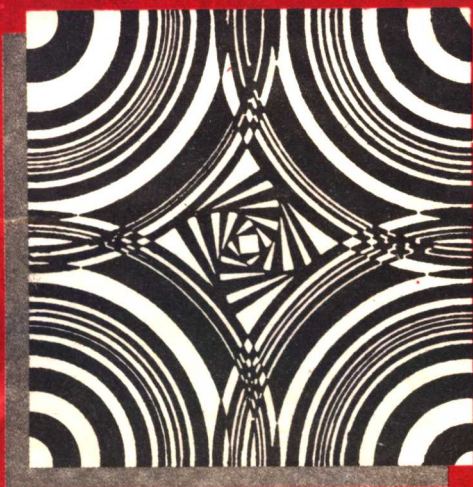


武汉大学本科生系列教材

朱求长 编著



运筹学及其应用

修·订·版

武汉大学出版社

武汉大学本科生系列教材

运筹学及其应用

(修订版)

朱求长 编著

武汉大学出版社

1997·武汉

图书在版编目(CIP)数据

运筹学及其应用/朱求长编著. —修订版. —武汉:武汉大学出版社, 1997. 12

(武汉大学本科生系列教材)

ISBN 7-307-02543-4

I 运…

II 朱…

III 运筹学

IV O22

武汉大学出版社出版发行

(430072 武昌 珞珈山)

核工业中南三〇九印刷厂印刷

(432600 湖北省安陆市第九号信箱)

1993年8月第1版 1997年12月第1次修订

1997年12月修订版第1次印刷

开本: 850×1168 1/32 印张: 8.625

字数: 218千字 印数: 1—2000

ISBN 7-307-02543-4/O · 188 定价: 9.60元

本书如有印装质量问题, 请寄承印厂调换

内 容 提 要

本书根据我国管理类、财经类专业的教学要求,选取了运筹学中线性规划、目标规划、整数规划和网络分析等分支作为本科生运筹学课程的教材。每章末配有习题,书末附有部分习题答案。全套习题解答已别装订成册。

本书可作为管理、财经和理工科等方面有关专业的教科书或教学参考书,亦可供广大企业管理和财经部门的管理人员以及工程技术人员阅读和参考。

第二版前言

本书第一版于1993年由武汉大学出版社出版,先后印刷过两次。此次本准备进行第三次印刷,但考虑到自本书第一版问世以来,至今已有四年之久。四年来,各方面的情况都发生了很大的变化,因此有必要对原书进行一些修改和补充,以更好地适应当前教学的需要。

这次的修改主要有以下几处:

1. 考虑到目标规划在管理中的应用日益广泛,故专门增加了一章(第五章)来介绍目标规划的概念和方法;
2. 对偶理论和在实际中有重要应用的灵敏度分析部分有较大的加强;
3. 单纯形法的推导部分有所修改,以使其更加清晰易懂。

其他各章也都有一些修改和更正,不再一一列出。

为了教师教学和学生自学的方便,本书各章中的习题已由朱希川同志做出了解答,并已装订成册。这本习题解答对于本教材是一个很好的补充和完善。在此,谨向朱希川同志致谢。

最后,再次感谢武汉大学出版社对本书的关心和支持。

朱求长

1997. 9. 2.

第一版前言

这本书是根据我 1986 年为我校管理学院企业管理等专业编写的一本同名讲义,经过几次修改而成的。其目的是为了满足不同管理类专业和财经类专业开设运筹学课程的需要。

运筹学是近 50 年来才逐步发展起来的一门新兴科学,最早是由于军事上的需要而产生的。在第二次世界大战前夕,德国的空军已很强大。为了对付德国的空袭,英国防空科学调查委员会主席 H. G. Tizard 组织了一些科学家专门研究如何使用雷达来进行对空作战的问题。科学家们的各种建议构成了一套完整的雷达防空系统,为军方所采用。正因为科学家们的这些工作对作战帮助很大,故作战研究部主任 A. P. Rowe 称这些工作为“Operational Research”(作战研究,简称为 OR)。到 1942 年,英国的陆、海、空三军都正式建立了 OR 组织,专门研究各种新式武器如何有效地使用的问题。

