是“1”，否则就是“0”。然后用与发送端同样的设备重新发出完全一样的脉冲，使信号得到了“再生”。由于再生的信号并不是直接从接收信号得出的，而是经由判决在接收点重新发生的，因此只要判决不出差错，再生的信号和始发端是完全一样的，从而去除了噪声的影响。这一点和模拟信号的传输有很大的不同。对模拟传输来说，沿途放大的都是原信号本身，不仅放大了原信号，也放大了混入的噪声，因此噪声是逐步积累的是不能去除的（见图Ⅱ）。由于数字信号有这样的特点，所以数字信号比模拟信



图Ⅱ 模拟与数字传输的比较

号有更强的抗干扰能力。到达目的地的数字信号按与模拟信号数字化相反的过程，经过数/模转换重又恢复成原来的模拟信号。

早在1937年就有人提出了PCM通讯的设想，在40年代就制成了PCM通讯设备。但当时使用的有源器件都是电子管，编码是用电子束编码管，体积庞大，没有多大实用价值。对PCM通讯实用化起决定性作用的是1948年晶体管的发明，这样首先使得带宽较窄（300~3400Hz）的电话信号的数字传输得以实用化。后来由于微电子学及大规模集成电路的发展，使得PCM技术以及数字存储技术能在宽带的电视信号数字化方面得到应用。60年代末期，由于高速数字存储器的价格大大降低，使得数字技术对电视来说不仅在理论上而且在经济上也有了吸引力。很快，在70年代初期，相继出现了数字时基校正器、数字电视制式转换器、帧同步机和数字特技发生器等一系列数字电视设备。在这一阶段中，数字电视设备主要完成一些模拟设备不能或很难完成的任务。随着超大规模集成电路的出现，数字器件进一步降价，计算机技术对各个领域广泛渗透，各种数字电视设备的体积进一步缩小，功能逐步增加，技术也日趋完善。又相继出现了大容量静止图象存储，大型多通道三维数字特技机，电子绘图动画设备，数字电视机和数字录象机等等。在这一阶段中，数字电视设备已经不仅仅用来完成一些模拟设备不能完成的功能，而且打入了传统的视频设备市场（如数字电视机），朝着扩大传统视频设备功能，提高原有电视系统图象质量的方向发展。数字设备相互连接的机会也逐步增多。目前，由于数字电视设备还必须与现存模拟电视系统相配合，每一部数字电视设备都必须具备数字编解码部分（CODEC；见图Ⅲ）。因为电视信号进行反复数字编解码对图象质量有一定影响，所以目前新出的数字电视设备往往带有标准数字接



图Ⅲ 编解码器 (CODEC)

口, 以便于数字电视信号直接进行连接, 避免重复多次数字编解码, 提高数字处理的质量。现在法国已建立了第一个全数字电视中心, 所有被处理的信号都使用数字电视信号, 各设备的连接也采用数字信号。整个电视中心与模拟电视系统之间只有一次数码编解码, 这不仅简化了数字设备, 也提高了所处理的电视图象信号的质量。此外有些国家还开始了对数字高清晰度电视中心的研究。数字电视中心除了可以与模拟电视系统相连, 还可以直接与数字电视系统相连或将数字电视信号通过数字传输网进行传输。由数字通讯网和计算机网发展起来的数字综合业务网 (LSDN) 和更高一级的数字网也正朝着传送数字电视信号的方向发展。总之, 目前虽然还不存在数字电视系统取代现存模拟电视系统的可能性, 但其发展趋势是明显的。

上述的这种发展趋势并不是偶然出现的, 而是由数字传输、处理和存储所固有的优点所决定的。概括地说, 数字信号处理有如下几个优点:

数字信号有较强的抗干扰能力, 它只有二个电平值, 在一个深受噪声干扰的信道中, 数字信号只要有 20dB 的信噪比就能可靠地工作; 而对于同一信道, 模拟信号所要求的信噪比至少要 40dB。

