赵裕琮　杨国民　主编

工业企业管理的定量方法

机械工业出版社

工业企业管理的定量方法

赵裕琮　杨国民　主编

机 械 工 业 出 版 社

工业企业管理的定量方法

赵裕琮　杨国民　主编

*

机械工业出版社出版（北京阜成门外百万庄南街一号）

（北京市书刊出版业营业许可证出字第117号）

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16·印张29·字数 716 千字

1986年12月北京第一版·1986年12月北京第一次印刷

印数　0,001— 7,100·定价 6.80 元

*

统一书号：15033·5980

前　言

社会主义现代化工业建设近两年来在调整、改革中不断向前发展。经济管理部门或工业企业在实践中已认识到，要跟上现代化的脚步，必须发展科学技术，尤其是必须采用现代的科学管理。没有一套先进的完整的现代管理制度，科学技术再先进也很难发挥应有的作用，自然也不可能实现好的经济效益。

当前一些企业，选用现代管理方法解决生产经营问题或科研设计问题已开始见效，但都普遍感到，采取现代管理方法需要掌握各种定量方法和计算技术，为此，不少高等院校设置了管理工程专业并为有关工业部门、单位举办了各级管理干部的培训班，以适应形势的要求。

为了满足实际业务工作和开展教学的需要，我们在长期教学实践的基础上，编写了这本书。由于经营管理定量方法方面的内容非常广泛，目前还无法全部收齐，书中仅是有重点地介绍一些主要方面的内容：

1. 工业企业经营管理、生产组织、财务管理等管理科学在定量方面解题的技巧和计算；

2. 扼要地列举了各种经营管理问题上行之有效的数学模型、基本计算公式，同时配有例题及详细的题解；

3. 在例题之外，有目的地编写了一定数量的练习题。所有书中提及的有关现代管理科学的基本概念，都通过大量的例题、习题展开的；

4. 为适应企业管理人员现有水平，在计算方法上采取了以中等数学为主的手算或用计算器演算，尽量不涉及高等数学及电子计算机。当然，有小部分数学模型需要使用高等数学，但所占比重很小。

本书以各类问题所组成，每类问题以模型或公式为主，文字叙述不多，按问题性质大体上分为二十七个部分，每个部分基本上是相对独立的。全书总的体系是与现代经营型工业企业的业务体系一致的。

本书读者对象比较广泛，可作为高等或中专工业院校管理工程专业，以及财经院校有关管理专业师生教学参考书。也可作为工业企业各有关部门的各级管理人员的自学参考书，或作为企业管理干部培训班的辅助教材。这本书中的大量解题方法和例题习题对企业管理人员在实际工作上是有很大帮助的。

