

创 新 学 习 系 列 丛 书

恒谦教学与备考研究中心研究成果
全国名牌重点中学特高级教师编写

初中

创
新

学
习

初三数学

主编 郭莹 段春红

知识篇
思维篇
能力篇

中国人民大学出版社

创 新 学 习 系 列 丛 书

初中

NBA242/16/12

学习

创新

知识篇
思维篇
能力篇

初三数学

主 编	郭 莹	段春红
撰稿人	郭 莹	段春红
	郝蜀琼	刘 虹
	吴丽虹	石 涛
	陈 安	鲁开红
	和文涛	千海军

 中国人民大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

初中创新学习·初三数学/郭莹, 段春红主编. 3 版

北京: 中国人民大学出版社, 2002

(创新学习系列丛书)

ISBN 7-300-04221-X/G·870

I. 初…

II. ①郭…②段…

III. 数学课-初中-教学参考资料

IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 044538 号

凡人大版教辅图书, 封面均有人大社标印纹,

否则均为盗版, 欢迎举报。

创新学习系列丛书

初中创新学习

初三数学

主编 郭莹 段春红

出版发行: 中国人民大学出版社

(北京中关村大街 31 号 邮编 100080)

邮购部: 62515351 门市部: 62514148

总编室: 62511242 出版部: 62511239

E-mail: rendafx@public3.bta.net.cn

经 销: 新华书店

印 刷: 北京市丰台区印刷厂

开本: 890×1240 毫米 1/32 印张: 11.75

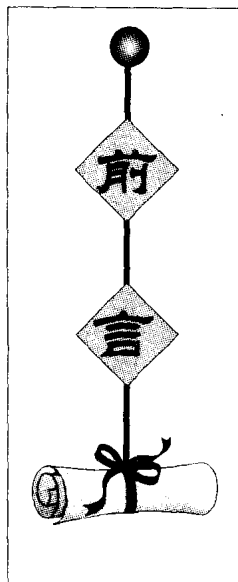
2000 年 7 月第 1 版

2002 年 7 月第 3 版 2002 年 7 月第 1 次印刷

字数: 457 000

定价: 13.00 元

(图书出现印装问题, 本社负责调换)



21 世纪是创新教育的世纪,而创新教育的核心在于培养学生的创新精神和实践能力,这已经成为人们的共识。

古人云:学而不思则罔,思而不学则殆。以往习惯于教材、教师的引导,习惯于被动地学习、封闭式地思考的传统学习模式已经成为历史。如今我们倡导的是创新学习,不仅是学习的设备、手段、工具要更新(要与电脑化、网络化接轨),更为重要的是学习观念的更新。

这表现为不仅仅要学习人类积淀的传统的知识和理论,更要学习前人获得这些知识和理论所使用、创造的方法、手段和思想。

为此,我们推出这套《创新学习系列丛书》,力图跳出旧囿,从一个全新的层面,帮助广大中学生梳理知识,探索规律,总结学法,在同步学习知识的基础上,更注重思维方法指导,强调能力的综合提高,最终使其学会学习,学会应用,学会创新,轻松备考,享用一生。

本丛书以“知识→思维→能力”这一科学的认知规律为指导,将每一章(单元、课)分为知识篇、思维篇、能力篇三大块。其中知识篇完全按照教材的顺序同步讲解,思维篇以激活思维方法为核心,能力篇侧重于综合提高。这是当今首次将创新思维与现行教材完全结合,且极富可操作性的一套同步学习参考书。

本丛书编写者是来自全国各地极富教学经验的一线教师,他们熟知传统的教学理论、教学方法和知识体系,且不甘平庸,勇于挑战,锐意创

新,在繁忙的教学工作之余,为编写这套丛书夜以继日,废寝忘食,参阅了大量最新的各类教学期刊和相关资料。为求知若渴的莘莘学子提供最大帮助,是我们全体编委共同的心愿。由于时间仓促,水平所限,错漏不当之处还望广大读者批评指正,以便我们再版时改进。