数字信号特别适用于先进的微电子学的应用, 数字电路比模拟电路更容易也能更有效地集成化。电路一经制成, 便无调节, 长寿命。

数字信号便于进行计算机处理, 使得即使是相当复杂的方法也可以有效地实现。

当然, 数字电视也面临着不少问题。现存的数字传输网是从传输数字电话发展起来的, 为了传输数字电视信号, 数字信号的数码率不仅要满足各种电视质量节目制作和播出的要求, 还必须符合现存数字传输网络的固有数码率。按演播室编码标准, 亮度信号的取样频率定为 13.5MHz, 二个色差信号的取样频率都取 6.75MHz。三种信号都采用 8 比特量化, 所需的总数码率高达 $(13.5 + 6.75 + 6.75) \times 8 = 216\text{Mb/s}$ 。而一路数字电话只要求 64kb/s 的数码率, 因此一路数字电视的数码率相当于约 3000 路数字电话所需要的数码率。这对数字电视的实用化来说是一个严重的障碍。目前许多科学家都在研究各种降低数字电视传输码率的方法, 从而产生了一门专门的学科: 电视图象编码。

数字电视是一门新兴的学科, 数字电视信号的数码率又很高, 所采用的技术相当复杂, 它与各种新技术和新学科有着密切的联系。除了上面提到的电视图象编码外, 大部分数字设备都要用到数字滤波, 这也是一门专门的学科。另外在静止图象存储中要用到大容量、高速存储技术; 在数字录象机中要用到高密度磁性记录技术、检错纠错技术和数字传输技术等。本课程当然不可能面面俱到, 但我们将择其与数字电视设备有关的部分在以后的各章中分别加以介绍。

目 录

绪论

第一章 数字电视信号的产生

1.1 抽样定理.....	(1)
一、单位冲激函数(δ 函数)	(2)
二、 δ 函数及 δ 函数序列的频谱	(3)
三、褶积定理	(5)
四、抽样定理	(7)
五、由样值恢复信号	(9)
六、孔阑效应	(10)
1.2 量化.....	(12)
一、量化失真	(12)
二、量化级数与信杂比	(13)
三、量化器的三个区域	(14)
四、量化失真的频谱及抽样对量化的影响	(14)
五、量化方式	(15)
1.3 编码.....	(18)
一、各种二进制编码	(18)
二、彩色电视信号的复合编码和分量编码	(19)
三、信源编码	(20)
四、信道编码	(27)

第二章 数字信号的传输

2.1 基带传输无码间干扰条件.....	(36)
一、系统无码间干扰条件	(36)
二、满足无码间干扰条件的系统传递函数	(37)
三、码间干扰和眼图	(39)
2.2 数字信号在传输中的减损.....	(39)
一、信噪比和误码率	(40)
二、定时提取和抖动	(41)
2.3 复用和去复用.....	(42)
一、复用的种类	(42)
二、帧结构和帧同步	(43)
三、PCM 组群方案	(44)
2.4 数字交换和传输网络.....	(45)

一、数据交换网	(45)
二、局部网络技术在电视台中的应用	(46)
2.5 数字电视信号各参数的选择	(47)
一、图象质量的主观评价	(47)
二、数字电视信号各参数的选择	(50)
三、声音信号参数的选择	(56)
第三章 基本数字器件	
3.1 A-D、D-A变换器	(58)
一、D-A变换的原理	(58)
二、D-A变换器的各种方式	(59)
三、D-A变换器的参数	(67)
四、A-D变换的原理	(69)
五、A-D变换器的各种方式	(70)
六、A-D变换器的参数	(80)
3.2 存储元件	(82)
一、移位寄存器式时序存取存储器	(82)
二、随机存取存储器 (RAM)	(83)
三、只读存储器 (ROM)	(91)
四、磁泡存储器	(97)
3.3 电荷耦合器件 (CCD)	(99)
一、CCD的基本工作原理	(99)
二、CCD的基本参数及结构上的改进	(102)
三、CCD存储器应用实例	(103)
3.4 数字滤波器	(106)
一、概说	(106)
二、离散时间序列的 z 变换	(107)
三、系统的转移函数	(113)
四、 z 变换与拉氏变换间的关系	(113)
五、 z 反变换	(115)
六、离散系统的频率响应	(117)
七、数字滤波器的分类与构成	(121)
八、数字滤波器在数字电视中的应用	(129)
第四章 数字电视设备	
4.1 基本电路	(131)
一、加法电路	(131)
二、减法电路	(136)
三、乘法电路	(140)
四、比较电路	(142)
4.2 基本功能电路	(144)

