

高等学校教材

激光概要与习题

朱大勇 主编



电子工业出版社

内 容 简 介

本书是以例题和习题为主,讲解激光的参考教材。全书自成体系,内容包括激光振荡和放大理论,激光腔理论,激光器件和激光技术等共十七章。每章先概要地介绍该章课题的基本原理,接着给出部分例题,最后列出附有答案的习题。全书共有例题84道,习题443道。

本书可用作高等工科院校激光专业激光课程参考教材和激光习题课教材,也可供从事激光工作的科技人员和理工科大学其它专业师生参考和自学之用。

激光概要与习题

朱大勇 主编

责任编辑:高 平

*

电子工业出版社出版(北京市万寿路)

山东电子工业印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

开本: 787×1092 1/16 印张: 13 字数: 300千字

1986年5月第1版 1986年5月第1次印刷

印数: 4650册 定价: 2.20元

统一书号: 15290·310

出版说明

根据国务院关于高等学校教材工作分工的规定，我部承担了全国高等学校工科电子类专业课教材的编审、出版的组织工作。从一九七七年底到一九八二年初，由于各有关院校，特别是参与编审工作的广大教师的努力和有关出版社的紧密配合，共编审出版了教材159种。

为了使工科电子类专业教材能更好地适应社会主义现代化建设培养人才的需要，反映国内外电子科学技术水平，达到“打好基础、精选内容、逐步更新、利于教学”的要求，在总结第一轮教材编审出版工作经验的基础上，电子工业部于一九八二年先后成立了高等学校《无线电技术与信息系统》、《电磁场与微波技术》、《电子材料与固体器件》、《电子物理与器件》、《电子机械》、《计算机与自动控制》及中等专业学校《电子类专业》、《电子机械类专业》共八个教材编审委员会，作为教材工作方面的一个经常性的业务指导机构，并制定了一九八二年~一九八五年教材编审出版规划，列入规划的教材、教学参考书、实验指导书等共217种选题。在努力提高教材质量，适当增加教材品种的思想指导下，这一批教材的编审工作由编审委员会直接组织进行。

这一批教材的书稿，主要是从通过教学实践、师生反映较好的讲义中评选择优和从第一轮较好的教材中修编产生出来的。广大编审者、各编审委员会和有关出版社都为保证和提高教材质量作出了努力。

这一批教材，分别由电子工业出版社、国防工业出版社、上海科学技术出版社、西北电讯工程学院出版社、湖南科学技术出版社、江苏科学技术出版社、黑龙江科学技术出版社和天津科学技术出版社承担出版工作。

限于水平和经验，这一批教材的编审出版工作肯定还会有许多缺点和不足之处，希望使用教材的单位、广大教师和同学积极提出批评建议，共同为提高工科电子类专业教材的质量而努力。

电子工业部教材办公室

前 言

本教材系由《电子物理与器件》教材编审委员会《激光与红外》编审小组审定，并推荐出版。

该教材由成都电讯工程学院和清华大学合编，由成都电讯工程学院朱大勇担任主编，成都电讯工程学院蔡伯荣主审。编审者均依据《激光与红外》编审小组审定的编写大纲进行编写和审阅。

本书是以例题和习题为主，讲解激光的参考教材。每一章都概要地讲述一个特定课题的基本原理，并列有解题所需的主要公式和图表紧接着给出一定数量详细解出的例题。这些例题进一步阐述该课题内容，作者相信，这些例题对学习是极有益处的。例题后面加习还列有大量的习题，根据题目的难易和与该课题配合情况，分为基本习题和附题。供学习中选用。书后还附有参考答案，读者可用来检查自己掌握内容的程度。全书分十七章，其中一至九章为激光原理内容，十至十二章为激光器件内容，十三至十七章为激光技术内容。全书共有例题84道，习题443道。本教材采用国际单位制。

本教材由高以智编写第七、八章，陈家骅编写第一、六、九章，卢亚雄编写第二、十二章，朱大勇编写第三、五、十章，李慎编写第四章，张寿康编写第十一章，孙大璋编写第十三章，曾召信编写第十四章，何舜华编写第十五章，王清正编写第十六章，刘文达编写第十七章。在编写过程中，北京工业学院，华中工学院，南京工学院，中山大学，哈尔滨工业大学和合肥工业大学为本书提出许多宝贵意见，并提供了题目，这里表示诚挚的感谢。由于编者水平有限，书中难免还存在一些缺点和错误，殷切希望广大读者批评指正。

目 录

第一章 激光的基本原理

§ 1.1 时间相干性和空间相干性	1
§ 1.2 光波模式和光子状态	1
§ 1.3 光与物质的相互作用	2

第二章 腔模理论的一般问题

§ 2.1 变换矩阵	11
§ 2.2 腔的稳定性问题	12
§ 2.3 腔的本征模式	14
§ 2.4 腔的损耗	15

第三章 稳定球面腔

§ 3.1 共焦腔的振荡模	25
§ 3.2 光斑尺寸和等价共焦腔	25
§ 3.3 衍射损耗及横模选择	26
§ 3.4 谐振频率, 模体积和远场发散角	27

第四章 高斯光束

§ 4.1 厄米-高斯光束和拉盖尔-高斯光束	35
§ 4.2 高斯光束的 q 参数	36
§ 4.3 光学系统对高斯光束的变换	36

第五章 非稳定腔

§ 5.1 非稳定腔的谐振模	49
§ 5.2 几何放大率和功率损耗率	49
§ 5.3 单端输出虚共焦腔的设计	51

第六章 电磁场和物质相互作用

§ 6.1 线型函数	58
§ 6.2 速率方程组	59
§ 6.3 光和物质相互作用的经典理论	60

第七章 增益饱和与光放大

§ 7.1 发射截面和吸收截面	72
§ 7.2 小信号增益系数	72
§ 7.3 均匀加宽工作物质的增益饱和	73
§ 7.4 非均匀加宽工作物质的增益饱和	74