恒谦教学与备考研究中心
《创新学习系列丛书》编委会



Contents

目 录

代数部分



第十二章 一元二次方程

知识篇	(1)
第一节 一元二次方程	(3)
同步强化训练	(6)
第二节 一元二次方程的解法	
——直接开平方法、配方法	(7)
同步强化训练	(10)
第三节 一元二次方程的解法	
——公式法、因式分解法	(11)
同步强化训练	(14)
第四节 一元二次方程的根的判别式	(15)
同步强化训练	(18)
第五节 一元二次方程根与系数的关系	(19)
同步强化训练	(24)
第六节 二次三项式的因式分解	(24)
同步强化训练	(27)
第七节 一元二次方程的应用	(27)
同步强化训练	(31)
第八节 分式方程	(31)
同步强化训练	(36)
第九节 无理方程	(37)
同步强化训练	(40)

第十节 由一个二元一次方程和一个	
二元二次方程组成的方程组	(41)
同步强化训练	(43)
第十一节 由一个二元二次方程和一个可以分解为两个	
二元一次方程组成的方程组	(43)
同步强化训练	(45)
思维篇	(45)
能力篇	(65)
能力综合测试	(76)



第十三章 函数及其图像

知识篇	(82)
第一节 平面直角坐标系	(84)
同步强化训练	(87)
第二节 函数与函数的图像	(88)
同步强化训练	(93)
第三节 一次函数的图像与性质	(94)
同步强化训练	(101)
第四节 二次函数的图像与性质	(102)
同步强化训练	(113)
第五节 反比例函数的图像与性质	(114)
同步强化训练	(119)
思维篇	(120)
能力篇	(139)
能力综合测试	(146)



第十四章 统计初步

知识篇	(156)
第一节 平均数	(158)



同步强化训练	(161)
第二节 众数与中位数	(162)
同步强化训练	(164)
第三节 方差	(165)
同步强化训练	(169)
第四节 频率分布	(170)
同步强化训练	(174)
思维篇	(175)
能力篇	(180)
能力综合测试	(182)

几何部分



第六章 解直角三角形

知识篇	(187)
第一节 正弦和余弦	(189)
同步强化训练	(193)
第二节 正切和余切	(193)
同步强化训练	(196)
第三节 解直角三角形	(197)
同步强化训练	(200)
第四节 应用举例	(200)
同步强化训练	(204)
思维篇	(205)
能力篇	(211)
能力综合测试	(214)



第七章 圆

知识篇	(218)
第一节 圆	(220)

同步强化训练	(223)
第二节 过三点的圆	(224)
同步强化训练	(225)
第三节 垂直于弦的直径	(226)
同步强化训练	(228)
第四节 圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系	(230)
同步强化训练	(232)
第五节 圆周角	(233)
同步强化训练	(234)
第六节 圆的内接四边形	(235)
同步强化训练	(237)
第七节 直线与圆的位置关系	(238)
同步强化训练	(240)
第八节 切线的判定和性质	(241)
同步强化训练	(244)
第九节 三角形的内切圆	(245)
同步强化训练	(247)
第十节 切线长定理	(248)
同步强化训练	(250)
第十一节 弦切角	(251)
同步强化训练	(254)
第十二节 和圆有关的比例线段	(255)
同步强化训练	(258)
第十三节 圆和圆的位置关系	(260)
同步强化训练	(263)
第十四节 两圆的公切线	(264)
同步强化训练	(270)
第十五节 相切在作图中的应用	(271)
同步强化训练	(272)
第十六节 正多边形和圆	(273)
同步强化训练	(274)

第十七节 正多边形有关计算	(275)
同步强化训练	(276)
第十八节 画正多边形	(277)
同步强化训练	(278)
第十九节 圆周长、弧长	(278)
同步强化训练	(280)
第二十节 圆、扇形、弓形的面积	(281)
同步强化训练	(283)
第二十一节 圆柱和圆锥的侧面展开图	(284)
同步强化训练	(287)
思维篇	(288)
能力篇	(313)
能力综合测试	(324)
参考答案	(340)

□代数部分□



一元二次方程



识 篇



本章内容概要

日常生活中,常常会碰到一些实际问题,需要用方程的知识求解.例如:

小明要做一个长方形的模型,面积须是 180 平方厘米,且长方形的长比宽多 3 厘米.则应做的长方形的长和宽各为多少?

