

# 初中数学 总复习 教学参考书

北京出版社



# 初中数学总复习 教学参考书

北京市教育局教学研究部编

北京出版社

## 初中数学总复习教学参考书

Chuzhongshuxue Zongfuxi jiaoxuecankaoshu

北京市教育局教学研究部编

\*

北京出版社出版

(北京北三环中路6号)

新华书店北京发行所发行

北京印刷一厂印刷

\*

787×1092毫米 32开本 10.126印张 224,000字  
1983年2月第1版 1989年1月第4版第8次印刷  
印数 2,335,001—2,450,000

ISBN 7-200-00448-0/G·120

定价：2.95元

## 修订再版编写说明

为了做好初、高中毕业生的总复习工作，我部在1983年约请了北京市部分有经验的中学教师，共同编写了中学语文、政治、历史、地理、数学、物理、化学、生物、英语、俄语等科的总复习教学参考书。经过中学几年使用后反映：这套总复习教学参考书符合教学大纲要求，能起到使学生牢固地掌握知识的作用。为了适应目前的教學要求，我部根据1987年国家教委制订的全日制中学各学科的教学大纲，按现行的使用课本，对原出版的中学各学科总复习教学参考书进行了全面的修订，加强了基本内容的系统性、综合性，有些学科增加了标准化试题和练习。为了在总复习中使学生更好地掌握、运用基础知识和基本技能，提高分析问题、解决问题的能力，书中精选了一定数量的例题、练习和习题，供复习时使用。

本书是《初中数学总复习教学参考书》。全书分为代数、平面几何与三角两部分，基本上按照初级中学课本的章节顺序编写。每章包括内容提要、基础练习、例题分析、参考习题四部分，其中基础练习是为了加深理解和巩固定义、公式、法则、定理而编选的；参考习题是为了熟练掌握基础知识，提高综合运用知识和解题的能力而编选的。本书中加“\*”号的内容和题目，供教师和学生选用。

参加本书编写工作的有陆乘、杨宝成、李大贞、张继林、王占元、宗福衡等同志。全书由北京市教育局教学研究部数

学教研室统编，刘东同志审阅。

由于我们水平有限，加上编写时间仓促，错误和不妥之处，欢迎批评指正。

北京市教育局教学研究部

1988年6月

# 目 录

## 第一部分 代 数

第一章	实数	( 1 )
第二章	有理式	( 16 )
第三章	根式	( 39 )
第四章	方程	( 54 )
第五章	方程组	( 76 )
第六章	列方程解应用题	( 95 )
第七章	指数与对数	(108)
第八章	函数及其图象	(123)
第九章	不等式	(147)
第十章	统计初步	(164)

## 第二部分 平面几何与三角

第一章	直线、相交线和平行线	(173)
第二章	三角形	(186)
第三章	四边形	(203)
第四章	相似形	(219)
第五章	圆	(237)
第六章	三角函数的定义和性质	(266)
第七章	解三角形	(279)
参考习题答案		
第一部分	代数	(305)
第二部分	平面几何与三角	(315)

# 第一部分 代 数

## 第一章 实 数

### 一、内容提要

#### 1. 自然数

(1) 自然数的概念：表示物体个数或事物次序的数叫做自然数。如 1, 2, 3, ……等等都是自然数。自然数有无限多个。自然数的全体叫做自然数的集合。在自然数的集合中，有最小的数 1，但没有最大的数。

(2) 质数和合数：在自然数中除了 1 以外，只能被 1 和它本身整除的数叫做质数（又叫素数）。除了能被 1 和它本身整除以外，还能被其它数整除的数叫做合数。1 既不是质数，也不是合数。

#### 2. 整数

(1) 整数的概念：正整数、零和负整数统称整数。其中把正整数和零合称作非负整数。零既不是正整数，也不是负整数。

(2) 偶数与奇数：能被 2 整除的整数叫做偶数。偶数的一般表达式是  $2n$ ，其中  $n$  为整数。不能被 2 整除的整数叫

做奇数。奇数的一般表达式是  $2n-1$ ，其中  $n$  为整数。

(3) 能被 2、3、5 等数整除的数的特征：

- ① 一个数的个位数是偶数，这个数能被 2 整除；
- ② 一个数的个位数字是 5 或 0，这个数能被 5 整除；
- ③ 一个数的各位数字之和能被 3 整除，这个数能被 3 整除。