一、数字处理和模拟处理的对应性	(144)
二、增益调整	(144)
三、图象信号混合	(146)
四、消隐电平钳位	(148)
五、黑切割和白切割	(148)
六、伽玛校正	(149)
七、黑斑校正	(150)
八、轮廓补偿	(151)
九、亮度、色度信号的分离	(153)
4.3 数字降噪器	(155)
一、引言	(155)
二、工作原理	(155)
三、余象减轻	(157)
四、色度信号的相位一致	(159)
五、一种实际的数字降噪器	(159)
4.4 数字时基校正器	(160)
一、概述	(160)
二、数字时基校正基本原理	(161)
三、时基校正器主要电路介绍	(162)
4.5 帧存储器	(173)
4.6 帧同步机	(174)
一、概述	(174)
二、帧同步机的构成和工作情况	(175)
4.7 数字制式转换装置	(180)
一、概述	(180)
二、制式转换的原理	(181)
三、制式转换装置的实例	(182)
四、自适应性帧内行内插方式	(184)
4.8 数字特技	(186)
一、概述	(186)
二、亮度-色度信号分离和垂直空间频率滤波器	(188)
三、水平空间频率滤波器	(190)
四、内插和缩小电路	(191)
五、多重冻结帧	(193)
六、边框发生电路	(194)
七、特殊误码的效果	(195)
八、嵌镶效果和嵌镶键	(195)
九、动迹检出与多影显示	(196)
十、镜间多影效果	(197)

十一、变形弯曲和绕轴旋转	(197)
十二、三维数字特技	(200)
4.9 静止图象存储.....	(205)
一、概述	(205)
二、电子静止图象库的构成	(206)
4.10 数字录象机.....	(208)
一、数字录象机的特点	(208)
二、数字信号的记录和重放	(209)
三、误码纠正和补偿	(213)
四、数字录象机的构成	(215)
五、伴音记录	(216)
六、一种实际的数字录象机	(216)
4.11 数字电视接收机.....	(217)
一、概述	(217)
二、典型的数字电视机简介	(218)
三、数字色度解码器	(226)
4.12 演播室数字电视的编码.....	(237)
一、概述	(237)
二、编码方式	(239)
三、复合编码与分量编码的兼容性	(243)

第一章 数字电视信号的产生

电视信号的数字化包括抽样、量化和编码三个步骤。抽样、量化过程中各参数的选择以及编码方式决定了数字电视信号的质量。因此抽样、量化和编码理论是数字电视的基础。

1.1 抽样定理

自然图象是立体的三维图象，它不仅在空间和时间上是连续的，而且图象各参数（如亮度、色度等）的取值也是连续的。由于自然图象包含的信息量很大，要完全重现这样的图象是十分困难的。一般都采取抽出自然图象部分信息的办法。例如普通的电影和电视都只显示平面图象，在时间上是不连续的。电影每秒放映 24 幅瞬时照片，为了减少闪烁在每幅照片放映的过程中又遮了一次光；电视每秒播放 25 帧完整的图象，用隔行扫描的办法来减少闪烁。与电影不同，电视图象在垂直方向上也不再是连续的了，而是用 625 条扫描线来代替整幅画面。但由于在水平方向上电视图象仍然是连续的，由图象最终形成的电视信号在时间上也是连续的。为了能用数字信号表示图象信号，还必须在图象的水平方向作离散化处理，也就是用间隔的点来代替原来的扫描线。这对于电视信号来说，就是用每隔一定时间抽取的电压或电流值来代替原来的连续电信号，我们称这种方法为抽样，抽取的信号值称为样值，他表示该抽样时刻的信号值；而二个样值间相隔的时间称为抽样周期，相应的频率称为抽样频率。