参加本书编写人员有（以姓氏笔划为序）：牛富兰、史玉林、金广林、杨国民、赵英才、赵恩武、赵裕琮。由赵裕琮、杨国民主编，赵英才主审。

本书在编写过程中，得到吉林工业大学管理工程系一些老师的大力帮助，在此表示衷心感谢。

《工业企业管理的定量方法》的编写还是初次尝试，有些方面还不够完整和成熟，加之水平有限，时间仓促，谬误之处在所难免，恳请读者予以批评指正。

编者

一九八四年三月

目　　录

一、市　场　预　测

所谓市场预测，是指对市场商品供需及与之相联系的诸因素发展趋势的估计和推测。

市场预测的方法很多，但基本可归纳为两大类：定性预测法和定量预测法。定量预测法又可具体分为时间序列分析法和回归分析法。

（一）时间序列分析法

1. 简单平均法

计算公式：

$$y_{n+1}=\frac{\sum_{t=1}^{n}x_t}{n}$$

式中　y_{n+1}——下一期的预测值；

n——观察值的期数；

x_t——第 t 期实际观察值（$t=1$、$2\cdots n$）。

例题：某机械厂甲种产品，1～7 月份的实际销售量的统计资料如下表：

月　份	1	2	3	4	5	6	7
实　际　销　售　量（台）	140	160	150	180	210	240	260

预测 8 月份的销售量是多少？

解：8 月份的销售量为：

$$y_{n+1}=\frac{140+160+150+180+210+240+260}{7}$$

$$=191\quad 台$$

2. 加权平均法

计算公式(1)：

$$y_{n+1}=\frac{\sum_{t=1}^{n}\alpha_t\cdot x_t}{\sum_{t=1}^{n}\alpha_t}$$

式中　y_{n+1}——下一期预测值；

x_t——第 t 期的观察值；

α_t——第 t 期观察值的“权”值；

n——观察值的期数。

例题：某机械厂乙种产品，1～6月份的实际销售量的统计资料如下表：

月　　份	1	2	3	4	5	6
实际销售量（台）	90	95	110	125	115	130
权　　值（α）	1	2	3	4	5	6

预测7月份的销售量是多少？

解：7月份的销售量为：

$$y_{6+1}=\frac{90\times1+95\times2+110\times3+125\times4+115\times5+130\times6}{1+2+3+4+5+6}$$

$$=117\quad 台$$

计算公式（2）：

$$y_{n+1}=\sum_{t=1}^{n}\alpha_t\cdot x_t$$

式中　y_{n+1}——下一期的预测值；

x_t——第 t 期的观察值；

α_t——第 t 期观察值的"权"值；

n——观察值的期数。

这种计算方法与计算公式（1）不同的是它舍去了时间序列前几期的数值，将离预测期较近的几期的总权数定为1，即：

$$\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3=1$$

例题：仍用上例的数值，1～3月份前三期不计，4、5、6月份销售量的"权"值分别取0.2、0.25、0.55。试预测7月份的销售量是多少？

$$y_{6+1}=125\times0.2+115\times0.25+130\times0.55=126\quad 台$$

3．趋势移动平均法

预测方法如下：

（1）计算一次移动平均值，其计算公式为：

$$y_t^{(1)}=\frac{y_t+y_{t-1}+\cdots\cdots+y_{t-N+1}}{N}$$

或

$$y_t^{(1)}=y_{t-1}^{(1)}+\frac{y_t-y_{t-N}}{N}$$

式中　$y_t^{(1)}$——在 t 时段的移动平均值，上角标（1）表示一次移动；

y_t——第 t 期的观察值；

t——观察值的期数（t = 1、2、3……）；

N——一次移动平均所取的跨越期数。

例题：中华机械厂甲产品1982年1～12月份实际销售额的统计资料如下表：

月　　份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
销售额（万元）	30	39	44	31	53	50	42	46	35	40	46	57

取跨越期 N = 4，

A．求其一次移动平均值。

解：

$$y_4^{(1)}=\frac{y_4+y_3+y_2+y_1}{4}=\frac{31+44+39+30}{4}=36$$

$$y_5^{(1)}=y_4^{(1)}+\frac{y_5-y_1}{4}=36+\frac{53-30}{4}=41.75$$

同理以此类推计算出 $y_6^{(1)}$、$y_8^{(1)}\cdots\cdots y_{12}^{(1)}$。其计算结果如 1-1 表所示：

表 1-1

资料期(月) t	销售额(万元) y_t	一次移动平均值 $y_t^{(1)}N=4$	二次移动平均值 $y_t^{(2)}N=4$	资料期(月) t	销售额(万元) y_t	一次移动平均值 $y_t^{(1)}N=4$	二次移动平均值 $y_t^{(2)}N=4$
1	30	—		7	42	44	41.56
2	39	—		8	46	43.35	44.50
3	44	—		9	35	43.25	44.88
4	31	36	—	10	40	40.35	43.34
5	53	41.75	—	11	46	41.75	43.38
6	50	44.5	—	12	56	44.25	42.5

