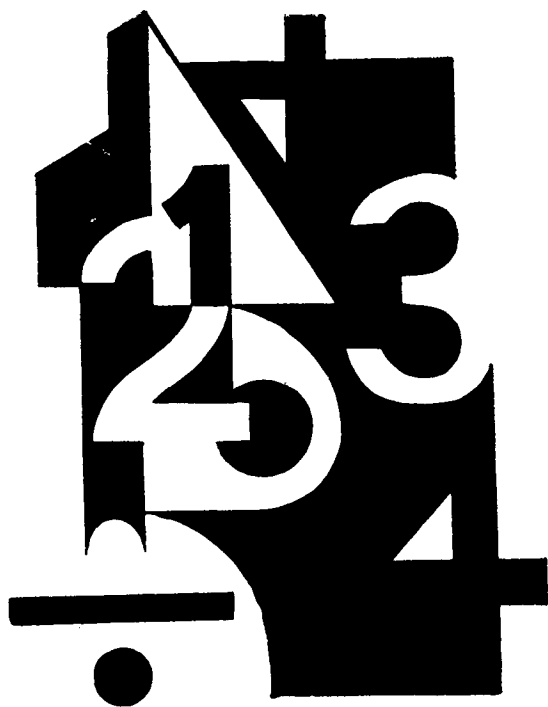


数学哲学



史蒂芬·巴克尔著 韩光焘译 肖阳校



数 学 哲 学

新 知 文 库 27

史蒂芬·巴克尔著

韩光焘译 肖阳校

生活·读书·新知三联书店

责任编辑：袁 春

封面设计：叶 雨

封面画：张学平

Stephen Barker

PHILOSOPHY OF MATHEMATICS

Prentice-Hall, Inc

新 知 文 库

数 学 哲 学

SHUXUE ZHEXUE

〔美〕 史蒂芬·巴克尔 著

韩光焘 译

肖 阳 校

生活·读书·新知三联书店出版发行

北京朝阳门内大街166号

新 华 书 店 经 销

牛 栏 山 印 刷 厂 印 刷

787×960毫米32开本 7.125印张 105,000字

1989年3月第1版 1989年3月北京第1次印刷

印数0,001—5,000

定价：3.00 元

ISBN7—108—00121—7/B·37

据其自撰奇想之论推讲，
难知何是似是而非之说。

——布莱克

DAF 75/01

序

在古代，数学就为哲学思考提供了丰富的养料，到了近代，情况更是如此。数学哲学目前是哲学中一个困难的并且充满争论的分支。通过不断的研究推敲，数学技术方面新颖而深刻的结果已经推翻了许多旧的偏见，这导致了一次理智的进步，这在以后回顾起来可能会被看作是思想史上的一次重大的理智进步。但是，如果我们自信已经确切地理解了这些技术上的结果在哲学上的意义，那还为时过早。有一点是清楚的：在对现代数学技术上的发展完全无知的情况下是不可能进行数学哲学问题的有效讨论的。因此，本书试图采取一种折衷的办法：一方面要对数学和数理逻辑中的结果提供某种非形式的讨论；另一方面还要对这些结果作一番哲学的思辨。将与几何学相关的问题和与数相关的问题分别进行考察，并不是因为这是划分现代数学的好办法——它的确不

是——而是因为哲学家们关于数学的各种问题是按这两个标题分开来讨论的。

近几十年来，哲学家们频频写出论述数学的著作来，但是在他们的一些流行的解释中，某些令人误入歧途的过分简单化已经变得根深蒂固。这样，他们常常断言，数学定理必定是分析的仅仅因为它们是从其公理演绎地推导出来的；他们常常断言，抽象系统的公理定义了它的初始词项；他们常常断言，非欧几何学的发展明确表明康德关于空间的哲学是错误的；他们还常常断言，数学真理与数学存在不是别的，就相当于从公理出发的可演绎性。所有这些断言都是我试图避免的那些使人误入歧途的过分简单化。如果读者发现我犯了用我自己的另一些简单化代替它们的错误，那么，我至少可以回答说，在哲学中从旧的陋见到新的粗识有时也是一种进步。