不同的抽样方法或不同的抽样频率会造成样值在图象平面上不同的排列。这对抽样以后要进行的各种数字处理的难易程度会有很大影响。根据样值在图象平面上排列方式的不同，样值在图象平面上可以有正交结构、斜交结构等多种排列方式（见图 1—1）。所谓正交结构是指样值在垂直方向和水平方向上都是相互对齐的，或者说电视信号的抽样频率是行频的整数倍。这种整齐结构为今后数字处理中行间或帧间样值的加减提供了方便。而斜交或其他样值结构没有这个优点。

综上所述，抽样的过程对于自然图象来说，就是在空间的水平、垂直方向上以及时间上用不连续的样值序列来代替原来时空上连续的图象；对于经过光电转换形成的电视信号来

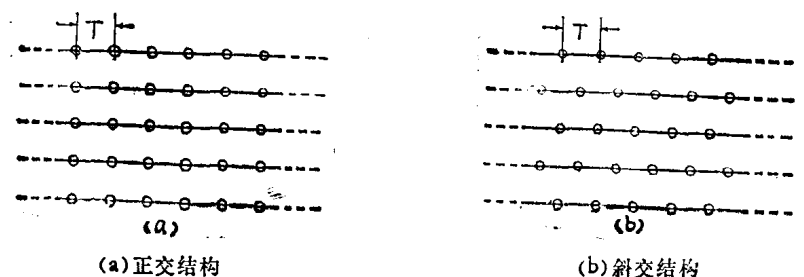


图1-1平面图象的样值结构

说,就是用样值列来代替原来时间上连续的电信号。那么这种由样值构成的信号与原信号有什么不同,能否从中恢复出原信号?样值的疏密即抽样频率的大小与抽样以后的信号有什么关系,对恢复原信号有什么影响?这些问题要由抽样定理来解决。

一、单位冲激函数 (δ 函数)

为了描述抽样定理,我们首先要找到一种数学方法来表达信号的抽样过程。从原理上说,抽样只应抽取指定时刻的信号值。而实际上的抽样是用位于该时刻的窄脉冲与原信号相乘,如果窄脉冲的幅度等于1,那么得到的就是幅度为原信号幅度的窄脉冲了。问题在于实际的脉冲都有一定的宽度,因此这样的抽样并不是抽取单个幅值,这给抽样的分析带来了一定困难。我们希望有这样一个函数,这个函数只有在指定点的值是1,而在其他点的值为零。这种函数在数学上是由单位冲激函数引入的。下面我们用单位矩形脉冲来引出单位冲激函数。图1-2画出了宽为 τ ,高为 $\frac{1}{\tau}$ 的矩形脉冲。当 τ 越来越小时,脉冲宽度越来越窄,但脉冲幅度越来越大,面积保持 $\tau \cdot \frac{1}{\tau} = 1$ 不变。极限情况下,脉宽 τ 趋于零,脉冲幅度趋于无穷,这时的函数就是单位冲激函数,常记作 $\delta(t)$,也称为 δ 函数:

$$\delta(t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\tau} \left[u(t + \frac{\tau}{2}) - u(t - \frac{\tau}{2}) \right] \quad (1-1)$$

冲激函数在图中用箭头表示,表明 $\delta(t)$ 只在时刻 $t=0$ 有一冲激,在 $t=0$ 以外各处函数值均为零。因此 δ 函数也可以定义为:

$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 & (t=0) \\ \delta(t) = 0 & (t \neq 0) \end{cases} \quad (1-2)$$

这个定义是由狄拉克 (Dirac) 给出的,所以也称 δ 函数为狄拉克函数。上述的 δ 函数是位于零点的冲激,任一点 $t=t_0$ 处出现的冲激,可以有如下 $\delta(t=t_0)$ 函数类似的定义:

$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0) dt = 1 & (t=t_0) \\ \delta(t-t_0) = 0 & (t \neq t_0) \end{cases} \quad (1-3)$$