B．计算二次移动平均值，其计算公式为：

$$y_t^{(2)}=\frac{y_t^{(1)}+y_{t-1}^{(1)}+\cdots\cdots+y_{t-N+1}^{(1)}}{N}$$

或
$$y_t^{(2)}=y_{t-1}^{(2)}-\frac{y_t^{(1)}-y_{t-N}^{(1)}}{N}$$

式中 $y_t^{(2)}$——二次移动平均值。

在上例题的一次移动平均值的基础上，计算出的二次移动平均值如上表第 4 栏。

（3）确立线性方程式及计算预测值

线性模型为：

$$y_{t+T}=a_t+b_tT$$

系数：

$$a_t=2y_t^{(1)}-y_t^{(2)}$$

$$b_t=\frac{2}{N-1}(y_t^{(1)}-y_t^{(2)})$$

式中 t——目前的时期数；

T——由 t 算起到预测期相距的时期数；

y_{t+T}——第 $t+T$ 期的预测值；

a_t——截距，即预测的起始数据；

b_t——斜率，即直线的趋势。

根据上一例题计算出的一次、二次移动平均值 $y_t^{(1)}$、$y_t^{(2)}$，求线性方程系数 a_t、b_t 如下：

$$a_t=2y_{12}^{(1)}-y_{12}^{(2)}=2\times44.25-42.5=46$$

$$b_t=\frac{2}{4-1}(y_{12}^{(1)}-y_{12}^{(2)})=\frac{2}{3}(44.25-42.5)=1.17$$

则确立的线性方程式为：

$$y=46+1.17T$$

假设求第19期的预测值，$T=7$

$$y_{12+7}=46+1.17\times7=54.19$$

4. 指数平滑法

一次、二次、三次指数平滑值的计算公式为：

$$s_t^{(1)}=\alpha y_t+(1-\alpha)s_{t-1}^{(1)}$$

$$s_t^{(2)}=\alpha s_t^{(1)}+(1-\alpha)s_{t-1}^{(2)}$$

$$s_t^{(3)}=\alpha s_t^{(2)}+(1-\alpha)s_{t-1}^{(3)}$$

式中 $s_t^{(1)}$、$s_t^{(2)}$、$s_t^{(3)}$——t 期一次、二次、三次指数平滑值；

$s_{t-1}^{(1)}$、$s_{t-1}^{(2)}$、$s_{t-1}^{(3)}$——时段 $t-1$ 期的一次、二次、三次指数平滑值（也称初始值）；

α——平滑系数，$0\leqslant\alpha\leqslant1$；

y_t——t 期的观察值。

预测值计算公式有：

线性模型：

$$y_{t+T}=a_t+b_tT$$

式中 $a_t=2s_t^{(1)}-s_t^{(2)}$

$$b_t=\frac{\alpha}{1-\alpha}(s_t^{(1)}-s_t^{(2)})$$

曲线模型：

$$y_{t+T}=a_t+b_tT+c_tT^2$$

式中 $a_t=3(s_t^{(1)}-s_t^{(2)})+s_t^{(3)}$

$$b_t=\frac{\alpha}{2(1-\alpha)^2}[(6-5\alpha)s_t^{(1)}-2(5-4\alpha)s_t^{(2)}+(4-3\alpha)s_t^{(3)}]$$

$$c_t=\frac{\alpha^2}{2(1-\alpha)^2}(s_t^{(1)}-2s_t^{(2)}+s_t^{(3)})$$

例题：有一时间序列，其各期（t）的数据（y_t）如表 1-2 所示。试用三次指数平滑法求第20期的预测值（假设 $\alpha=0.3$）。

表 1-2　　　　单位：万元

	y_t	$s_t^{(1)}$	$s_t^{(2)}$	$s_t^{(3)}$		y_t	$s_t^{(1)}$	$s_t^{(2)}$	$s_t^{(3)}$
1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
0	—	51.478	55.134	60.967	6	60.2	56.978	54.133	54.366
1	50.7	51.245	53.967	58.867	7	63.3	58.244	55.366	54.666
2	51.8	51.411	53.200	57.167	8	66.8	60.811	57.000	55.366
3	53.3	51.978	52.833	55.867	9	70.7	63.778	59.033	56.466
4	55.2	52.944	52.866	54.966	10	75.0	67.144	61.466	57.966
5	57.5	54.311	53.300	54.466					