第二次世界大战结束以后,那些从事作战研究的人员纷纷转入工业生产部门和商业部门。由于经营管理中的许多问题和战争中所碰到的许多问题极为相似,于是,那些 OR 研究人员很快又在经营管理中大显身手,有力促进了英国工业生产的恢复和发展。

美国人称 Operational Research 为 Operations Research,仍简称为 OR。OR 在美国的迅速发展主要还是 50 年代以后的事。由于科学技术的迅猛发展,生产规模越来越大,产品结构越来越复杂,生产的社会化程度也日益提高。要想对这种现代化的大型生产进行科学的组织管理,任何个人都是办不到的,而必须有专门的人

员和机构来进行研究。这种情况就促使许多大型企业都建立了 OR 组织。另一方面,由于电子计算机的诞生和不断改进,又为 OR 的实际应用提供了强有力的工具,因为许多大型问题的解决,离开了电子计算机是不可想象的。

OR 作为一门独立的学科在我国传播始于本世纪 50 年代中期。开始,有些同志根据西方 50 年代初期对 OR 一般的理解,将 OR 译为运用学。后来,中国学者们认为,这门新兴学科的任务,不单是要研究现有武器和设备等的运用,而且更要研究未来武器和设备等的运用,以及将来计划(包括国家计划)的制定,故将 OR 翻译为运筹学更好。我国从 1956 年起就开始了运筹学的研究和应用。1958 年,粮食运输部门在应用运筹学的过程中,总结出一套“图上作业法”。1965 年许多地方又推广应用了统筹法。今天,运筹学在我国的企业管理、工程技术、运输调度、国民经济计划等方面已得到广泛的应用。

从以上简短介绍中可以看到,运筹学是一门实践性很强、应用性很广的学科。那么,什么是运筹学呢?目前有好几种说法。由于这门学科还很年轻,正在迅速发展之中,所以还尚无一致的、确切的定义。其基本含义可以这样表达:运筹学的研究对象是一个系统(如经济系统、作战系统、工作系统等)的组织管理中可以量化的问题;它采用的主要方法是建立数学模型并求解;它要达到的目标是从各种可供选择的方案中找出一个最好的或满意的方案,以实现系统的某一或某些指标整体最优化(例如质量最好,产量最多,工期最短,利润最大,成本最低,或同时要求若干项指标均达到一定的满意度等);它的研究成果是为各级管理(领导)人员在作决策时提供科学的依据。因此,简单地说,运筹学所要研究的就是一个系统的组织管理的优化问题,或说它是一门管理优化技术。正因为如此,国外有些人也称运筹学为管理科学(实际上它只是狭义的管理科学)。

当前,我们国家正在进行伟大的社会主义现代化建设,世界各

国也都在努力发展自己的经济。经济建设需要投入大量的人力、物力和财力等资源,而任何一个国家的资源总是有限的。因此,如何以最少的资源消耗去取得最大的经济效益,便成为各国政府和人民普遍关心的重大问题。从组织管理方面(而不是技术方面)去研究怎样解决这一问题就是管理学的任务,对其中可以量化的问题进行研究和解决,就是运筹学的任务。由此可见,运筹学对于我们最有效地利用各种资源,最大限度地提高一个系统的工作效率,实现管理的科学化、现代化,有着重大的意义。

从整个运筹工作的全过程来看,它包括阐述问题、建立模型、求解、检验、修改、实施六个环节。我们主要介绍如何在经济系统(一个工厂或企业,一个地区或一个国家的经济等)中建立管理问题的数学模型以及对数学模型求解的问题。

关于运筹学方面的著作日前国内外已出版了不少。虽然这些书各有所长,但我们在使用中感到有个共同的问题,就是它们都几乎包含了运筹学的所有分支,内容多,本本厚。而按照我国管理类和财经类专业现行教学计划的安排,本科生只有一个学期(每周3至4学时)学习运筹学课程。在这么短的时间内,若全面介绍该学科各个分支,势必学而不精,故许多学校实际上都只是讲述了其中的部分内容。但这样做就使教学工作中出现一种不协调现象:教学内容只涉及到学科的少数几个部分,而教材却包罗了其全部分支。并且,由于运筹学还是一门新兴的学科,其边界尚未最后确定,它的范围还在进一步扩大。若每次都把已有的内容和不断增加的新内容都囊括在一本书之中,而且就把这样的书作为教材,则上述不协调状况将愈来愈严重。此外,从学生的反映来说,他们对于花钱买厚本教材,而其中许多内容又不讲的做法也有意见。当然,本科生不讲的内容可以放到研究生阶段再讲,但第一,上研究生者毕竟还只是少数人,至少目前如此;第二,即使在研究生阶段,对于管理类和财经专业的学生来说,现有运筹学的内容可能也不一定全讲。