### 3. 有理数

整数和分数统称有理数，一切有理数都可以表示成为  $\frac{p}{q}$  ( $p, q$  为整数,  $q \neq 0$ ) 的形式。而整数可以看作以 1 (即  $q=1$ ) 做分母的分数，零可以看作以零做分子，以零以外 (即  $q \neq 0$ ) 的其它整数做分母的分数。如果把有理数表示成小数形式，那么一定是有限小数或无限循环小数。

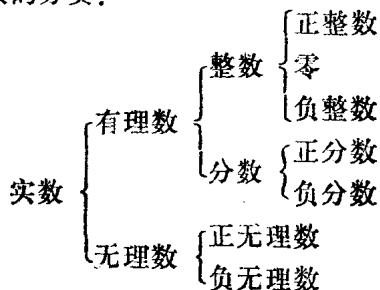
### 4. 无理数

无限不循环小数叫做无理数。

### 5. 实数

(1) 实数的概念：有理数和无理数统称为实数。

(2) 实数的分类：





(3) 数轴：规定了原点、正方向和长度单位的直线叫做数轴。对于数轴上的每一个点总可以找到唯一的实数与它对应；反之，对于每一个实数，也总可以在数轴上找到一个确定的点与它对应。数轴上的点与实数之间的这种一一对应关系是数学中坐标理论的基础。

(4) 相反数：实数  $a$  和  $-a$  叫做互为相反数。零的相反数仍旧是零。相反的数可以用数轴上位于原点的两侧与原点的距离相等的两个点来表示，两个互为相反数的特征是它们的和为零。即若  $a$  和  $b$  互为相反数，则  $a+b=0$ ；反之若  $a+b=0$ ，则  $a$  和  $b$  互为相反数。

(5) 绝对值：一个正实数的绝对值是它本身；一个负实数的绝对值是它的相反数；零的绝对值是零。

即

$$|a| = \begin{cases} a, & (\text{当 } a > 0 \text{ 时}) \\ 0, & (\text{当 } a = 0 \text{ 时}) \\ -a, & (\text{当 } a < 0 \text{ 时}) \end{cases}$$

从绝对值的定义可以知道，一个实数的绝对值是一个非负实数，从数轴上来看，一个实数的绝对值就是数轴上表示这个数的点到原点的距离。

(6) 倒数：1 除以一个数的商叫做这个数的倒数。零没有倒数。互为倒数的两个数的特征是积为 1。即若  $a$  和  $b$  互为倒数，则  $ab=1$ ；反之，若  $ab=1$ ，则  $a$  和  $b$  互为倒数。

(7) 实数比较大小：在数轴上表示两个数的点，右边的点所表示的数较大。

正数都大于零；负数都小于零；正数大于一切负数；两个正数，绝对值较大的正数大；两个负数，绝对值较大的反而小。

### (8) 实数的运算:

① 有理数的运算: 在有理数范围内, 加、减、乘、除(零不能作除数) 运算全能实施。

② 实数的运算: 有理数集合的一切运算性质在实数集合内都适用。正数的开方运算总能在实数集合内实施, 这是实数集合与有理数集合相区别的一个特征。但是负实数的开偶次方运算在实数集合内不能实施, 因而数的概念还有必要进一步扩展。

### ③ 运算定律:

加法交换律  $a + b = b + a;$

加法结合律  $(a + b) + c = a + (b + c);$

乘法交换律  $ab = ba;$

乘法结合律  $(ab)c = a(bc);$

乘法对加法的分配律  $a(b + c) = ab + ac.$

### ④ 运算顺序:

1) 在加、减、乘、除、乘方和开方这六种运算中, 加和减是第一级运算, 乘和除是第二级运算, 乘方和开方是第三级运算。在没有括号的运算中, 首先进行第三级运算, 然后第二级, 再第一级。就是先乘方、开方, 然后乘、除, 最后加、减。