解：因为已知数据 y_t 不足50个，所以要用待定系数法，求参数估计是$\hat{a}_0$、$\hat{b}_0$、$\hat{c}_0$，并求出初始值 $s_0^{(1)}$、$s_0^{(2)}$、$s_0^{(3)}$。根据曲线模型：$y=a_t+b_t T+c_t T^2$，则可建立下列方程组：

$$\begin{cases}\hat{a}_0+\hat{b}_0+\hat{c}_0=50.7 & (\text{当 } T=1 \text{ 时，} y=50.7)\\ \hat{a}_0+2\hat{b}_0+4\hat{c}_0=51.8 & (\text{当 } T=2 \text{ 时，} y=51.8)\\ \hat{a}_0+3\hat{b}_0+9\hat{c}_0=53.3 & (\text{当 } T=3 \text{ 时，} y=53.3)\end{cases}$$

解此方程组得：

$\hat{a}_0=50$，$\hat{b}_0=0.5$，$\hat{c}_0=0.2$

将 $\hat{a}_0$、$\hat{b}_0$、$\hat{c}_0$ 代入下列方程：

$$s_0^{(1)}=\hat{a}_0-\frac{1-\alpha}{\alpha}\hat{b}_0+\frac{(1-\alpha)(2-\alpha)}{\alpha^2}\hat{c}_0$$

$$s_0^{(2)}=\hat{a}_0-\frac{2(1-\alpha)}{\alpha}\hat{b}_0+\frac{2(1-\alpha)(3-2\alpha)}{\alpha^2}\hat{c}_0$$

$$s_0^{(3)}=\hat{a}_0-\frac{3(1-\alpha)}{\alpha}\hat{b}_0+\frac{3(1-\alpha)(4-3\alpha)}{\alpha^2}\hat{c}_0$$

得：

$$s_0^{(1)}=50-\frac{(1-0.3)}{0.3}\times0.5+\frac{(1-0.3)(2-0.3)}{(0.3)^2}\times0.2=51.478$$

$$s_0^{(2)}=50-\frac{2(1-0.3)}{0.3}\times0.5+\frac{2(1-0.3)(3-0.6)}{(0.3)^2}\times0.2=55.134$$

$$s_0^{(3)}=50-\frac{3(1-0.3)}{0.3}\times0.5+\frac{3(1-0.3)(4-0.9)}{(0.3)^2}\times0.2=60.967$$

根据计算出的初始值 $s_0^{(1)}$、$s_0^{(2)}$、$s_0^{(3)}$，按公式计算指数平滑值 $s_t^{(1)}$、$s_t^{(2)}$、$s_t^{(3)}$ 记入表的第3、4、5栏内。并根据公式计算曲线模型系数 a_t、b_t、c_t 则得：

$$a_{10}=3s_{10}^{(1)}-3s_{10}^{(2)}+s_{10}^{(3)}=3\times67.144-3\times61.466+57.966=75$$

$$b_{10}=\frac{\alpha}{2(1-\alpha)^2}[(6-5\alpha)s_{10}^{(1)}-2(5-42)s_{10}^{(2)}+(4-32)s_{10}^{(3)}]$$

$$=\frac{0.3}{2(1-0.3)^2}[4.5\times67.144-7.6\times61.466+3.1\times57.966]=4.5$$

$$c_{10}=\frac{\alpha^2}{2(1-\alpha)^2}[s_{10}^{(1)}-2s_{10}^{(2)}+s_{10}^{(3)}]$$