$\delta(t)$ 和 $\delta(t-t_0)$ 分别绘于图1-2 (b)和(c)。

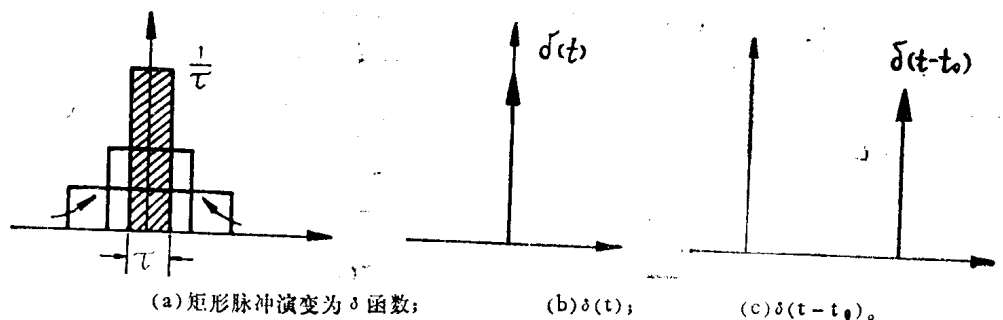


图 1-2 冲激函数

如果用 δ 函数与一个实际连续信号 $f(t)$ 相乘, 其积仅在 $t=0$ 处有 $f(0) \cdot \delta(t)$, 其余各点均为零, 这个性质可以写成:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) f(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) f(0) dt = f(0) \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = f(0)$$

一般地说, 对位于任一点 t_0 的冲激, 下面的等式成立:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0) f(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0) f(t_0) dt = f(t_0) \quad (1-4)$$

这个等式说明了 δ 函数具有抽样特性, 只要将连续时间信号 $f(t)$ 与 δ 函数相乘, 就可以得到 $f(t)$ 在 $t=0$ 点(抽样时刻)的函数值 $f(0)$, 也就是从所有的函数值中“抽”出了 $f(0)$ 。若将 δ 函数移到任一点 t_0 时刻, 那么就抽取了 t_0 处的函数值 $f(t_0)$ 。下面我们经常用 δ 函数与时间连续信号相乘来表示信号的理想抽样过程。例如为了表示对连续信号的周期抽样, 我们要用周期的 δ 函数列

$$s_\delta(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT_s) \quad (1-5)$$

和要抽样的信号 $f(t)$ 相乘:

$$f_s(t) = f(t) \cdot s_\delta(t) = f(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT_s) \quad (1-6)$$

式中 T_s 是抽样周期。我们称这种抽样为冲激抽样或理想抽样。

二、 δ 函数及 δ 函数序列的频谱

为了研究抽样对原信号频谱的影响, 必须首先求得 δ 函数及 δ 函数序列的频谱。我们知道, 非周期信号的频谱就是该信号的傅氏变换, 而周期信号的频谱则是其傅氏级数的傅氏变换。因此单位冲激函数 $\delta(t)$ 的傅氏变换是:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) e^{-j\omega t} dt = 1$$

记作

$$\mathcal{F}[\delta(t)] = 1 \quad (1-7)$$

这表明单位冲激函数的频谱等于常数, 也就是说, 在整个频率范围内频谱是均匀分布的, 是与频率无关的常数。

那么什么样的函数频谱是冲激函数呢? 这只要求得 $\delta(\omega)$ 的傅氏反变换就可以了。由定义:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\omega) e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi}$$

或记作

$$\mathcal{F}^{-1}[\delta(\omega)] = \frac{1}{2\pi} \quad (1-8)$$

可见常数的傅氏变换是 δ 函数, 或者说单位直流信号的频谱是频率位于零、幅度为 2π 的冲激函数:

$$\mathcal{F}^{-1}[1] = 2\pi \delta(\omega) \quad (1-9)$$

我们在图 1-3 中画出了时域中 δ 函数的傅氏变换和频域中 δ 函数的傅氏反变换。从这两个例子中可以看出，在时域中幅度变化异常剧烈，但变化时间非常有限的冲激函数在频率域是常数，或者说包含幅度相等的所有频率分量。而在时域中保持常数，在时间上前后无限的信号在频率域当然只有零频，它是幅度变化剧烈，只占有单个频率的频域冲激函数。这种时域函数和频域函数时间变化和频谱分布之间的相对关系是具有普遍意义的。