对于我的妻子，伊菲伦·玛西·巴克尔博士给予的鼓励及其对本书底稿的帮助，我表示感谢。

“文化·中国与世界”

编委会

主 编：甘 阳
副 主 编：苏国勋
刘小枫

编 委：
于 晓 王 庆 节
王 炜 王 焱
方 鸣 甘 阳
纪 宏 刘 小 枫
刘 东 孙 依 依
杜 小 真 苏 国 勋
李 银 河 何 光 沪
余 量 陈 平 原
陈 未 陈 维 纲
陈 嘉 映 林 岗
周 国 平 赵 一 凡
赵 越 胜 徐 友 渔
钱 理 群 黄 子 平
郭 宏 安 曹 天 宇
阎 多 克 梁 治 平

本书责任编辑：徐友渔



目 录

序 1

第一章 导论 1

关于数学的哲学问题 (1), 先天的与经验的知识
(5), 分析的与综合的知识 (14), 语言构造的开放
性 (21)

第二章 欧几里得几何学 29

埃及人与希腊人 (29), 欧几里得的程序 (32), 欧
几里得的公设 (35) 欧几里得的公理和定义 (38), 欧
几里得的定理 (42), 演绎系统的现代观 (44), 公理化
的动机 (48), 作为先天知识的几何学 (51), 作为综
合知识的几何学 (57)

第三章 非欧几里得几何学 64

欧几里得第五公设 (64), 萨克里 (67), 罗巴切夫斯
基几何学 (70), 黎曼几何学 (71), 一致性问题 (75),
欧几里得《原本》中的逻辑空缺 (76), 以抽象的方式

看待下的演绎系统(80), 未解释的几何学及其解释(83), 不一致性(90), 将几何学解释为经验的知识(96), 将几何学解释为先天的知识(101), 先天解释的意义(105)

第四章 数与数的确实论哲学..... 113

自然数(117), 定义较高类型的数(123), 超穷数(128), 我们应当解释数的理论吗?(136), 唯名论(142), 概念论与直观主义者(147), 实在论与逻辑主义命题(159)

第五章 走向数的非确实观..... 167

悖论(168), 类型论(174), 避免悖论的其它方法(182), 形式化的演绎系统(187), 不完全性(192), 形式主义(199), 作为分析陈述的数的定律(204)

进一步的阅读书目..... 214

第一章 导 论

关于数学的哲学问题

自从在古希腊人当中开始有哲学以来，数学就已成为哲学问题的一个重要的来源。对于古希腊人来说，数学中最优越的是几何学；但是如果用传统的方式研究几何学，从一开始就会自然地涌现出一大堆哲学问题来。欧几里得将点定义为“没有部分的东西”。但是对这一定义应如何理解呢？没有部分的东西的存在不是不可能的吗？我们能够看见它们或者对它们有所了解吗（如果这种东西存在的话）？人们常常将欧几里得几何学看作是对于物理世界的描述；但我们似乎很难相信这个世界能够由点构造出来，因为，如果点是没有广延的那么即使无限多的点也不足以构成一部分空间来。这样，点是不是只是我们心灵中的观念呢？

它们是否是我们用以欺骗我们自己的虚构呢？或者，它们是实在的东西，然而却是那种不可观察的实在的东西？无论是在哪一种情况下，为什么几何学的原理都可以被建筑师和工程师应用于这个世界呢？在这里存在着几个相互关联着的问题：第一个问题是，几何学中的词项具有什么样的意义；另一个问题是，几何学的原理究竟是否是真的；第三个问题是，在几何学的范围内我们为什么确实能够获得知识；第四个问题是，为什么几何学能够应用于可观察的世界。