所以我认为,鉴于学科发展的现状和有关专业教学计划的需要,再将包罗一切分支的运筹学书籍作为教材,已不适应当前教学的需要。我们有必要根据本科生阶段和研究生阶段的不同要求,将运筹学的基本内容(非全部内容)适当区分为两部分(比如叫作本科生用、研究生用两册),各部分单独成书。这样做对于教学是有利的,也是受学生欢迎的。

两部分内容如何区分?我校和部分兄弟院校过去的做法是:本科生只学习线性规划、整数(线性)规划和网络分析(包括网络规划和网络计划)三个分支,即本书的内容。在研究生课程中,则选取了动态规划、决策论、存储论、排队论和模拟等分支。这样区分是否恰当,还可以进一步研究。

为适合管理类和财经类专业的教学要求,本书在编写过程中还特别注意从以下几方面作出努力:

1. 精选题材,学以致用。本书的主要目的在于帮助读者学会运用定量分析技术解决实际问题的能力,因此对有些运筹学书籍中的过于抽象的部分及理论性太强的部分,本书中去掉了或修改了,而对实用中极为重要的方法部分则加强了。为使读者了解运筹学的广泛应用和初步掌握建立数学模型的方法,书中列举了大量实例,并专有一章(第四章)介绍线性规划的应用。对于每个例题的实际背景都给予了尽可能详细的叙述,以增加读者在有关方面的实际知识。

2. 适当加强理论训练。考虑到现代管理(尤其是经济管理)对于数学的要求越来越高,各种各样的管理优化问题已大量地、迫切地提到了各级管理人员的面前,因此,加强管理工作者的数学训练是重要的。为满足这种需要,本书对于优化技术中的一些基本原理给予了充分的注意,并力求使基本原理(不是所有原理)的叙述较为完整、清楚,给读者以系统的知识。同时,对于需要用到的定理,除极少数外,都尽可能地在读者知识(主要是微积分、线性代数、概率论)许可的前提下,给出了必要的证明,以使读者不仅知其然,而

且知其所以然。这样做,不仅可以提高学生的学习兴趣,而且也便于对所学知识的理解和记忆。稍为复杂一点的定理证明通常都放在一章或一节之末尾,初学时可以暂时不看它们。

3. 适合自学。在整个教学安排中,要求高年级学生更多地进行自学,以更好地培养他们独立学习的能力。为适应此需要,本书对于每种管理优化技术的思想、原理和方法,都写得较为仔细,而且始终遵循由具体到抽象的认识论原则。当然,在要求学生自己动手之处,也设置了某些“障碍”。

本书的编写和出版得到了我校管理学院和经管系领导的积极支持,作者在此谨向他们致谢。这里我要特别感谢武汉大学教务处和武汉大学出版社,正是由于他们的决定性的支持,才使本书得以出版。

书中如有不妥之处,欢迎读者批评指正。

作者

于武汉大学

1993年4月

目 录

第二版前言	1
第一版前言	1
第一章 线性规划模型和单纯形法	1
§ 1.1 什么是线性规划	3
§ 1.2 求解线性规划问题的基本定理	11
§ 1.3 单纯形法的基本步骤	19
§ 1.4 人工变量法	31
§ 1.5 单纯形法应用的特例	41
§ 1.6 改进单纯形法	51
§ 1.7* 某些定理的证明	56
习题	62
第二章 对偶理论和灵敏度分析	66
§ 2.1 原问题与对偶问题	67
§ 2.2 原始-对偶关系的基本性质	72
§ 2.3 对偶单纯形法	80
§ 2.4 灵敏度分析	83
§ 2.5 对偶变量的经济解释	94
习题	99
第三章 运输问题	102
§ 3.1 运输模型	102