2) 一个式子里如果有括号, 先进行括号里面的运算。

3) 如果只有同一级运算, 就从左到右依次运算。

4) 根据运算定律可以变更上述的运算顺序。

## 二、基础练习

1. 判断下列命题是否正确, 正确的在括号内画“√”, 错误的在括号内画“×”。

- (1) 形如  $2n$  的数是偶数; ( )
- (2) 小数都是有理数; ( )
- (3) 无理数都是无限小数; ( )
- (4)  $\frac{\pi}{2}$  是分数; ( )
- (5) 如果  $a$  为实数, 那么  $-a$  为负数; ( )
- (6) 如果  $a$  为实数, 那么  $a^2$  为正数; ( )
- (7) 如果  $x, y$  为实数, 且  $xy=0$ , 那么  $x=0$ ; ( )
- (8) 如果  $|a-b|=a-b$ , 那么  $|b-a|=b-a$ ; ( )
- (9) 如果  $|m|>|n|$ , 那么  $m>n$ ; ( )
- (10) 对于任意实数  $a, b, c$ ,  
 $|a+b-c|=|a-b+c|$  恒成立; ( )
- (11) 如果  $m^2=n^2$ , 那么  $m=n$ ; ( )
- (12) 如果  $ab>0$ , 那么  $a, b$  同号; ( )
- (13) 如果分数  $\frac{b}{a}<1$ , 那么  $b<a$ . ( )

## 2. 填空

- (1) 最小的正整数是\_\_\_\_; 最大的负整数是\_\_\_\_; 绝对值最小的整数是\_\_\_\_.
- (2)  $\pi, 3.6, 982\%, \sqrt{5}, 0.618, \lg 2, \cos 120^\circ$ .
- ① 比上列各数都大的最小整数是\_\_\_\_;
- ② 比上列各数都小的最大整数是\_\_\_\_.
- (3)  $3-2\sqrt{2}$  的相反数是\_\_\_\_,  $3-2\sqrt{2}$  的倒数是\_\_\_\_.
- $-2\frac{1}{2}$  的倒数的相反数是\_\_\_\_.
- (4) 绝对值不大于 3 的所有整数是\_\_\_\_.
- (5) 绝对值大于 1 而小于  $5\frac{1}{2}$  的所有奇数是\_\_\_\_.

(6)  $a$ 、 $b$  两个数都是负数，而且  $a > b$ ，那么它们的相反数哪个大？\_\_\_\_\_。

(7) 如果两个数的积为零，那么这两个数\_\_\_\_\_。

(8) 如果两个数的绝对值的和为零，那么这两个数\_\_\_\_\_。

(9) 一个数的相反数小于它本身，这个数是\_\_\_\_\_。

(10) 一个数的倒数等于它本身，这个数是\_\_\_\_\_。

(11) 当  $a$  是什么数时，下列各式成立：

①  $a = -a$ ； \_\_\_\_\_      ②  $|a| = -a$ ； \_\_\_\_\_

③  $\frac{a}{|a|} = -1$ ； \_\_\_\_\_      ④  $\left| a - \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2}$ 。 \_\_\_\_\_

(12)  $\frac{3}{5} \times 108300000$  保留两个有效数字的近似值是\_\_\_\_\_。

(13) 查表得  $2.41^2 = 5.808$ ， $5.197^3 = 140.4$ ，那么， $2410^2 =$ \_\_\_\_\_； $0.05197^3 =$ \_\_\_\_\_。

(14) 除以 32、36、48 时都余 15 的最小自然数是\_\_\_\_\_。

### 3. 回答下列问题：

(1) 如果  $a \neq 0$ ，那么  $a$  乘以什么数就得到它的倒数？

(2)  $a$  减去什么数就得到它的相反数？

(3) 两个无理数的和、差、积、商，可以是有理数吗？举例说明。

(4) 在 1~10 这十个自然数的平方根和立方根里，哪些是有理数？哪些是无理数？

(5) 两个数的和的绝对值一定与两个数的绝对值的和相等吗？试加以讨论。

(6) 如果一个数的倒数比它本身大，这个数是怎样的

数? 比它本身小呢? 和它本身相等呢?