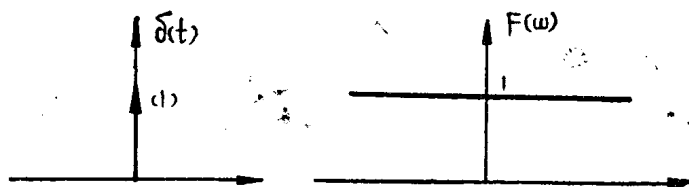


图1-3 δ 函数的谱

δ 函数序列 $s_\delta(t)$ 是周期函数。为求其频谱，要先求其傅氏级数：

$$s_\delta(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_s t}$$

这里 C_n 为：

$$C_n = \frac{1}{T_s} \int_{-T_s/2}^{T_s/2} \delta(t) e^{-jn\omega_s t} dt = \frac{1}{T_s}$$

所以

$$s_\delta(t) = \frac{1}{T_s} \sum_{-\infty}^{\infty} e^{jn\omega_s t} \quad (1-10)$$

其频谱即其傅氏变换为：

$$\begin{aligned} S_\delta(\omega) &= \mathcal{F}[s_\delta(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{T_s} \sum_{-\infty}^{\infty} e^{jn\omega_s t} e^{-j\omega t} dt \\ &= \frac{1}{T_s} \sum_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j(\omega - n\omega_s)t} dt \end{aligned} \quad (1-11)$$

上式中的积分式是常数的傅氏变换式，而 $\omega - n\omega_s$ 表明有频率位移。所以由(1-9)式，上式中的积分是频率位于 $(\omega - n\omega_s)$ 的 δ 函数，幅度为 2π 。所以：

$$\begin{aligned} S_\delta(\omega) &= \frac{1}{T_s} \sum_{-\infty}^{\infty} 2\pi \delta(\omega - n\omega_s) \\ &= \omega_s \sum_{-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_s) \end{aligned} \quad (1-12)$$

可见周期单位冲激序列的傅氏变换中只有在角频率 $\omega = 0, \pm\omega_s, \pm2\omega_s, \dots, \pm n\omega_s, \dots$ 处有冲激频谱，其强度为 ω_s 。也就是说， δ 函数脉冲列的频谱也是 δ 函数列（见图 1-4）。而且抽样频率越大，样值越密，频率域内相邻二个 δ 函数间的距离 $\omega_s = 2\pi f_s$ 就越大，频谱就越稀疏。

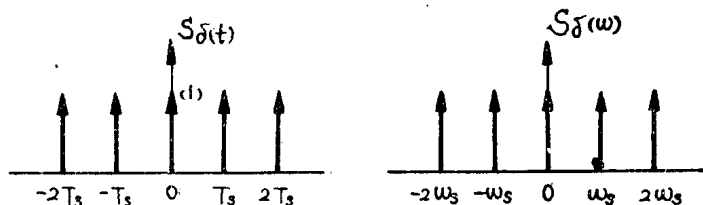


图1-4 δ 函数序列的频谱

三、褶积定理

前面已经说过抽样序列可以表示成 δ 函数序列和被抽样时间函数的乘积，并且知道了 δ 函数序列的频谱。那么抽样以后信号的频谱与原信号的频谱有什么关系呢？要解决这个问题，我们要用到傅里叶变换的褶积定理。

时域褶积定理：若给定两个时间函数 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ ，已知 $\mathcal{F}[f_1(t)] = F_1(\omega)$ ， $\mathcal{F}[f_2(t)] = F_2(\omega)$ ，则

$$\mathcal{F}[f_1(t) * f_2(t)] = F_1(\omega) \cdot F_2(\omega) \quad (1-13)$$

“ $*$ ”是褶积的记号， $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 的褶积定义为：

$$f_1(t) * f_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} f_2(\tau) f_1(t - \tau) d\tau$$

证明：

$$\begin{aligned} \mathcal{F}[f_1(t) * f_2(t)] &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau \right] e^{-j\omega t} dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) \left[\int_{-\infty}^{\infty} f_2(t - \tau) e^{-j\omega t} dt \right] d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) F_2(\omega) e^{-j\omega \tau} d\tau \\ &= F_2(\omega) \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) e^{-j\omega \tau} d\tau \\ &= F_1(\omega) \cdot F_2(\omega) \end{aligned}$$