第八章 激光振荡理论

§ 8.1 激光器的振荡阈值	83
§ 8.2 连续或长脉冲激光器的输出功率	84
§ 8.3 短脉冲激光器的输出能量	85
§ 8.4 频率牵引	85

第九章 激光振荡的半经典理论

§ 9.1 处理方法	94
§ 9.2 密度矩阵	95
§ 9.3 集居数运动方程的迭代解	96

第十章 气体激光器

§ 10.1 氦和氖的能级	103
§ 10.2 二氧化碳分子的振动—转动 能 级	104
§ 10.3 横向高气压二氧化碳激光器的激励	105
§ 10.4 波导二氧化碳激光器的传输损耗和耦合损耗	106

第十一章 固体激光器

§ 11.1 固体工作物质的展宽性质	113
§ 11.2 荧光转换效率	113
§ 11.3 阈值条件	114
§ 11.4 输出能量, 功率和效率	115

第十二章 半导体激光器与染料激光器

§ 12.1 半导体激光器的基本原理	123
§ 12.2 半导体激光器的基本特性	123
§ 12.3 异质结激光器与光集成的概念	124
§ 12.4 染料激光器原理	126

第十三章 激光调 Q 技术

§ 13.1 基本理论	133
§ 13.2 调 Q 方法	135

第十四章 激光锁模、放大和选模

§ 14.1 激光锁模技术	148
§ 14.2 激光放大技术	149
§ 14.3 激光选模技术	150

第十五章 激光调制与非线性光学

§ 15.1 激光调制	160
§ 15.2 应用非线性光学	161

第十六章 激光稳频与探测技术

§ 16.1 激光稳频技术	171
§ 16.2 激光探测技术	171

第十七章 激光传输

§ 17.1 激光大气传输	179
§ 17.2 光导纤维传光特性	181

附录一 物理常数	189
----------	-----

附录二 能量转换因子	189
------------	-----

附录三 常用计量单位换算	189
--------------	-----

参考答案	191
------	-----

第一章 激光的基本原理

激光器是强相干光源。激光器出射的光——激光是一种受激辐射相干光，它是光场与激光工作物质在一定条件下相互作用的产物。与普通光相比它有一些显著的特点，这就是激光有很好的单色性、相干性、方向性以及很高的相干光强。

§ 1.1 时间相干性和空间相干性

1. 相干时间

光源周围存在着光场，光场的性质反映了光源的性质。设光场为 $E(r, t)$ (r 为空间坐标)，能使 $E(r, t)$ 与其时间平移场 $E(r, t + \Delta t)$ 相干的 Δt 的最大值 $(\Delta t)_{\max}$ 称为光源的相干时间，它用 τ_c 来表示。迈克耳逊干涉仪可用来演示光源的时间相干性。光源的相干时间 τ_c 和光源发出的光波的频带宽度 $\Delta\nu$ 之间存在关系式

$$\tau_c = \frac{1}{\Delta\nu} \quad (1-1)$$

由于 τ_c 与 $\Delta\nu$ 互为倒数，所以光波频带宽度的大小也可用来描述光源的时间相干性的优劣。 τ_c 和光源发出的光波的波列长度 L_c 的关系为

$$L_c = c\tau_c \quad (1-2)$$

式中 c 为光速。 τ_c 与 L_c 只相差一常数，所以 L_c 的大小也就表征光波的时间相干性的好坏。

2. 相干面积

能使 $E(r, t)$ 与其空间平移场 $E(r + \Delta r, t)$ 相干的过 r 点的波阵面上的最大面积称为光源在 r 处的相干面积，它用 A_c 来表示。光源的空间相干性可用杨氏双狭缝装置来演示。对于线度为 Δx 的普通光源而言，距它 R 处的相干面积为

$$A_c = \left(\frac{\lambda R}{\Delta x}\right)^2 \quad (1-3)$$

式中 λ 为光波波长。由此可知，在 $R \neq 0$ 的空间内点光源的相干面积为无穷大，所以点光源发出的光波是完全空间相干的。

3. 相干体积

设 $E(r, t)$ 与 $E(r', t')$ 为 r 处某一体积 ΔV 内的任意两点的光波场。能使它们相干的 ΔV 的最大值 $(\Delta V)_{\max}$ 称为光源在 r 处的相干体积，它用 V_c 来表示。相干体积和相干长度、相干面积的关系为

$$V_c = L_c A_c \quad (1-4)$$

§ 1.2 光波模式和光子状态

1. 光波模式

某空腔内的光场 $E(r, t)$ 如能写成下述形式

$$\begin{aligned} E(r, t) &= \sum_{m, n, q} [E_{mn1}(r)\sigma_1 + E_{mn2}(r)\sigma_2] \cos(\omega_{mn} t) \\ &= \sum_{m, n, q, i} E_{mni}(r)\sigma_i \cos(\omega_{mn} t) \end{aligned} \quad (1-5)$$

式中 m 、 n 和 q 为非负整数, σ_1 和 σ_2 为不共线的两单位向量, 则称 $E_{mni}(r)\cos(\omega_{mn} t)\sigma_i$ 为该腔的一个模式, 简记为 (m, n, q, σ_i) 。因此腔内模式以 m 、 n 、 q 和 σ_i 来区分, m 、 n 和 q 决定模的频率, σ_i 决定光波的振动方向。