4. 计算:

$$(1) \frac{1}{4} \times 4 \div \frac{1}{4} \times 4 = \underline{\quad};$$

$$(2) 0 - |-4.08 + 5.2| = \underline{\quad};$$

$$(3) -\frac{2^2}{3} = \underline{\quad}; \quad (4) -0.75^2 = \underline{\quad};$$

$$(5) -\left(-3\frac{1}{2}\right)^3 = \underline{\quad}; \quad (6) -3^2 - (-3)^2 = \underline{\quad};$$

$$(7) (-5)^2 \times \left(-\frac{3}{5}\right) = \underline{\quad};$$

$$(8) \left(0.35 + 2\frac{1}{4}\right) \div 0.013 = \underline{\quad};$$

$$(9) (-5)^{1985} \times \left(\frac{1}{5}\right)^{1986} = \underline{\quad};$$

$$(10) \frac{1}{(-0.3)^2} = \underline{\quad};$$

$$(11) -0.1^2 - 0.2^3 - 0.3^4 = \underline{\quad};$$

$$(12) \frac{-\frac{1}{3}}{5} + \frac{1}{-\frac{2}{5}} = \underline{\quad}.$$

### 三、例题分析

**例 1** 如果 540 乘以正整数  $x$ , 其积是一个正整数的完全平方数, 求最小的  $x$  的值并求这个完全平方数.

分析: 540 的约数中有完全平方数, 把这些约数去掉之后, 就能得到本题的解.

解  $\because 540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$ , 当  $x = 3 \times 5 = 15$  时,  $540x$

便是一个正整数的完全平方数。

$$\therefore 540x = 2^2 \times 3^3 \times 5 \times 15 = 90^2 = 8100.$$

例 2 比较下列各组数的大小，

$$(1) -\frac{29}{30} \text{ 和 } -\frac{30}{31}; \quad (2) -\sqrt{0.0331} \text{ 和 } -\frac{2}{11}.$$

$$\text{解 } (1) \because \left| -\frac{29}{30} \right| = \frac{29}{30} = \frac{899}{930},$$

$$\left| -\frac{30}{31} \right| = \frac{30}{31} = \frac{900}{930},$$

$$\text{而 } \frac{899}{930} < \frac{900}{930}, \therefore -\frac{29}{30} > -\frac{30}{31}.$$

$$(2) \because (\sqrt{0.0331})^2 = 0.0331,$$

$$\left(\frac{2}{11}\right)^2 = \frac{4}{121} \approx 0.03306.$$

$$\therefore (\sqrt{0.0331})^2 > \left(\frac{2}{11}\right)^2.$$

又  $\because \sqrt{0.0331}$  和  $\frac{2}{11}$  都是正数， $\sqrt{0.0331}$  和  $\frac{2}{11}$  分

别是  $(\sqrt{0.0331})^2$  和  $\left(\frac{2}{11}\right)^2$  的算术平方根。

$$\therefore \sqrt{0.0331} > \frac{2}{11}, \therefore -\sqrt{0.0331} < -\frac{2}{11}.$$

例 3 计算下列各题：

$$(1) |\sqrt{2} - \sqrt{3}|;$$

$$(2) \left| +\frac{40}{59} \right| - \left| \frac{5}{37} - \frac{39}{59} \right| - \left| -\frac{5}{37} \right|;$$

$$(3) a - |a|; \quad (a < 0); \quad (4) |3a+1| + |2a-1|.$$

$$\text{解 } (1) \text{ 原式} = \sqrt{3} - \sqrt{2};$$

$$(2) \text{ 原式} = \frac{40}{59} - \left( \frac{39}{59} - \frac{5}{37} \right) - \frac{5}{37}$$

$$= \frac{1}{59};$$

$$(3) \because a < 0,$$

$$\therefore \text{原式} = a - (-a) = 2a;$$

(4) 要计算  $3a+1$  与  $2a-1$  的绝对值的和, 需要先判断  $3a+1$  与  $2a-1$  是正数还是负数.  $3a+1$  的值的正负可由  $a$  大于还是小于  $-\frac{1}{3}$  来决定;  $2a-1$  的值的正负可由  $a$  大于还是小于  $\frac{1}{2}$  来决定, 因此应该分  $a < -\frac{1}{3}$ ,  $-\frac{1}{3} \leq a \leq \frac{1}{2}$ , 和  $a > \frac{1}{2}$  三种情形, 分别计算两绝对值的和.