非欧几何学的兴起使得这些问题变得更加尖锐。如果包含有与欧几里得几何学定理在逻辑上相矛盾的定理的几何学在数学上是合法的，那么数学真理这一概念会变成什么样子呢？当一个定理和另一个定理不相容时，它们不可能都是真的。是不是数学家不再关心真理了呢？而如果几何学不是在探求关于空间的真理，那么我们将很难看出研究几何学能有什么意义。

考虑关于数的数学，各种各样类似的问题也出现了：它所使用的词项的意义是什么，它有可能获得真理吗，以及，在事实上数学的这一分支所探求的究竟是不是真理；还存在这样的问题：

数的数学所涉及的是什么性质的知识(如果存在任何知识的话),以及有关数的定理是怎么能够应用于实在的;对于数的数学来说,也还出现了某些更深层次的并且很不一样的问题,数学中的存在问题。我们知道,几何学中的原理都可以理解为不断定任何东西之存在的假设性原理:“如果存在一个三角形的图形,那么它的诸角之和等于两直角。”我们不必认为几何学包含诸如:

“这里存在一个三角形”这样的定理。而另一方面,在数的数学中存在许多似乎是断定事物之存在的定理;譬如,“存在正好一个数 y ,使得 x 乘 y 等于 x ,无论 x 是什么数。”这种定理似乎明确地断定了某种东西(数1)的存在,因此这个定理不能象几何学中的定理那样轻易在假设性的意义上来理解。但是,这里所涉及的是一种什么样的存在呢?数学的这一部分所处理的是一种什么样的实在呢?这种存在陈述可以仅仅在字面意义上加以理解吗?或者必须在相当大的程度上将它理解为一种比喻?

这些都是哲学问题,因为它们涉及的是关于意义、真理、实在和知识的一些非常普遍而基本的问题。实际工作中的数学家,由于所关心的只

是如何推广他们的课题，通常对于这些有关数学基础的问题往往浅尝辄止。有的人可能会这样说，“是的，这恰恰是数学家值得称赞的地方。因为这些设想出来的‘问题’都是一些导致混乱的假问题。关于数学的这类哲学思辨是毫无意义的。”不过，这种看法确实太武断了一些。或许哲学家对于数学所感觉到的困惑大部分都是由这种或那种误解引起的；但是这些问题仍然是真正严肃的理智上的问题，因为问题所赖以产生的那些误解都是一些重要的有一定说服力的误解，而并非那些容易消除的庸人自扰的误解。这些问题应当得到研究和解决，而不应当就这样扔在一边。对于难解之结砍剥一通而不予以解开的人肯定转眼就会陷入它的缠缚之中。

在此我们可以将数学哲学和宗教哲学作一个比较。仔细考察一番千百年来笃信宗教者与哲学家对于上帝的论述，我们可以得到的一个可能的结论是，宗教中的论述基本上是混乱而矛盾的，最终是没有多少意义的。尽管可能得出这样一个否定性的结论，但这并不意味着关于宗教的哲学问题就不值得讨论了；决不是那么回事。因为，如果宗教中的思想是混乱的，那么无论如何它的混

乱也是对人类理智的某些强烈而深刻的倾向的反映；而只有找到并且理解了这些倾向的根源之所在，导致混乱的这些倾向才可能得到抑制^①。对于数学的哲学也可以这样说。

先天的与经验的知识

在直接讨论数学哲学的任何特殊问题之前，让我们首先考虑某些区分，它们对于哲学家来说一直非常重要，并且构成了数学哲学中许多讨论的基础。第一个为哲学家长期注意的区分是所谓的先天的(a priori)知识与经验的或后天的(a posteriori)知识之间的区分。从历史传统上来看，理性主义哲学家主张，先天知识比经验知识重要得多；而经验主义哲学家则取相反的观点。数学哲学中的一个基本问题就是，数学知识究竟是先天的还是经验的(假定这种知识确实是在数学范围内获得的)。然而，这两种知识的区分究竟是一种什么样的区分，始终没有一个清楚的解释。“经验的”这个词项的意思是“根据经