对于长为 Δx 、宽为 Δy 和高为 Δz 的空腔, 模 (m, n, q, σ_i) 的波矢 k_{mnq} 由下式决定

$$k_{mnq} = \pi \left[\left(\frac{m}{\Delta x} \right)^2 + \left(\frac{n}{\Delta y} \right)^2 + \left(\frac{q}{\Delta z} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (1-6)$$

它只与 m 、 n 和 q 有关而与 σ_i 无关。 k_{mnq} 与 ω_{mn} 之间存在关系式

$$\omega_{mn} = vk_{mn} \quad (1-7)$$

式中 v 为光在介质中的速度。

相邻两模在波矢空间中 k_x 、 k_y 和 k_z 方向上的间隔分别为 $\Delta k_x = \pi/\Delta x$, $\Delta k_y = \pi/\Delta y$ 和 $\Delta k_z = \pi/\Delta z$, 这样每个模式在波矢空间中占有的体积为

$$\Delta k_x \Delta k_y \Delta k_z = \frac{\pi^3}{\Delta x \Delta y \Delta z} = \frac{\pi^3}{V} \quad (1-8)$$

式中 V 为空腔体积。

2. 光子及其状态

光子具有能量和动量, 它们分别满足关系式

$$E = h\nu \quad (1-9)$$

$$P = \hbar k \quad (1-10)$$

式中 $\hbar = h/2\pi$, $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

光子是微观粒子, 它具有微观粒子的通性——波粒二象性, 故要受到海森伯测不准关系

$$\Delta x \Delta P_x \geq \hbar; \Delta y \Delta P_y \geq \hbar; \Delta z \Delta P_z \geq \hbar$$

的制约, 其位置与动量不能同时精确确定。这样光子的状态并不对应于相空间中的点, 而对应于相空间中体积为 h^3 的相格。

§ 1.3 光与物质的相互作用

1. 光与物质相互作用的三过程

(1) 自发辐射 处于激发态 (E_2 能级) 的原子在没有外界影响的情况下自发地跃迁到基态 (E_1 能级) 并辐射出频率 $\nu_0 = (E_2 - E_1)/h$ 的一个光子, 这一过程称为原子的自发辐射过程。由原子自发跃迁发出的光子称为自发辐射。为描述自发辐射过程的快慢程度, 引入自发辐射跃迁几率, 其定义为

$$A_{21} = \left(\frac{dn_{21}}{dt} \right)_s \frac{1}{n_2} \quad (1-11)$$

式中 $(dn_{21}/dt)_s$ 表示单位时间内从能级 E_2 自发跃迁到能级 E_1 的原子数, n_2 为处于 E_2 能级的原子数(或称集居数)。由上式可知, 只要 n_2 不等于零, 自发辐射就必然存在。

受激原子的自发辐射说明原子不能无限长地处于激发态。原子处于激发态的平均时间称为原子在激发态 (E_2 能级) 上的寿命, 它用 τ 来表示。如果 $t=0$ 时, $n_2(0)=n_0$, 则 $t=\tau$ 时, $n_2(\tau)=n_0/e$ 。所以原子在激发态上的寿命是 E_2 能级上的原子数降到其初始值的 $1/e$ 所需的时间。 τ 与自发辐射跃迁几率的关系为

$$\tau = \frac{1}{A_{21}} \quad (1-12)$$

可见 A_{21} 只与原子本身的性质有关。

(2) 受激吸收 在频率为 $\nu_0 = (E_2 - E_1)/h$ 的光的作用下, 原先处于能级 E_1 上的原子吸收一个光子并跃迁到能级 E_2 上, 这一过程称为原子的受激吸收过程。其快慢程度由受激吸收几率 W_{12} 描述, 其定义为

$$W_{12} = \left(\frac{dn_{12}}{dt} \right)_s \frac{1}{n_1} \quad (1-13)$$

式中 $(dn_{12}/dt)_s$ 为单位时间内从能级 E_1 到能级 E_2 的受激跃迁原子数, n_1 是能级 E_1 上的原子数。

既然受激吸收是光对原子作用的结果, 它就必然与光强或光的能量密度有关, 所以有

$$W_{12} = B_{12}\rho, \quad (1-14)$$

式中 ρ 为 ν 处单位频带间隔内的能量密度, 即单色能量密度, B_{12} 叫受激吸收爱因斯坦系数。

(3) 受激辐射 原子受激吸收的逆过程叫受激跃迁过程, 原子受激跃迁过程中发出的光子叫受激辐射。与受激吸收相类似, 原子的受激跃迁几率由下式定义

$$W_{21} = \left(\frac{dn_{21}}{dt} \right)_s \frac{1}{n_2} \quad (1-15)$$

式中 $(dn_{21}/dt)_s$ 为单位时间内从能级 E_2 跃迁到能级 E_1 的原子数。受激跃迁几率与单色能量密度 ρ 的关系为

$$W_{21} = B_{21}\rho, \quad (1-16)$$

式中 B_{21} 叫受激辐射爱因斯坦系数。

2. 爱因斯坦系数间的关系

爱因斯坦假定黑体辐射场是组成黑体的物质原子与黑体辐射场相互作用的结果, 并利用其它关系导出了黑体辐射的普朗克公式

$$\rho = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (1-17)$$

以及关系式

$$g_1 B_{12} = g_2 B_{21}, \quad \frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}$$

这里 k 为玻耳兹曼常数, g_1 和 g_2 分别为能级 E_1 和能级 E_2 的统计权重(能级简并度)。 ρ , 可改写为

$$\rho_{\nu} = n_{\nu} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (1-18)$$