我们运用方程的观点解决此问题,设长方形的长为 x 厘米,则长方形的宽为 $(x-3)$ 厘米,可得

$$x(x-3)=180, \text{即 } x^2-3x-180=0.$$

问题的解存在于此方程的根中,这就是今天我们要学习的一元二次方程,其一般式为

$$ax^2+bx+c=0(a \neq 0).$$

一元二次方程知识,主要是一元二次方程的解法.在求解过程中,我们发现有的方程有实数根,而有的方程无实数根,于是引入了一元二次方程根的判别式和根与系数的关系.我们能应用列方程解应用题.对于一些特殊的方程和方程组,可以转化为一元二次方程求解,如分式方程、无理方程、二元二次方程组等.

本章的重点是一元二次方程的解法.由于一元二次方程与一元一次方程相比形式上发生了改变,未知数的次数由 1 次变成了 2 次.因此本章以讨论一元二次方程的解法为核心,从简单到复杂,从一般到特殊.一元二次方程的解的存在,是由方程的系

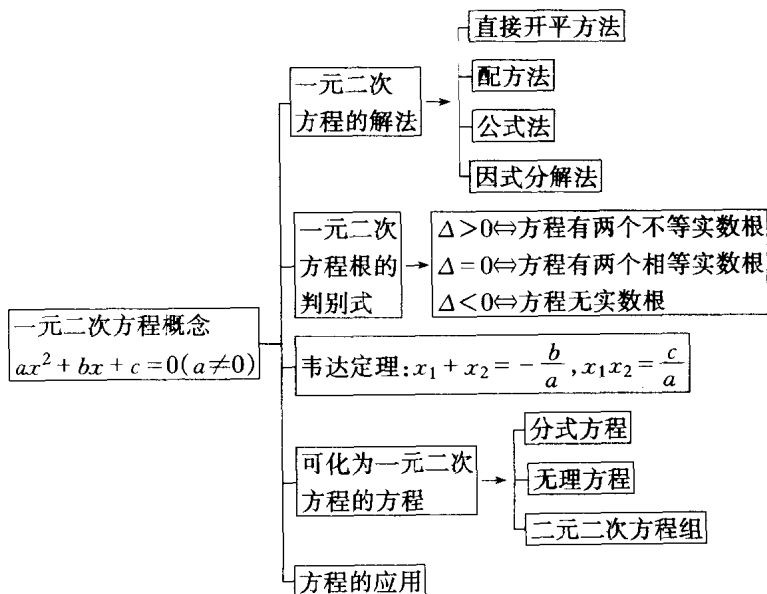


数决定的,从而引申出根的判别式和根与系数的关系,这既是本章的重点,又是本章的难点.

学习目标(见表 12—1)

表 12—1

知 识 点	了解	理解	掌握	灵活运用
一元二次方程的概念及一般式	√			
整式方程和无理方程的概念	√			
一元二次方程的解法(直接开平方法,配方法,公式法,因式分解法)	√	√	√	
一元二次方程根的判别式及根的判别式的运用	√	√	√	√
韦达定理及运用	√	√	√	√
利用求根公式分解二次三项式	√			
列一元二次方程解应用题	√	√	√	
分式方程的解法和利用分式方程解应用题	√	√	√	
无理方程的解法及验根	√	√	√	
二元二次方程和二元二次方程组的概念	√			
二元二次方程组的解法(代入法,因式分解法)	√	√	√	

 知识结构表解


第一节 一元二次方程

 学习目标导航

我们来研究下面的问题：

剪一块面积为 180 平方厘米的长方形铁片，使它的长比宽多 3 厘米，这块铁片该怎样剪？

要解决这个问题，就要求出铁片的长和宽。

我们可以设这块铁片的宽是 x 厘米，那么它的长是 $(x+3)$ 厘米，根据题意，得

$x(x+3) = 180$ ，去括号，得 $x^2 + 3x = 180$ 。

这个方程的两边都是关于未知数的整式,这样的方程叫做整式方程.在这个整式方程中,只含有一个未知数,并且未知数的最高次数是 2,这样的整式方程叫做一元二次方程.