$$=\frac{(0.3)^2}{2(1-0.3)^2}[67.144-2\times61.466+57.966]=0.2$$

所以第10期的预测的曲线模型为：

$$y_{10}=75+4.5T+0.2T^2$$

求第20期的预测值时：$T=10$

所以

$$y_{10+10}=75+4.5\times10+0.2\times(10)^2=140$$

根据已知的数据 y_t 和求出的 $s_t^{(1)}$、$s_t^{(2)}$、$s_t^{(3)}$ 平滑值绘图如图1-1。

5. 趋势外延法

（1）一次直线法

一次直线趋势方程式为：

$$\hat{y} = a + bx_t$$

式中 $\hat{y}$——因变量，是对于选定的 x 值相对应的变量 y 的估计值；

a——截距，$x = 0$ 时 y 的估计值；

b——斜率；

x_t——自变量。

系数 a、b 简化的计算公式为：

$$a = \frac{\Sigma y_t}{n} = \bar{y}$$

$$b = \frac{\sum_{t=1}^{n} x_t y_t}{\sum_{t=1}^{n} x_t^2}$$

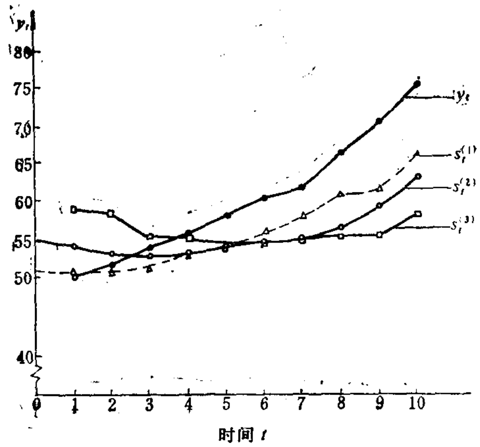

图 1-1

式中 y_t——t 期观察值；

n——观察值的期数。

例题：东方机械厂甲产品 1983 年前 7 个月的销售额如下：

月　　份	1	2	3	4	5	6	7
销　售　额　（万元）	75	83	96	100	110	120	125

试预测 8 月份的销售额是多少？

解：分别计算出 n，Σy_t、Σx_t、Σx_t^2、$\Sigma x_t y_t$ 的数值。如表1-3 所示：

表　1-3

资料期（月） n	销售额（万元） y_t	x_t	$x_t\ y_t$	x_t^2
1	75	－3	－225	9
2	83	－2	－166	4
3	96	－1	－96	1
4	100	0	0	0
5	110	1	110	1
6	120	2	240	4
7	125	3	375	9
$n = 7$	$\Sigma y_t = 709$	$\Sigma x = 0$	$\Sigma x_t y_t = 238$	$\Sigma x_t^2 = 28$

计算系数 a、b

$$a = \frac{\Sigma y_t}{n} = \frac{709}{7} = 101.28$$

$$b = \frac{\sum x_t y_t}{\sum x_t^2} = \frac{238}{28} = 8.5$$

则趋势方程式为：

$$\hat{y} = 101.28 + 8.5x_t$$

求8月份的预测值时，$x_t = 4$

$\therefore$ $$\hat{y}_8 = 101.28 + 8.5 \times 4 = 135.28 \quad 万元$$

（2）二次曲线法

二次曲线的一般方程式为：

$$\hat{y} = a + bx_t + cx_t^2$$

a、b、c 系数计算公式（当 $\sum x = 0$、$\sum x^3 = 0$、n 为奇数）：

$$a = \frac{\sum x_t^4 \sum y_t - \sum x_t^2 \sum x_t^2 y_t}{n\sum x_t^4 - (\sum x_t^2)^2}$$

$$b = \frac{\sum x_t y_t}{\sum x_t^2}$$

$$c = \frac{n\sum x_t^2 y_t - \sum x_t^2 \sum y_t}{n\sum x_t^2 - (\sum x_t^2)^2}$$

例题：东方机械厂某种产品1976年至1982年的实际销售额资料如下：

年　份	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982
销　售　额　（万元）	140	130	115	140	180	195	210

试求1983年的销售预测值。

解：首先，根据已知资料确定曲线形状

由绘出的图形（图1-2）表明曲线的方程式为：

$$\hat{y}_t = a + bx_t + cx_t^2$$

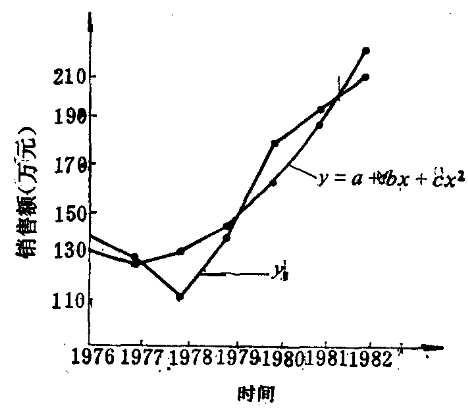

图　1-2

其次，计算 n、$\sum y$、$\sum x^2$、$\sum x^4$、$\sum xy$、$\sum x^2 y$。如表1-4所示：

再次，求系数 a、b、c 和二次曲线方程式。

$$a = \frac{\sum x_t^4 \sum y_t - \sum x_t^2 \sum x_t^2 y_t}{n\sum x_t^4 - (\sum x_t^2)^2}$$

$$= \frac{196 \times 1110 - 28 \times 4745}{7 \times 196 - (28)^2}$$

$$= 144.04$$

$$b = \frac{\sum x_t y_t}{\sum x_t^2} = \frac{405}{28} = 14.46$$

$$c = \frac{n\sum x_t^2 y_t - \sum x_t^2 \sum y_t}{n\sum x_t^4 - (\sum x_t^2)^2} = \frac{7 \times 4745 - 28 \times 1110}{7 \times 196 - (28)^2} = 3.63$$