式中

$$n_{\nu} = \frac{8\pi\nu^3}{c^3}$$

为单位体积中单位频带间隔内的模式密度。

3. 光子简并度

处于同一模式的光子数也即同态光子数叫光子简并度。黑体辐射的光子简并度 $\bar{n}$ 为

$$\bar{n} = \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (1-19)$$

4. 增益系数

光放大物质的增益系数 G 定义为

$$G = \frac{1}{I(z)} \frac{dI(z)}{dz} \quad (1-20)$$

它与 $(n_2 - n_1 g_2 / g_1)$ 成正比, 并且与光强 I 、 ν 及 z 有关。如果 G 与 I 无关, 则称为小信号增益系数, 记作 G^0 。与 I 有关的增益系数称为大信号增益系数。 $G < 0$ 时, 其绝对值 $|G|$ 称为损耗系数, 通常用 α 来表示, 即

$$\alpha = |G| = -G$$

5. 激光器起振条件

激光器起振的必要条件是

$$G^0 > \alpha$$

式中 α 除包括工作物质的损耗外, 还包括激光器的其它所有引起光衰减的损耗。上式也写作

$$G^0 l > \delta$$

这里 l 为工作物质的长度, $\delta = \alpha l$ 为激光器的单程损耗。

例 题

1.1 在红宝石调 Q 激光器中, 有可能将几乎全部 Cr^{3+} 离子激发到上能级并产生激光巨脉冲。设红宝石棒直径 1cm, 长度 7.5cm, Cr^{3+} 离子浓度为 $2 \times 10^{19} \text{cm}^{-3}$, 巨脉冲宽度为 10ms, 试求输出激光的最大能量和脉冲功率。

解 设红宝石棒长为 l , 直径为 d , 体积为 V , Cr^{3+} 总数为 N , 浓度为 n , 巨脉冲宽度为 τ , 则

$$V = \frac{\pi}{4} d^2 l; \quad N = nV = \frac{\pi}{4} n d^2 l$$

因为只有 $N/2$ 的粒子能产生激光, 所以输出激光的最大能量 E 和脉冲功率 P 分别为

$$E = \frac{N}{2} h\nu = \frac{\pi}{8\lambda} h c n d^2 l$$

$$= \frac{\pi \times (6.626 \times 10^{-34}) \times (3 \times 10^8) \times (2 \times 10^{19} \times 1^2 \times 7.5)}{2 \times 4 \times 6943 \times 10^{-10}} = 17 \text{ J}$$

$$P = \frac{E}{\tau} = \frac{17}{10 \times 10^{-9}} = 1.7 \times 10^9 \text{ W}$$

1.2 设空腔是边长为 a 的立方体, 写出可在腔内存在的电磁波的频率 ν 的表达式。如果 $a = 3\text{cm}$, 试求频率在零到 10^{10}Hz 之间的腔内模式数(计算中取光速为 $3 \times 10^8\text{m/s}$)。

解 可在腔内存在的电磁波频率为

$$\nu = \frac{c}{2a} (m^2 + n^2 + q^2)^{1/2}$$

这里 m 、 n 和 q 为非负整数。

当 $m = n = q = 0$ 时, $\nu = 0$ 。当 m 、 n 、 q 中有一个为 1, 而其余两个为零时

$$\nu = \frac{3 \times 10^8}{2 \times (3 \times 10^{-2})} (1^2)^{1/2} = 5 \times 10^9 \text{ Hz}$$

与此频率相对应的模式为 $(1, 0, 0)$ 、 $(0, 1, 0)$ 、 $(0, 0, 1)$ 。当 m 、 n 、 q 中有两个为 1, 其余为零时

$$\nu = \frac{3 \times 10^8}{2 \times (3 \times 10^{-2})} (1^2 + 1^2 + 0^2)^{1/2} = \sqrt{2} \times 5 \times 10^9 \text{ Hz}$$

与此相对应的模式为 $(1, 1, 0)$ 、 $(1, 0, 1)$ 、 $(0, 1, 1)$ 。当 $m = n = q = 1$ 时, $\nu = \sqrt{3} \times 5 \times 10^9 \text{ Hz}$ 。相应的模式为 $(1, 1, 1)$ 。当 m 、 n 、 q 中有一个为 2, 其余为零时, $\nu = 10^{10} \text{ Hz}$ 。与此相应的模式为 $(2, 0, 0)$ 、 $(0, 2, 0)$ 、 $(0, 0, 2)$ 。

由于 m 、 n 和 q 中不能有两个同时为零; 它们之中有一个为零时, 只有一个固定的偏振方向; $(1, 1, 1)$ 模有两个独立的偏振方向, 所以在 $0 \sim 10^{10} \text{ Hz}$ 之间共有模式 5 个。

1.3 在 2cm^3 的空腔内有一带宽为 $1 \times 10^{-4} \mu\text{m}$ 波长为 $5 \times 10^{-1} \mu\text{m}$ 的跃迁。试问:

- (1) 此跃迁的频率范围是多少?
- (2) 在此频带宽度范围内腔内存在的模式数是多少?
- (3) 一个自发辐射光子出现在某一模式的几率是多少?