任何一个关于 x 的一元二次方程,经过整理,都可以化成下面的形式

$$ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$$

这种形式叫做一元二次方程的一般形式,其中 ax^2 叫做二次项, a 叫做二次项系数; bx 叫做一次项, b 叫做一次项系数; c 叫做常数项.一次项系数 b 和常数项 c 可以是任何实数.二次项系数 a 是不等于零的实数,这是因为 a 等于零,方程就不是二次方程.



重点难点解析

方程是含有未知数的等式,例如 $2x + 2 = 0$, $x^2 - 2x - 3 = 0$, $x + \frac{1}{x} = 0 (x \neq 0)$ 均在方程概念之内.对于形如 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的方程,我们称之为二元二次方程,其一般形式是 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$.

对于一元二次方程而言,它具有如下特点:

1. 是一个关于未知数的整式方程.
2. 未知数的最高次数为 2.
3. 只含有一个未知数.
4. 二次项的系数不能为零.

例如,对于等式 $b^2 - 2b + a = 0$,我们如果说 b 是未知数 a 为常数,它是一个关于 b 的一元二次方程;如果转换观点,说 a 是未知数 b 是常数,则它是一个关于 a 的一元一次方程.因此识别方程是否是一元二次方程.首先要判别方程左右两边是否是整式;其次,判别未知数的系数和次数是否满足条件.



范例分析指导

例 1 判断下列方程是否是一元二次方程.

(1) $\frac{2}{x^2 + 5} = 3$; (2) $x^2 - 5x = 0$; (3) $2x(x - 1) + 6x - 7 = 2x^2$.

分析指导 判定一个方程是否是一元二次方程,关键要将题目中各方程化为标准形式,然后再根据一元二次方程的概念判别.

方程(1)的左边是分式,不属于整式方程,故不是一元二次方程.

方程(2)既是整式方程,且只含一个未知数,而未知数的次数为2,故它是一元二次方程.

方程(3)经过化简后得到 $4x-7=0$ 此方程是一元一次方程.

故不是一元二次方程.

小结 置于关于 x 的方程概念下,满足整式方程、未知数次数及系数等条件的方程均为一元二次方程.

例2 把下列形式的方程化为一元二次方程的一般形式,并指出二次项系数、一次项系数和常数项.

$$(1)x(x-2)=4x^2-3x; \quad (2)(x+1)^2+(x-1)^2=4;$$

$$(3)\frac{x^2}{3}-\frac{x+1}{2}=1; \quad (4)mx^2-nx+mx+nx^2=q-p(m+n\neq 0).$$

分析指导 任何一个一元二次方程经过去分母、去括号、移项、合并同类项等基本变形,都可以化成一般形式.

方程(1)去括号,得 $x^2-2x=4x^2-3x$,

移项、合并同类项,得 $-3x^2+x=0$.

二次项系数为-3,一次项系数为1,常数项为0.

方程(2)去括号,得 $x^2+2x+1+x^2-2x+1=4$,

移项、合并同类项,得 $x^2-1=0$.

二次项系数为1,一次项系数为0,常数项为-1.

方程(3)去分母,两边同乘以6,得 $2x^2-3(x+1)=6$.

去括号,整理得 $2x^2-3x-9=0$.

二次项系数为2,一次项系数为-3,常数项为-9.

方程(4)中含有字母系数,通过合并同类项可得

$$(m+n)x^2+(m-n)x+p-q=0.$$

故二次项系数为 $m+n$ 且 $m+n$ 不为零,一次项系数为 $m-n$,常数项为 $p-q$.

小结 一元二次方程均能转化为 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 的形式.在方程一般形式中 $a\neq 0$,而 b, c 均能为零.

例3 判断关于 x 的方程 $x^2-mx(2x-m+1)=x$ 是不是一元二次方程.如果是,指出其二次项系数、一次项系数及常数项.

分析指导 先把方程化为一般形式,再判断.