^① 关于宗教思想的一致性的讨论，参看J.希克的《宗教哲学》第六和第七章。(该书中文译本有《新知文库》中何光沪所译《宗教哲学》，可参阅。——校者)

验的”，而“先天的”意思是“可先于经验而得来的”，但是对于这两个短语又该如何理解呢？

从前的哲学家有时将先天知识和经验知识的区分与所设想的先天概念和经验概念的区分混为一谈，并且认为包含经验概念的知识必定是经验知识，而包含先天概念的知识必定是先天知识。经验概念被认为是心灵从感觉经验里“所与的”(given)东西中抽象出来的观念。而先天概念被认为是心灵不用这种方式所得到的观念。可是，这种看法有两个缺点，首先，即使先天概念和经验概念之间的区分是说得通的，但肯定还可能存在着不能完全用经验概念来表达的经验知识和不能完全用先天概念来表达的先天知识。第二，更为重要的是，经验概念和先天概念之间的区分根本就说不上通。它所依据的是关于“抽象”的一种粗糙而陈旧的心理学理论——即认为“抽象”是心灵可以施加于经验里“所与的”东西之上的一种半机械的过程。这个理论也不提示我们如何才能决定哪些概念可以，哪些概念不可以从感觉经验里“所与的”东西中抽象出来。哲学家们通常都同意，当一个人看到红的东西时他的心灵可以“抽象”出“所与的”红性(redness)观念，而当他看到一

件善的事情时，他的心灵就不能从中抽象出善的观念来；但是，为什么人们有必要认为两种情况是以上面这种方式相异的，哲学家对此不能给出一个一致的解释来。由于这种陈旧心理学的影响，先天知识与经验知识之间的区分被弄得含糊不清了。让我们用一种更为有效的方式来表述这个区分吧。

假设某人知道渡鸦是黑的，凯撒生于卡里古拉之前，氢分子恒由两个原子构成，或者，明天将有大风。这些都是哲学家所谓的经验的知识的明确范例。其中每一项知识都是在下面这个意义上依据于经验的，即要想知道这些事实中的任何一项，一个人不仅必须理解它的涵义是什么而且还必须掌握从感觉经验取得的证据——也就是，关于所曾见、或所曾听或所曾触或所曾闻或所曾尝的证据。为了知道渡鸦是黑的，我不仅必须理解这是什么意思，我还必须看见过渡鸦，或者看见过它们掉下来的羽毛，或者听到过曾经见过这样的东西或这类东西的观察者的报导。当然，即使没有证据一个人也可以相信渡鸦是黑的，凯撒生于卡里古拉之前，氢的分子恒由两个原子构成，或者，明天将有大风。但是，当信念

缺乏证实①(justification)时，信念即使是真的也不是知识。关键在于，只有感觉观察才能够提供这种证实。它使人有权说他知道这样一些事实。如果我们没有关于渡鸦的任何观察证据，那么，说我知道它们是黑的，就肯定是一种不老实的说法。如果我们不是在由感觉经验所获得的证据的基础上知道这一类事物的，却声称知道这类事物，那将是一种自相矛盾的说法。总之一句话，我们可以将经验知识定义为需要来自经验的证实的知识。

不过，对于知识来说，还有另外一些例子，它是不以这种方式依赖于经验的知识。假设某人知道渡鸦是鸟，凯撒或者生在卡里古拉之前或者不生在卡里古拉之前，氢的分子是分子，或者，如果明天有风暴(storm)，就将有大风(gale)。这些都是哲学家们所谓的先天知识的明确范例。一个人不必直接或间接地观察渡鸦就有权说，他知道所有的渡鸦都是鸟；要知道凯撒或者是生在卡里古拉之前或者不是生在卡里古拉之前，他并不需要去查阅罗马史；要知道氢分子是分子，他也不必去

① 也有人将此译为“辨明”以与逻辑经验主义的“证实”(verification)相区别。——校者