解

$$(1) \quad \delta\nu = \frac{c}{\lambda^2} \delta\lambda = \frac{(3 \times 10^8) \times (1 \times 10^{-10})}{(5 \times 10^{-3} \times 10^{-10})^2} = 1.2 \times 10^{11} \text{ Hz}$$

(2) 因空腔体积 $V = 2\text{cm}^3$, 其线度 $\gg \lambda = 5 \times 10^{-1} \mu\text{m}$, 所以可用下面的公式来计算模式数 N

$$N = \frac{8\pi}{\lambda^4} V \delta\lambda = \frac{8\pi \times (2 \times 10^{-6}) \times (1 \times 10^{-10})}{(5 \times 10^{-3} \times 10^{-10})^4} = 8 \times 10^{10}$$

$$(3) \quad P = \frac{1}{N} = \frac{1}{8 \times 10^{10}} = 1.25 \times 10^{-11}$$

1.4 (1) 如果原子的能级 E_1 和 E_2 的统计权重 g_1 和 g_2 不相等, 求受激跃迁几率

W_{21} 和受激吸收几率 W_{12} 间的关系;

(2) 证明 W_{21} 和 W_{12} 可写成如下形式

$$W_{21} = \sigma_{21} F(\nu); W_{12} = \sigma_{12} F(\nu)$$

式中 $F(\nu)$ 是频率为 ν 的单色光子流密度;

(3) 写出 σ_{12} 及 σ_{21} 的量纲并求 σ_{12} 与 σ_{21} 间的关系。

解 (1) 因 $g_1 B_{12} = g_2 B_{21}$, 所以两边同乘以 $\rho(\nu)$, 有 $g_1 B_{12} \rho(\nu) = g_2 B_{21} \rho(\nu)$, 此即为

$$\begin{aligned} g_1 W_{12} &= g_2 W_{21} \\ (2) \quad W_{21} &= B_{21} \rho(\nu) = \frac{A_{21}}{n_\nu} \frac{\rho(\nu)}{h\nu} = \frac{A_{21}}{n_\nu} N(\nu) \\ &= \frac{A_{21} N(\nu) \nu}{n_\nu \nu} = \frac{A_{21}}{n_\nu \nu} F(\nu) = \sigma_{21} F(\nu) \end{aligned}$$

式中 $\sigma_{21} = A_{21}/n_\nu \nu$, $N(\nu)$ 表示频率为 ν 的光子密度。

(3) 由 σ_{21} 的表达式可得其量纲为

$$\text{s}^{-1} \cdot (\text{m}^{-3} \text{s} \cdot \text{ms}^{-1})^{-1} = \text{m}^2 \text{s}^{-1}$$

采用(2)中的方法可求得

$$W_{12} = \sigma_{12} F(\nu)$$

式中 $\sigma_{12} = g_2 A_{21}/(g_1 n_\nu \nu)$ 。因 g_1 和 g_2 无量纲, 所以 σ_{12} 与 σ_{21} 有相同的量纲。

比较 σ_{12} 与 σ_{21} 的表达式可得

$$g_1 \sigma_{12} = g_2 \sigma_{21}$$

1.5 工作物质长为 L , 折射率为 η , 损耗系数为 α , 两端面的振幅反射系数分别为 $r_1 \exp(i\theta_1)$ 和 $r_2 \exp(i\theta_2)$ 。要获得激光振荡, 工作物质的阈值增益系数应为多少? 激光波长应满足什么条件?

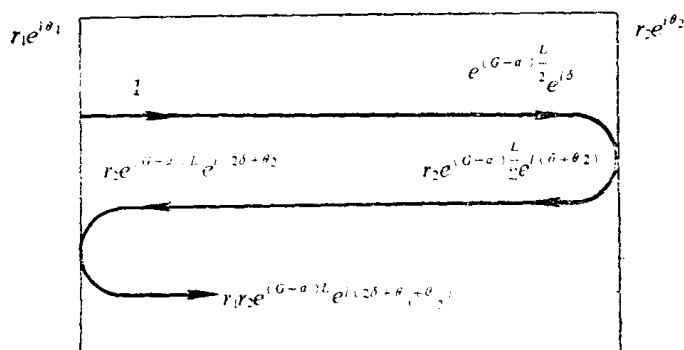


图 1.1

解 参见图1.1。显然要维持激光振荡, 应有

$$r_1 r_2 e^{(-\alpha)L} e^{i(2\delta + \theta_1 + \theta_2)} = 1 \quad (1-21)$$

式中 $\delta = 2\pi\eta L/\lambda$ 。

一般说来式(1-21)左方为复数, 但式(1-21)右方为实数, 为使式(1-21)成立, 应

$$2\delta + \theta_1 + \theta_2 = 2q\pi \quad (q \text{ 为非负整数})$$

即

$$\lambda = \frac{2q\pi - \theta_1 - \theta_2}{4\pi\eta L}$$

当 λ 取上式时, 式(1-21)变为

$$r_1 r_2 \exp[(G-\alpha)L] = 1$$

由此得

$$G = a + \ln \frac{1}{r_1 r_2} = a - \ln(r_1 r_2)$$

基 本 习 题

- 1.1 为使氦氖激光器的相干长度达到1km, 它的单色性 $\Delta\lambda/\lambda_0$ 应是多少?
- 1.2 迈克耳逊干涉仪既然可以用以显示光波的时间相干性, 它就必然可以用作测量仪器来测量光源的相干时间。试叙述如何利用它来测量普通光源的相干时间。
- 1.3 证明当每个模内的平均光子数(光子简并度)大于1时, 受激吸收为主。
- 1.4 (1) 一质地均匀的材料对光的吸收为 0.01mm^{-1} , 光通过10cm长的该材料后, 出射光强为入射光强的百分之几?
- (2) 一光束通过长度为1m的均匀激活的工作物质。如果出射光强是入射光强的两倍, 试求该物质的增益系数。
- 1.5 (1) 试由坐标与位置的测不准关系导出能量与时间的测不准关系(也称为第四个海森伯测不准关系, 与前三个测不准关系不同的是, 这里时间并不是物理量)
- $$\Delta E \Delta t \gtrsim h$$
- (2) 由能量时间的测不准关系, 你能否得出原子的基态能级与激发态能级有何不同之处?
- 1.6 (1) 从手册或教科书中查出远红外、中红外、近红外、可见光、近紫外、中紫外、远紫外、超软X射线、软X射线、硬X射线及超硬X射线的波长范围;
- (2) 从手册或教科书中找出红、橙、黄、绿、蓝和紫光所对应的波长范围。
- 1.7 填出下表中激光频率(或光子能量)的不同表示方法间的换算关系