则二次曲线方程式为：

$$\hat{y} = 144.04 + 14.46x_t + 3.63x_t^2$$

表 1-4

资料期 (年) n	销售额 (万元) y_i	x	x^2	x^4	xy	x^2y	$\hat{y}=a+bx+cx^2$
1976	140	−3	9	81	−420	1260	133.33
1977	130	−2	4	16	−260	520	129.64
1978	115	−1	1	1	−115	115	133.21
1979	140	0	0	0	0	0	144.04
1980	180	1	1	1	180	180	162.13
1981	195	2	4	16	390	780	187.48
1982	210	3	9	81	630	1890	220.09
$n=7$	$\Sigma y_i=1100$	$\Sigma x=0$	$\Sigma x^2=28$	$\Sigma x^4=196$	$\Sigma xy=405$	$\Sigma x^2y=4745$	

最后，求1983年的预测值

1983年， $x=4$ $x^2=16$

$$\hat{y}_{1983}=144.04+14.46\times 4+3.63\times 16$$
$$=259.96 \quad \text{万元}$$

（3）指数曲线法

当已知时间序列明显的呈现出相等的增长率趋势时，可用指数曲线来描述。其指数曲线方程式为：

$$\hat{y}=AB^x$$

式中 A、B为待定系数。

两边取对数：

$$\log\hat{y}=\log A+x\log B$$

设 $\hat{V}=\log\hat{y}$， $a=\log A$， $b=\log B$

则可变换为直线方程式：

$$\hat{V}=a+bx$$

系数a、b的计算方法与一次直线法相同。然后取反对数可得：

$$A=\log^{-1}a,\quad B=\log^{-1}b$$

（二）回归分析法

1. 一元线性回归

一元线性回归方程式：

$$\hat{y}_t=a+bx_t$$

式中 $\hat{y}_t$——为因变量，即t时间的预测值；

x_t——为自变量，即引起市场变化的某影响因素，$t=1$、2、3……n；

a、b——为回归系数。

（1）a、b的计算公式：

$$a=\bar{y}-b\bar{x}$$

$$b=\frac{\sum x_t y_t-\bar{x}\sum y_t}{\sum x_t^2-\bar{x}\sum x_t}$$

式中 $\bar{x}=\dfrac{\sum x_t}{n}$；

$\bar{y}=\dfrac{\sum y_t}{n}$。

（2）相关系数的计算公式：

$$r=\frac{n\sum x_t y_t-\sum x_t\sum y_t}{\sqrt{[n\sum x_t^2-(\sum x_t)^2][n\sum y_t^2-(\sum y_t)^2]}}$$

（3）标准差的计算公式：

$$s=\sqrt{\frac{\sum(y_t-\bar{y})^2}{n-K}}$$

或

$$s=\sqrt{\frac{(1-r)^2L_{yy}}{n-K}}$$

式中 n——为资料期数据的个数；

K——变量的个数（$n-K$称为统计量的自由度）；

$L_{yy}=\sum y_i^2-\dfrac{(\sum y_i)^2}{n}$。

（4）置信区间的确定：

$$y'=a-2s+bx$$

$$y''=a+2s+bx$$

例题：1974～1983年拖拉机生产的工业总产值与拖拉机配件生产的产值的统计资料如下：

年份（n）	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983
拖拉机生产工业总产值（百万元）（x_i）	49.1	50	49.2	49	49	49.6	49.9	49.8	50	50.2
拖拉机配件生产产值（百万元）（y_i）	16.7	17	16.7	16.6	16.7	16.8	16.9	16.7	17	17.1