§ 3.2	初始基可行解的求法	107
§ 3.3	最优解的获得	111
§ 3.4	不平衡运输问题	117
§ 3.5	指派问题	119
习题.....		125
第四章 线性规划在管理中的应用.....		128
§ 4.1	生产管理	129
§ 4.2	市场销售	135
§ 4.3	金融与投资	137
§ 4.4	配料选取	141
§ 4.5	任务指派	142
§ 4.6	环境保护	144
习题.....		145
第五章 目标规划.....		149
§ 5.1	目标规划的模型	150
§ 5.2	目标规划的解法	155
习题.....		162
第六章 整数规划.....		164
§ 6.1	整数规划的应用	166
§ 6.2	整数规划的解法	173
习题.....		188
第七章 网络规划.....		191
§ 7.1	图论导引	191
§ 7.2	最小支撑树问题	196
§ 7.3	最短路问题	199

§ 7.4 网络上的最大流问题	208
§ 7.5 最小费用流问题	219
习题.....	223
第八章 网络计划	228
§ 8.1 网络计划的绘制	229
§ 8.2 时间参数的计算	235
§ 8.3 网络计划的调整和优化	240
§ 8.4 非肯定型网络计划	251
习题.....	253
主要参考文献	256
部分习题答案	258

第一章 线性规划模型和单纯形法

线性规划是运筹学的一个最基本的分支,它已成为帮助各级管理人员进行决策的一种十分重要的工具. 传统的管理只注重定性分析,已远远不能适应当今社会发展的需要. 现代化管理要求采用定性分析和定量分析相结合的方法,一切管理工作要力求做到定量化、最优化,于是就产生了各种各样的管理优化技术. 在诸多的管理优化技术中,线性规划是目前最常用而又最为成功的一种. 其原因有三:一是应用广泛,管理工作中的大量优化问题可以用线性规划的模型来表达. 二是模型较为简单,容易建立. 三是求解方法成熟. 1947年 G. B. Dantzig 已对一般的线性规划问题建立了解法,即单纯形法. 今天,用单纯形法解线性规划的计算机程序已大量涌现,致使在电子计算机上求解此类问题已十分容易.

线性规划在世界上各个工业化国家已经获得了极为广泛的应用,为那些国家的公司、企业节省了成千上万的资金. 那么它主要能用来解决什么样的问题呢? 简单地说,它的一种最大量、最普遍的应用就是研究有限资源的合理利用问题. 一个组织要进行许多活动(如一个企业要生产多种产品),这些活动往往要共同使用某些对该组织来说是稀少的、有限的资源. 因此该组织的管理部门经常面临这样一个问题:如何将这些资源科学地分配给各项活动,以使整个组织获得最大的效益? 资源分配问题有多种多样的具体形式. 为使读者了解线性规划究竟可以用来解决何种管理决策问题,

我们在此略举数例：

1) 某工厂可以同时生产数种产品. 这些产品的生产都要共同使用若干种资源, 而这些资源的供应量受到限制. 该厂生产部门的经理面临这样一个问题: 应如何合理安排生产计划, 才能既满足市场需求, 又能使本厂获得的利润最高?

2) 某企业现有一笔资金, 准备从许多种股票和证券中选择数种进行投资. 该企业财务部门的经理需要研究如何作出最优的投资决策, 以便获得最好的经济效益.

3) 某公司在许多地方设有仓库, 以便能及时满足用户的需要. 现有若干家商场打电话来, 要求该公司为他们送去某些商品. 公司销售部门的经理需要确定哪个仓库应发多少货给哪家商场, 以便使公司支付的总运费最少? (详见例 1.1-2).

4) 某公司计划明年新建四座厂房. 他们决定采用招标投标办法选择建厂单位. 现有 6 个建筑队来投标. 该公司需要确定应将哪座厂房分配给哪个队去承建, 才能使公司付出的总的建厂费用最少?

其他可用线性规划解决的问题还很多. 读者学完此书后可举一反三. 在第四章中我们还将专门讲述一些有关的应用.

单纯形法是在计算机上求解大型线性规划问题的一种有效而且可靠的方法, 在理论上是一重要成果, 但它不是多项式算法. 1979 年, И. Т. Карцян 提出了求解 LP 问题(线性规划问题)的多项式算法(称为椭球算法). 他证明了 LP 问题是存在多项式算法的. 但据计算机上试验结果看, 其迭代次数比单纯形法要多, 故实用价值并不大. 其后, 1984 年 Narendra Karmarkar 又提出了一种新算法. 相对于单纯形法来说, 这种新算法的根本作用何在, 尚待进一步检验.