	eV	μm	nm	cm^{-1}	Hz
1eV					
$1 \times 10^{-1} \mu\text{m}$					

其中 cm^{-1} 表示单位长度(厘米)中的波数。计算时取 $e = 1.6021 \times 10^{-19} \text{C}$, $h = 6.6256 \times 10^{-34} \text{J}\cdot\text{s}$ 。

- 1.8 如果激光器和微波激射器分别在 $\lambda = 10\mu\text{m}$ 、 $\lambda = 5 \times 10^{-1} \mu\text{m}$ 和 $\nu = 3000\text{MHz}$ 输出1W连续功率, 试问每秒钟从激光上能级向下能级跃迁的粒子数是多少?
- 1.9 设一光子的波长 $\lambda = 5 \times 10^{-1} \mu\text{m}$, 单色性 $\Delta\lambda/\lambda = 10^{-7}$, 试求光子位置的不确定量 Δx 。若光子波长变为 $5 \times 10^{-4} \mu\text{m}$ (X射线)和 $5 \times 10^{-8} \mu\text{m}$ (γ 射线), 则相应的 Δx 又是多少?
- 1.10 设一对激光能级为 E_2 和 E_1 ($g_2 = g_1$), 两能级间的跃迁频率为 ν (相应的波长为 λ), 能级上的粒子数密度分别为 n_2 和 n_1 。试求
- (1) 当 $\nu = 3000\text{MHz}$ 、 $T = 300\text{K}$ 时, $n_2/n_1 = ?$
- (2) 当 $\lambda = 1\mu\text{m}$ 、 $T = 300\text{K}$ 时, $n_2/n_1 = ?$
- (3) 当 $\lambda = 1\mu\text{m}$, $n_2/n_1 = 0.1$ 时, $T = ?$

1.11 平行平面腔腔长 $L = 1\text{m}$ ，一端为全反射镜，另一端面反射镜的反射率 $R = 0.99$ 。

(1) 粗略估计在 1500MHz 的频率范围内所包含的纵模数目；

(2) 求每个纵模的频带宽度。

1.12 (1) 某些普通光源的相干长度不大，可用一些装置(例如一般的迈克耳孙干涉仪)来测量。图1.2中的装置也可用于上述目的。图中， L 为光阑， M_1 是 AB 长为 l 、折射率为 η_1 的半透半反镜， M_2 为厚度可以忽略的半透半反镜， M 是折射率为 η_2 的直角棱镜。试叙述测量原理。

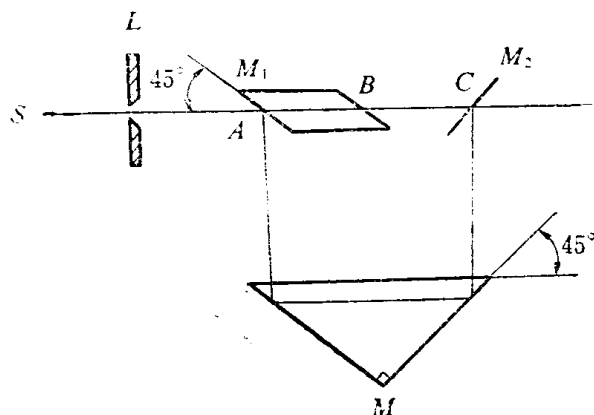


图 1.2

(2) 由于激光的出现大大提高了光源的时间相干性，相干长度可达几米、几十米甚至几十公里，这样就很难采用一般的迈克耳孙干涉仪来测量激光器的相干长度，因而要寻找其它办法。试叙述一个原理上可行的激光器相干长度的测量方法。

1.13 假定工作物质的折射率 $n = 1.73$ ，试问 ν 为多大时， $A_{21}/B_{21} = \eta$ $1\text{J}\cdot\text{s}/\text{m}^3$ ，这在什么光范围内？

1.14 如果工作物质的某一跃迁是波长为 100nm 的远紫外光，自发跃迁几率 A_{10} 等于 10^6s^{-1} ，试问：

(1) 该跃迁的受激辐射爱因斯坦系数 B_{10} 是多少？

(2) 为使受激跃迁几率比自发跃迁几率大三倍，腔内的单色能量密度 ρ 应为多少？

1.15 如果受激辐射爱因斯坦系数 $B_{10} = 10^{19}\text{m}^3\text{s}^{-3}\text{W}^{-1}$ ，试计算在

(1) $\lambda = 6\mu\text{m}$ (红外光)；

(2) $\lambda = 600\text{nm}$ (可见光)；

(3) $\lambda = 60\text{nm}$ (远紫外光)；

(4) $\lambda = 0.6\text{nm}$ (X射线时)