根据上述资料，试用回归分析法预测1984、1985年拖拉机配件生产的年产值。

解：

A．计算解方程所需的数据n、$\sum x$、$\sum y$、$\sum x^2$、$\sum xy$、$\sum y^2$、$\bar{x}$、$\bar{y}$计算结果如下表1-5所示：

$$\bar{x}=\frac{\sum x_i}{n}=\frac{495.8}{10}=49.58$$

$$\bar{y}=\frac{\sum y_i}{n}=\frac{168.2}{10}=16.82$$

B．计算回归系数a、b值，建立回归直线方程式

$$b=\frac{\sum x_i y_i-\bar{x}\sum y_i}{\sum x_i^2-\bar{x}\sum x_i}=\frac{8339.98-49.58\times168.2}{24583.7-49.58\times495.8}=0.319$$

$$a=\bar{y}-b\bar{x}=16.82-0.319\times49.58=1$$

表 1-5

年 份 (n)	拖拉机生产工业总产值（百万元）x_i	拖拉机配件生产产值（百万元）y_i	x^2	xy	y^2
1974	49.1	16.7	2410.81	819.97	278.89
1975	50	17	2500.00	850.00	289.00
1976	49.2	16.7	2420.64	821.64	278.89
1977	49	16.6	2401.00	813.40	275.56
1978	49	16.7	2401.00	818.30	278.89
1979	49.6	16.8	2460.16	833.28	282.24
1980	49.9	16.9	2490.01	843.31	285.61
1981	49.8	16.7	2480.04	831.66	278.89
1982	50	17	2500.00	850.00	289.00
1983	50.2	17.1	2520.04	858.42	292.41
$n=10$	$\Sigma x_i=495.8$	$\Sigma y_i=168.2$	$\Sigma x^2=24583.7$	$\Sigma xy=8339.98$	$\Sigma y^2=2829.38$

据此，回归直线方程式为：

$$\hat{y}_i = 1 + 0.319x_i$$

C．相关性检验

$$r = \frac{n\Sigma x_i y_i - \Sigma x_i \Sigma y_i}{\sqrt{[n\Sigma x_i^2 - (\Sigma x_i)^2][n\Sigma y_i^2 - (\Sigma y_i)^2]}}$$

$$= \frac{10\times 8339.98 - 168.2\times 495.8}{\sqrt{[10\times 2458.37 - (495.8)^2][10\times 2829.38 - (168.2)^2]}}$$

$$= 0.89$$

计算结果表明，$r>0$，并靠近于1，因此x与y之间是正相关关系，用$\hat{y}=1+0.319x$描述拖拉机配件的销售量与拖拉机拥有量之间的相关关系是可信的。

D．求预测值及其置信区间

预测值：

当$x=51$（百万元）时，则

$$\hat{y}_{1984} = 1 + 0.319\times 51 = 17.27 \text{（百万元）}$$

当$x=52$（百万元）时，则

$$\hat{y}_{1985} = 1 + 0.319\times 52 = 17.59 \text{（百万元）}$$

标准偏差：

$$s = \sqrt{\frac{L_{yy} - L_{yy}\cdot b}{n-K}}$$

$$L_{yy} = \Sigma y^2 - \frac{(\Sigma y)^2}{n} = 2829.38 - \frac{(168.2)^2}{10} = 0.26$$

$$L_{xy} = \Sigma xy - \frac{\Sigma x\Sigma y}{n} = 8339.98 - \frac{495.8\times 168.2}{10} = 0.62$$

$$s = \sqrt{\frac{0.26 - 0.62\times 0.319}{10-2}} = 0.088$$

置信区间：

$$y' = a - 2s + bx = 1 - 2\times 0.088 + 0.319\times 51 = 17.089 \quad \text{百万元}$$