类似地我们可以证明频域褶积定理：

频域褶积定理：若 $\mathcal{F}[f_1(t)] = F_1(\omega)$ ， $\mathcal{F}[f_2(t)] = F_2(\omega)$ ，则

$$\mathcal{F}[f_1(t) \cdot f_2(t)] = \frac{1}{2\pi} F_1(\omega) * F_2(\omega) \quad (1-14)$$

以上二个定理告诉我们，不管是时域还是频域，二个函数相乘的变换是在其变换域中的褶积。

褶积积分的具体做法我们可以用图解来说明。从褶积积分的定义来看，褶积的变量在积分号中是一个参数，具体积分时要对两个函数进行改写。例如对函数 $e(t)$ ， $h(t)$ 求褶积时，根据定义 $e(t) * h(t)$ 为

$$e(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e(\tau) h(t - \tau) d\tau$$

所以要先把 $e(t)$ 改写为 $e(\tau)$ ，函数图形保持原状，只是横坐标 t 换作 τ ，如图 1-5(a) 所示。然后把 $h(t)$ 改写成 $h(t-\tau)$ 。这时函数图形要发生变化，我们可以先画出 $h(-\tau)$ ，它应与 $h(\tau)$ 以纵坐标或轴对称，所以只要将 $h(\tau)$ 以纵轴为中心折转就可以了，再将 $h(-\tau)$ 延时 t 就得到 $h(t-\tau)$ 。 $h(-\tau)$ 和 $h(t-\tau)$ 绘于图 1-5(c) 和 (d)。有了 $h(t-\tau)$ 和 $e(\tau)$ 就可以求积分了。

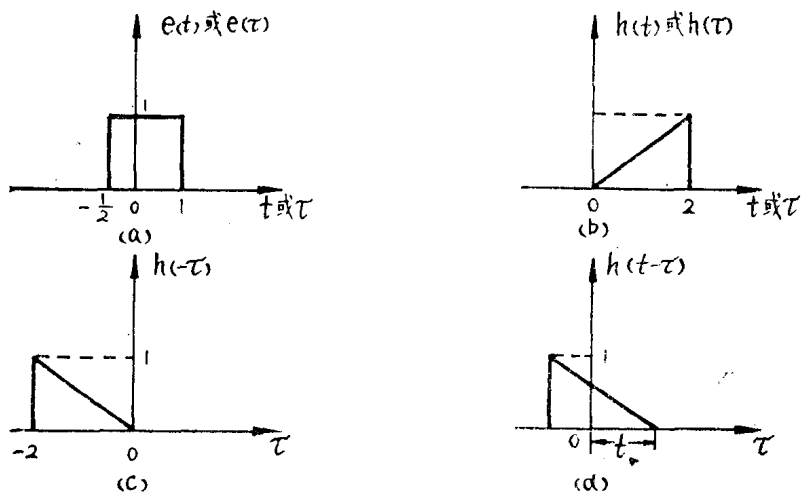


图1-5 褶积的图形解释

当 t 从 $-\infty$ 向 $+\infty$ 变化时， $h(t-\tau)$ 自左向右平移，对应于不同的 t 值， $h(t-\tau)$ 与 $e(\tau)$ 相乘积分的结果如下：

- (1) $-\infty < t \leq -\frac{1}{2}$ ，见图 1-6(a)

$$e(t) * h(t) = 0$$

- (2) $-\frac{1}{2} \leq t \leq 1$ ，见图 1-6(b)

$$e(t) * h(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^t 1 \times \frac{1}{2}(t-\tau) d\tau = \frac{t^2}{4} + \frac{t}{4} + \frac{1}{16}$$

- (3) $1 \leq t \leq \frac{3}{2}$ ，见图 1-6(c)

$$e(t) * h(t) = \int_{-\frac{1}{2}}^1 1 \times \frac{1}{2}(t-\tau) d\tau = \frac{3}{4}t - \frac{3}{16}$$

- (4) $\frac{3}{2} \leq t \leq 3$ ，见图 1-6(d)

$$e(t) * h(t) = \int_{t-2}^1 1 \times \frac{1}{2}(t-\tau) d\tau = -\frac{t^2}{4} + \frac{t}{2} + \frac{3}{4}$$

- (5) $3 \leq t < \infty$ ，见图 1-6(e)