自发辐射跃迁几率 A_{10} 和自发辐射寿命。又如果光强 $I = 10\text{W}/\text{mm}^2$ ，试求受激跃迁几率 W_{10} 。

1.16 某一分子的能级 E_4 到三个较低能级 E_1 、 E_2 和 E_3 的自发跃迁几率分别是 $A_{43} = 5 \times 10^7\text{s}^{-1}$ ， $A_{42} = 1 \times 10^7\text{s}^{-1}$ 和 $A_{41} = 3 \times 10^7\text{s}^{-1}$ ，试求该分子 E_4 能级的自发辐射寿命 τ_4 。若 $\tau_1 = 5 \times 10^{-7}\text{s}$ ， $\tau_2 = 6 \times 10^{-9}\text{s}$ ， $\tau_3 = 1 \times 10^{-8}\text{s}$ ，在对 E_4 连续激发时试求能级上的粒数的比值 n_1/n_4 ， n_2/n_4 和 n_3/n_4 ，并回答这时在哪两个能级间实现了集居数反转。

1.17 由两全反射镜组成的稳定光学谐振腔，腔长为 0.5m ，腔内振荡光的中心波长为 $6328\text{\AA}$ ，试求该光的频带宽度 $\Delta\nu$ 的近似值。

1.18 (1) 一光束入射到长为 10cm 、增益系数为 0.5cm^{-1} 的工作物质中，求出射光强对入射光强的比值；

(2) 一初始光强为 I_0 、波长为 λ 的光束入射到长为 l 的工作物质中，如果它的增

益系数为

$$G = A \cos^2 k_z \quad (0 \leq z \leq l)$$

式中 A 和 k 为常数。试求从工作物质出射的光强 I 的表达式。

1.19 半径为 a 的两个平面反射镜 A 和 B 组成腔长为 L 的平行平面光学谐振腔(见图1.3), 其菲涅耳数 N 等于从 B 镜中点 P 看到的镜面 A 上的菲涅耳半波带的数目。试证明之。

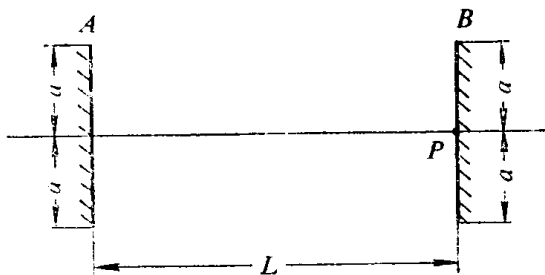


图 1.3

1.20 一支氩离子激光管连续输出功率 $1W$, 在输出镜面上的光斑半径为 $0.5mm$, 光束发散角为 $1mrad$, 求此氩离子激光管的辐射亮度, 并且试与太阳表面的积分辐射亮度作比较(太阳表面温度 $T = 6000K$)。

附 加 习 题

1.1 一个总质量为 M 的激发原子, 对所选定的坐标系静止。它在跃迁到能量比之低 ΔW 的基态时, 发射一个光子(能量为 $h\nu$, 动量为 hk), 同时受到光子的反冲, 因此光子的频率不能正好是 $\nu = \Delta W/h$, 而要略小一些。证明这个频率

$$\nu = \frac{\Delta W}{h} \left(1 - \frac{\Delta W}{2Mc^2} \right)$$

1.2 一个处于基态的原子, 吸收能量为 $h\nu$ 的光子跃迁到激发态, 基态能量比激发态能量低 ΔW , 试求光子的频率 ν 。

1.3 以出射波长为 $6328 \times 10^{-4} \mu m$ 的氦氖激光器为例, 计算比值

$$R = \frac{(\Delta W)^2 / (2M_0 c^2 h)}{\Delta W / h}$$

由此能得出什么结论?

1.4 黑体辐射的单色能量密度既可用 ρ_ν 表示, 也可用 ρ_λ 表示。

(1) 利用 $\rho_\nu d\nu = \rho_\lambda d\lambda$ 导出 ρ_λ 的表达式;

(2) 导出维恩位移公式 $\lambda_m T = b$, 这里 λ_m 为 ρ_λ 取最大值时的波长, b 为常数;

(3) 试求黑体辐射的能量密度 ρ 。

1.5 设绝对黑体由空腔构成, 组成腔壁的物质原子的自发跃迁几率为 A_{21} , 受激吸收系数和受激辐射系数分别为 B_{12} 和 B_{21} , 腔中辐射场在 $\nu \rightarrow \nu + d\nu$ 间隔内的能量密度为 $\rho_\nu d\nu$ 。考虑腔壁原子与腔中辐射场之间的相互作用, 在热平衡状态下试利用维恩公式和瑞利-金斯公式导出普朗克公式。

1.6 (1) 考虑某一物质, 其原子只有两个能级 E_1 和 E_2 , E_1 为下能级, E_2 为上能级。问该物质能否作为激光器的工作物质? 为什么?

(2) 你能否采用某种措施(假定这是可以做到的)利用二能级气体作为激光器的工作物质?

1.7 某三能级系统的三个能级分别为 $E_1 = 0$, $E_2 = mE$, $E_3 = nE$, 其中 $E > 0$, m 和 n 为正数, 且 $n > m$ 。试证: 在热平衡状态下, 在任何温度 T 都不会出现集居数反转状态。为简单计, 假定能级 E_1 、 E_2 和 E_3 非简并。

1.8 原子的自发跃迁系数只与原子本身的性质有关, 它可以通过实验测出。假定原子是一二能级系统, 试叙述 A_{21} 的测量原理。

1.9 例 5 还可以采用下述方法来求解: 首先沿工作物质的纵向选取坐标轴 z 。设沿 z 轴正方向传播的波(正向波)的相因子为 $\exp(-i\beta z)$, 沿 z 轴反方向传播的波(反向波)的相因子为 $\exp(i\beta z)$ 。先分别找出在 $z = 0$ 及 $z = L$ 处正向波与反向波的关系, 再找出正向波在 $z = 0$ 和 $z = L$ 处的关系以及反向波在 $z = 0$ 和 $z = L$ 处的关系。最后根据这些关系来求解。试完成之。