$$y'' = a + 2s + bx = 1 + 2 \times 0.088 + 0.319 \times 51 = 17.441 \quad 百万元$$

即1984年的预测值 $\hat{y}_{1984}$ 可确定在17.089～17.441（百万元）之间。

2. 多元线性回归

多元线性回归方程式：

$$\hat{y}_t = a + b_1x_1 + b_2x_2 + \cdots\cdots + b_mx_m$$

式中 $\hat{y}_t$——为因变量；

x_t——为自变量（$t = 1、2、3 \cdots\cdots m$）；

a、b_t——为回归系数（$t = 1、2、3 \cdots\cdots m$）。

其中 a 为 y 轴的截距；b_1 是当 x_2，$x_3 \cdots\cdots x_m$ 保持不变时，在 x_1 的每一变化下 $\hat{y}_t$ 值的净变化；b_2 是当 x_1，$x_3 \cdots\cdots x_m$ 保持不变时，在 x_2 的每一变化下 $\hat{y}_t$ 值的净变化；x_m 是当 x_1，$x_2 \cdots\cdots x_{m-1}$ 保持不变时，在 x_m 的每一变化下 $\hat{y}_t$ 值的净变化。确定回归系数的方法也用最小二乘法求解，也可以用矩阵法。

习　题

1. 光华机械厂 B 种产品1976～1982年每年销售量统计资料如下：

年　度	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982
销售量（台）	210	200	215	263	291	304	310

试用加数平均法预测1983年的销售量。

答案：277 台

2. 光华机械厂 A 种产品1982年1～12月的销售额统计资料如下：

月　份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
销售额（万元）	55	60	68	65	62	68	72	75	79	83	85	89

试用趋势修正移动平均法求第17个月的销售预测值（设$N = 5$）。

答案：106.7万元

3. 某工厂某种产品，1～10月份的销售额（万元）分别为60.5、61.8、63.4、65.2、67.5、70.4、73.5、76.8、80.7、85。试用二次指数平滑法求第25月的销售预测值（设$\alpha = 0.4$）。

答案：131.44万元

4. 光华机械厂 D 种产品1978～1983年的销售额为：

年　度	1978	1979	1980	1981	1982	1983
销售额（万元）	44	50	45	60	55	70

试用最小二乘法求1984年的销售预测值。

答案：70万元'

5. 汽车的供油量与汽车行驶的吨公里有密切关系，数据资料如下表：

资 料 期 (n)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
供 油 量 (升)	108	129.6	172.8	216	252	280.8	316.8	345.6	360
汽车行驶吨百公里数	15	18	24	30	35	39	44	48	50

根据上述资料，求汽车行驶200吨百公里时应供汽油是多少？

答案：1439.976升

6．某工厂的销售资料如下表，试用二次曲线法求第10期的销售额。

资 料 期 n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
销 售 额 (万元)	95	109	122	135	167	233	314	468	483

答案：637.21万元

7．根据下列表中所给的数据，运用指数平滑法求第15期的销售预测值。并比较二次指数平滑法和三次指数平滑法哪个预测值比较准确（设 $\alpha=0.3$）。

资 料 期	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…
销 售 额 (万元)	50.7	51.8	53.3	55.2	57.5	60.2	63.3	66.8	70.7	75	

答案：$y_{15}=102.5$

8．某工厂1975～1983年的销售额实际为20、40、28、54、38、60、50、62、68（万元）预测1984年的市场需求量。

答案：72.32万元

9．某企业生产一种H型产品，销售量与盈利额（单位：万元）的统计数据如下表。试求销售380台时盈利的预测值，并估计它的置信区间（置信度取95%）。

销 售 量 (台)	8	12	20	40	60	80	100	120	135	180	240
盈 利 额 (万元)	8	12	16	26	32	34	38	50	50	58	92

答案：131.055万元

10．某企业生产一种主导产品，历年实际销售额如下表。且销售额每年以相等的比例增长。试求：

A．指数曲线预测模型

B．1984年的销售预测值

年 份	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983
销 售 额 (10万元)	4.94	6.21	7.18	7.74	8.38	8.45	8.73	9.42	10.24

11．某公司，产品销售额历年资料如下：

年 份	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984
销 售 额 (百万元)	48	55	63	65	72	84	90	87	82

试求：

A．直线方程式，并计算1985年的销售预测值；

答案：$\hat{y}=71.778+5.083x$；$y_{1985}=97.19$

B．指数曲线方程式，并计算1985年的销售预测值。

答案：$\hat{y}=(70.15)(1.0777)^x$；$y_{1985}=101.39$