去括号,得 $x^2-2mx^2+m^2x-mx=x$.

移项、合并同类项,得 $(1-2m)x^2+(m^2-m-1)x=0$.

当 $1-2m=0$,即当 $m=\frac{1}{2}$ 时,原方程为 $-\frac{5}{4}x=0$ 不是一元二次方程;

当 $1-2m \neq 0$, 即当 $m \neq \frac{1}{2}$ 时, 原方程是一元二次方程, 其中二次项系数为 $1-2m$, 一次项系数是 m^2-m-1 , 常数项为 0.

小结 要判断一个方程是不是一元二次方程, 可根据定义判断, 也可根据一元二次方程的一般形式判断. 在方程一般形式 $ax^2+bx+c=0$ 中 $a \neq 0$, 而 b, c 均能为零. 审题时要特别注意题目的说法, 例如, “已知关于 x 的方程 $(1-2m)x^2+(m^2-m-1)x=0$ ” 与 “已知关于 x 的二次方程 $(1-2m)x^2+(m^2-m-1)x=0$ ” 是不同的, 后者已知条件中有隐含条件 $1-2m \neq 0$.



同步强化训练

1. 下列方程是整式方程的有().

A. $\frac{1}{x+2}=3$

B. $2x^2y+7xy+z^2=0$

C. $\frac{x+3}{\sqrt{2}-1}-x=\frac{1}{2}$

D. $7x^2=1$

E. $t=3$

F. $\frac{5}{x+2}-\frac{3+2x}{x}=1$

2. 下列方程不是一元二次方程的是().

A. $\sqrt{3}x^2+2x+1=0$

B. $\frac{1}{2}x^2=1-\frac{3}{5}x$

C. $0.1x^2-0.5x+1.8=0$

D. $x^2+x-1=x^2$

3. 方程 $3(2x^2-1)=(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})+3x+5$ 化成一般式后, a, b, c 的值是().

A. $a=5, b=3, c=5$

B. $a=5, b=-3, c=-5$

C. $a=7, b=\sqrt{3}, c=2$

D. $a=8, b=6, c=1$

4. 如果 $a-b+c=0$, 那么方程 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ 必有一个根为_____.

5. 方程 $3x^2-5=-2x+3$ 中, 二次项系数是_____, 一次项系数是_____, 常数项是_____.

6. 当 a _____ 时, $(a-3)x^2-5x-6=0$ 是一元二次方程.

7. 若 $x=-1$ 满足方程 $x^2-ax+5=0$, 则 $\sqrt{a^2-4}=_____$.

8. 把下列方程化为一元二次方程的一般形式, 并写出它的二次项系数、一次项系数及常数项.

(1) $6(x-3)^2-5=2(x+1)$; (2) $2x^2=5$;

(3) $x(x-1)=0$;

(4) $\frac{x^2+3}{6} - \frac{x-2}{3} = 1$.

第二节 一元二次方程的解法

——直接开平方法、配方法



对于形如 $x^2=a(a\geq 0)$ 的方程,可直接利用开平方法求解.例如

$$2x^2-8=0 \text{ 可变形为}$$

$$x^2=4. \text{ 从而 } x=\pm 2.$$

方程 $(x+m)^2=k(k\geq 0)$ 的求解,也可利用直接开平方法求得 $x=\pm\sqrt{k}-m$.

对于形如 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 的一元二次方程,可通过配方变换转化为直接开平方法求解.



我们学习一元二次方程的解法时,要注意以下几点:

- (1)每一种解法的特点.
- (2)在使用每一种解法时,应注意的问题.
- (3)如何根据方程的特点来选用各种解法.
- (4)各种解法之间的关系是什么.

下面我们分类阐述各种解法的特征:

1. 直接开平方法

用直接开平方法解一元二次方程既简单又方便,是各种解法的首选方法.具备以下特点的一元二次方程都可以用直接开平方法.

(1)如果一元二次方程的一边是未知数的平方,另一边是一个非负常数,可以用直接开平方法来解.

(2)如果一元二次方程的一边是一个含有未知数的代数式的平方,另一边是一个非负常数,同样可用直接开平方法来解.