总之, 单纯形法仍是我们求解 LP 问题的基本工具, 用它来进行优化后分析也非常有效.

下面我们将引入几个例子, 来说明什么是 LP 模型及有关基

本概念,然后在 § 1.2 叙述求解 LP 问题的基本原理. 由于这些定理的证明对初学者可能会感到有些困难,故将它们放在本章的最后一节. 基本原理只是给求解 LP 问题指明了道路,提供了理论基础,但并不能直接用来求解具体的 LP 问题. 为此在 § 1.3 专门讨论了求解 LP 问题的具体方法,即单纯形法. 这一节是本章的重点. 在单纯形法的推导中,我们是以已知一个 LP 问题的一个可行基为前提的,在一般情况下,如何寻找第一个可行基呢? 解决这一问题便是 § 1.4 的任务. 在 § 1.5 讨论了应用单纯形法的几个重要特例之后,接着介绍了效率有所提高的改进单纯形法. 最后一节是这一章中若干重要定理的证明.

§ 1.1 什么是线性规划

1.1.1 线性规划的简单例子和模型

一个实际问题的数学模型,就是依据客观规律,对该问题中我们所关心的那些量进行科学的分析,找出反映这些量之间的本质联系的数学关系式. 但一般说来,我们在工业、农业、交通运输、国防等各方面所遇到的实际问题是很复杂的,它们涉及的因素很多,要想建立包罗各种因素的数学模型,不仅不可能(因有些数量关系无法弄清楚),也没有必要. 一个可行的办法是择其主要者,加以讨论之. 虽然,一般说来,模型粗一点,它不太精确,而模型细一点,对实际事物的描述要准确一点,但后者带来的问题是:或者在理论上难以处理,或者在计算时工作量太大,耗费昂贵,所以,根据实际问题的具体情况,抓住主要矛盾,建立能保证精确度要求,又尽量简单的数学模型,是企业管理人员必须付出巨大努力才得以完成的任务.

由于实际的线性规划问题一般都是很复杂的,而我们现在还是刚刚开始学习这些问题,故为了使读者易于掌握建立线性规划

模型的方法,我们所选的例子都是经过大大简化的. 只要弄懂了这些简单的模型,今后遇到较为复杂的问题也就有办法了.

例 1. 1-1(饼干生产问题) 葱油饼干和苏打饼干是光华食品厂的两种主要产品. 经过对生产过程和现有资源的仔细研究后,该厂生产部门得知,有三种关键性设备,即搅拌机(记为 A_1)、成形机(记为 A_2)和烘箱(记为 A_3),制约着全厂的饼干生产. 他们并得到了如下一些技术资料:每生产 1 吨葱油饼干(简记为 I 型饼干)需要 A_1 工作 3 小时, A_2 工作 2 小时, A_3 工作 2 小时,而生产 1 吨苏打饼干(简记为 II 型饼干)的相应时间为 5,1 和 2 小时. 会计部门分析了该厂的各种生产数据,并订出了两种饼干的价格以后,提出每吨 I、II 型饼干可分别使该厂获利 5 百元和 4 百元. 根据销售部门提供的信息,目前这两种饼干在市场上都很畅销. 但由于各种条件的限制, A_1, A_2, A_3 每天可供利用的工时分别不能超过 15,5 和 11 小时. 这些情况均列入表 1.1 中. 现问该厂应如何安排每天 I、II 型饼干的生产量,才能做到充分利用现有资源,使本厂获得最高的利润?

表 1.1

单位时耗 资 源	产 品		现有工时
	I	II	
搅拌机/小时	3	5	15
成形机/小时	2	1	5
烘箱/小时	2	2	11
利润/(百元/吨)	5	4	

解 用 x_1, x_2 分别表示 I、II 型饼干每天的生产量,以吨为单位. 根据每种饼干对资源的消耗情况和现有的资源数量,我们可得如下的三个不等式:

$$3x_1 + 5x_2 \leq 15, \quad (\text{搅拌机限制})$$

$$2x_1 + x_2 \leq 5, \quad (\text{成形机限制})$$

$$2x_1 + 2x_2 \leq 11. \quad (\text{烘箱限制})$$