$$\therefore \text{当 } a < -\frac{1}{3} \text{ 时,}$$

$$\text{原式} = -(3a+1) - (2a-1) = -5a;$$

$$\text{当 } -\frac{1}{3} \leq a \leq \frac{1}{2} \text{ 时,}$$

$$\text{原式} = 3a+1 - (2a-1) = a+2;$$

$$\text{当 } a > \frac{1}{2} \text{ 时, 原式} = 3a+1 + 2a-1 = 5a.$$

即

$$|3a+1| + |2a-1| = \begin{cases} -5a; & \left( \text{当 } a < -\frac{1}{3} \text{ 时} \right) \\ a+2; & \left( \text{当 } -\frac{1}{3} \leq a \leq \frac{1}{2} \text{ 时} \right) \\ 5a. & \left( \text{当 } a > \frac{1}{2} \text{ 时} \right) \end{cases}$$

例 4 已知  $a$ 、 $b$  为实数, 且  $(2a+1)^2 + \frac{1}{2}|b+1| = 0$ ,

求实数  $(a^3 + b^{12})$  的倒数的相反数是多少?

解  $\because a$ 、 $b$  为实数,

$$\therefore (2a+1)^2 \geq 0, \quad \frac{1}{2}|b+1| \geq 0.$$

$$\text{又} \because (2a+1)^2 + \frac{1}{2}|b+1| = 0,$$

$$\therefore \begin{cases} 2a+1=0, \\ b+1=0. \end{cases} \text{解得} \begin{cases} a=-\frac{1}{2}, \\ b=-1. \end{cases}$$

$$\therefore a^3 + b^{12} = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + (-1)^{12} = -\frac{1}{8} + 1 = \frac{7}{8}.$$

$$\therefore (a^3 + b^{12}) \text{ 的倒数的相反数是 } -\frac{8}{7}.$$

例 5 求满足下列各式的整数  $x$  的值:

(1)  $|x|=3$ ;      (2)  $|x|<3$ ;

(3)  $1 \leq |x| < 4$ .

解 (1)  $x = \pm 3$ ;

(2)  $\because |x| < 3, \therefore -3 < x < 3$ ,

$\therefore$  整数  $x$  的值为:  $-2, -1, 0, 1, 2$ .

(3)  $\because |x| < 4$ ,

$\therefore$  整数  $x$  的值为:  $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ .

又  $\because |x| \geq 1$ ,

$\therefore$  整数  $x$  的值为:  $-3, -2, -1, 1, 2, 3$ .

例 6 计算下列各题:

(1)  $\left(-1\frac{2}{7}\right) \times \frac{5}{6} \div \left(-\frac{3}{4}\right) \times (-2.5) \div (-0.25)$



$$\times \left(-1\frac{2}{5}\right);$$

$$(2) -0.75^2 \div \left(-1\frac{1}{2}\right)^3 + (-1)^{13} \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right);$$

$$(3) 1\frac{2}{3} - \left\{ 5\frac{3}{4} - 2^2 \div \left[ \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3 \times \left(-\frac{3}{4}\right) \right] \times \frac{1}{8} \right\}.$$

解 (1) 原式 =  $-\frac{9}{7} \times \frac{5}{6} \times \left(-\frac{4}{3}\right) \times \left(-\frac{5}{2}\right) \times (-4)$   
 $\times \left(-\frac{7}{5}\right)$   
 $= -20;$

说明: ① 有理数的乘除混合运算, 要先化为连乘积的形式.

② 计算时, 先确定算式的符号, 再求算式的绝对值, 连乘积的符号由各因数中负数的个数来决定, 如果有奇数个负因数, 积为负, 如果有偶数个负因数, 积为正.

$$(2) \text{ 原式} = -\left(\frac{3}{4}\right)^2 \div \left(-\frac{3}{2}\right)^3 + 1 \times \left(\frac{3}{6} - \frac{2}{6}\right)$$

$$= -\frac{9}{16} \div \left(-\frac{27}{8}\right) + \frac{1}{6}$$

$$= -\frac{9}{16} \times \left(-\frac{8}{27}\right) + \frac{1}{6}$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3};$$

说明: ① 注意运算顺序.

② 负数的奇次方为负数, 负数的偶次方为正数.

③ 注意  $-0.75^2 = -\frac{9}{16}$ , 不要将它和  $(-0.75)^2 = \frac{9}{16}$  相混淆.

$$(3) \text{ 原式} = 1\frac{2}{3} - \left[ 5\frac{3}{4} - 4 \div \left(\frac{1}{4} - \frac{9}{4}\right) \times \frac{1}{8} \right]$$