1.10 在由振幅反射率分别为 r_1 和 r_2 的平面镜 M_1 和 M_2 组成的有源谐振腔(腔长为 l , 腔内激活介质的折射率为 η_1) 外

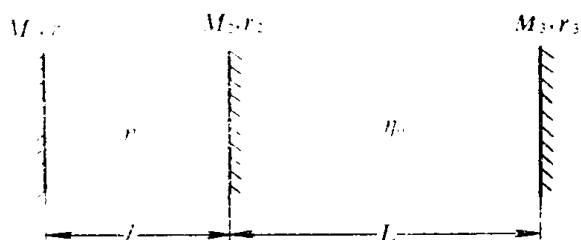


图 1.4

再加一振幅反射率为 r_3 的平面反射镜 M_3 便构成了复合谐振腔(参见图 1.4), 利用它可以选纵模。设 M_3 与 M_2 间的距离为 L , 介质的折射率为 η_0 。

(1) 若将 M_2 与 M_3 用一等效平面反射镜来代替, 试求该镜的振幅反射率 r 等效。

(2) 如果工作物质的损耗系数为 α (常数), 为使光在腔内振荡, 工作物质的增益系数 G^0 (设为常数) 应为多少?

1.11 采用附加习题 1.9 中介绍的方法重新求解前题。

1.12 在两镜反射率均为 R 、间隔为 L 的平行平面腔内均匀地充满增益系数为 G 、损耗系数为 α (G 和 α 均为常数) 的工作物质。

(1) 假定由自发辐射引起的单位时间内向右传播的光子数密度的增长数为 r , 试求腔内 z 处(坐标系取法见图 1.5) 向右运动的光子数密度 $N_R(z)$ 的表达式;

(2) 试求腔内 z 处的光子数密度 $N(z)$ 。

(提示: 利用关系式 $N_R(0) = RN_R(L)$, 请思考该式成立的原因。)

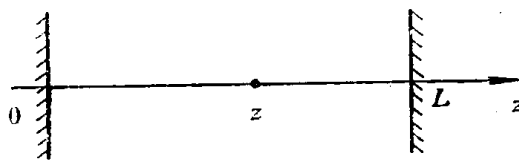


图 1.5

1.13 有一中空金属导体, 其边长分别为 Δx 、 Δy 和 Δz , 腔内充满介电常数为 ϵ 、磁导率为 μ 的介质。试由麦克斯韦方程组、物质方程组以及场应满足的边界条件求腔内能够存在的电磁波形式。

第二章 腔模理论的一般问题

§ 2.1 变换矩阵

在几何光学的傍轴近似下, 光线在某点的参数, 可用该点光线离开轴线的垂直距离 r , 以及光线传播方向与轴线的夹角 θ 来表示, 并写为 $\begin{pmatrix} r \\ \theta \end{pmatrix}$ 的形式。我们规定, 从轴线反时针旋转得到的 θ 角为正, 反之为负。

当光线穿过由参考平面 RP_1 和 RP_2 分别为入射和出射面的光学系统时, RP_2 处光线参数 $\begin{pmatrix} r_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix}$, 可表示为 RP_1 处参数 $\begin{pmatrix} r_1 \\ \theta_1 \end{pmatrix}$ 的函数:

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ \theta_1 \end{pmatrix} \quad (2-1)$$

$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ 矩阵称为该系统的变换矩阵, 或者 $ABCD$ 矩阵。常见光学元件的变换矩阵见表 2-1:

1. 变换矩阵的基本性质

(1) 对于可逆系统,

$$AD - BC = 1 \quad (2-2)$$

(2) 光线连续顺序穿过变换矩阵分别为 $T_1, T_2, \dots, T_n$ 的 n 个元件组成的光学系统时, 该系统的变换矩阵 T 为:

$$T = T_n \cdot T_{n-1} \cdots T_1 \quad (2-3)$$

2. 变换矩阵各元素的意义

(1) $A=0$ 的系统, 其出射面 RP_2 , 是该系统的第二焦平面(焦点 P_2 所在平面)。

(2) $B=0$ 的系统, RP_1 和 RP_2 互为物-像共轭平面, 像放大系数为:

$$r_2/r_1 = A = 1/D \quad (2-4)$$

(3) $C=0$ 的系统是望远镜系统, 其角放大系数为

$$\theta_2/\theta_1 = D = 1/A \quad (2-5)$$

(4) $D=0$ 的系统, 其入射平面 RP_1 , 是该系统的第一焦平面。

(5) 一般情况下, $ABCD$ 矩阵所代表的系统, 可以等效为一个焦距为 F_e , 主平面 H 距 RP_1 和 RP_2 分别为 h_1 和 h_2 的薄透镜(图 2.1)

图中:

$$\begin{cases} F_e = -1/C \\ h_1 = (D-1)/C \\ h_2 = (A-1)/C \end{cases} \quad (2-6)$$

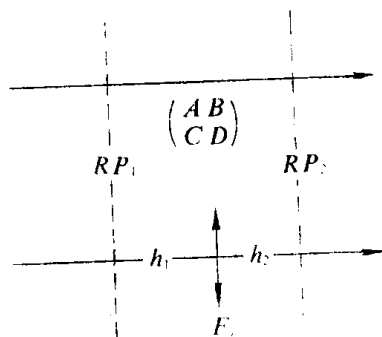


图 2.1