根据人教版最新教材编写

NEW 1本通 yibentong

初二数学

新一本通

xinyibentong

试用修订版

◎主 编：田京爱

◎吉林人民出版社

新一本通

根据人教版最新教材编写

初二数学

试用修订版

◎主　编／田京爱
◎编者／田京爱　张红芹　赵　蕾　隋泓波
何　震　于漫红　曹　进　袁晓娟　刘晓歆　于宝春

◎吉林人民出版社

（吉）新登字 01 号

新一本通·初二数学（试用修订版）

主　　编　田京爱
责任编辑　张长平　王胜利　　　封面设计　魏　晋
责任校对　唐晓明　孙　丹　　　版式设计　王胜利

出 版 者　吉林人民出版社
（长春市人民大街 124 号　邮编 130021）
发 行 者　吉林人民出版社　0431－5678541
印 刷 者　北京市通县长凌营印刷厂

开　　本　850×1168　1/32
印　　张　11.625
字　　数　336 千字
版　　次　2002 年 6 月第 1 版
印　　次　2002 年 6 月第 1 次印刷
印　　数　1—30100 册

标准书号　ISBN 7－206－03994－4/G·1236
定　　价　14.00 元

出版说明

chubanshuoming

新一本通

打造教辅书精品

重塑《一本通》辉煌

当年我社出版的《一本通》系列丛书曾以丰富的内容，新颖的命题受到广大师生的喜爱，一时间在教辅市场迅速走红，热销全国，九九年《人民日报》、《光明日报》、《中国教育报》等八大媒体纷纷撰文报导这一出版盛事。面对赞誉，我们更加全面剖析了《一本通》的不足，为使该书在质量上更上一个层次，我们的编辑人员深入市场调研，走访老师学生，广泛征求意见。经过一年多的潜心研究和精心策划，我们聘请了山西、吉林两省著名学校的一线优秀老师，根据最新教材对《一本通》进行重新编写。《新一本通》系列丛书又以崭新的面貌与读者见面了。

在编写、出版过程中，我们注意了以下几点：

一、全新创意，注重讲练结合

讲、问、练、解、测立体化学习模式，从课内到课外，从讲解到练习，对学习过程中的每个细节都进行优化设计，有利于减轻学习负担。

二、全新理念，注重提高素质

"寓学于乐"，把枯燥乏味的知识和小问题、小专题、小实验结合起来，使之趣味化，艺术化。把学生被动学习变为主动参与，让学生切实地掌握知识，提高应用水平，培养学习兴趣，增强整体素质。

三、全新体例，注重本书结构的优化

本套丛书，每单元为五个栏目：

1、问题的提出

此部分内容有重点地提出问题，启动学生思维，使学生抓住学习要点。

2、知识讲解

此部分内容注重知识讲解，真正贯穿知识的连贯性、延续性、完整性，编写时不是简单的述说，而是有针对性地讲解，讲出知识的精华。

3、典例剖析

此部分内容重点指导解题方法与技巧。精选具有代表性、典型性的例题，深入浅出地分析、讲解，并及时总结此类题型的解题规律，传授解决问题的办法。另外，还设有类型题拓展，让学生活学活用，学会迁移。

4、强化训练

此部分内容注重课内知识的训练，略有扩展，通过对“双基”的强化训练，使学生客观地检测自己课堂知识的掌握程度，及时发现问题，巩固所学知识。

5、单元测试

此部分内容对每章、每单元的知识进行系统化、网络化的总结训练，以提高学生的综合能力。题型、题量均按中考，高考标准设置。

四、难易适中，注重设题的三个梯度

该丛书在编写时，层次分明。基础题、提高题、拔高题均按3：5：2的标准编写，无论是一般学生还是优秀学生都能在本书找到符合自己兴趣的新颖题。

尽管我们作了努力，但限于能力和水平，错误与不足之处仍将难免，恳请广大师生批评指教。

吉林人民出版社综合部

2002年6月

[redacted]

目　录

代数部分

几何部分

代数部分

第八章　因式分解

8.1　提公因式法

问题的提出

1. 什么叫因式分解？

2. 因式分解与整式乘法之间的联系和区别是什么？

3. 如何找各项的公因式？

4. 如何用提公因式法进行因式分解？

知识讲解

1. 因式分解与整式乘法的关系

很多数学问题的解决，都依赖于式子的变形，有的问题直接依赖于多项式的因式分解. 把一个多项式化为几个整式的积的形式叫做因式分解. 因式分解和整式乘法一样，也是一种恒等变形. 因式分解是把和差形式化为积的形式，而整式乘法是把积的形式化为和差形式，它们是互逆的两个过程.

2. 用提公因式法因式分解的理论依据是乘法分配律，用提公因式法进行因式分解的关键是准确地找出多项式中各项的公因式.

3. 找公因式的方法

(1)系数——各项系数的最大公约数；

(2)字母——各项都含有的相同字母；

(3)指数——相同字母的最低次幂.

典例剖析

例 1　下面的四个变形中，可以判定为因式分解的是　　　　(　　)

A. $6a^2b^3=2ab^2\cdot 3ab$

B. $x^2-4xy+12xy^2=x(x-4y)+12xy^2$

C. $a-b=\frac{1}{a+b}(a-b)(a+b)$

D. $m^4+m^2+1=(m^2+m+1)(m^2-m+1)$

分析 (1)因式分解是对多项式进行的，$6a^2b^3$ 是单项式，它本身就是几个幂的积，因此，不存在进行因式分解的问题，故 A 错误.

(2)因式分解是把多项式化为几个整式的积，而 B 中等号的右边是 $x(x-4y)$ 与 $12xy^2$ 的和，所以它也不是因式分解.

(3)因式分解的变形是在整式中进行的，所以 C 错误. 故选 D.

说明 判断是否为因式分解需要抓住三个要点：(1)是否为恒等变形；(2)等式的右边是否是几个整式的积的形式；(3)变形后的每个因式在有理数范围内能否再分解.

例 2 把多项式 $3a^2b^3-9a^3b$ 分解因式.

分析 系数的最大公约数是 3，相同字母是 a，b，相同字母的最低次幂的因式是 a^2b，所以公因式为 $3a^2b$.

解 $3a^2b^3-9a^3b=3a^2b(b^2-3a)$.

说明 在运用提公因式法因式分解时，应把各项的公因式"一次提净"，如 $3a^2b^3-9a^3b=3a^2(b^3-3ab)$ 的变形中虽然提出了公因式 $3a^2$，但还有公因式 b，还需继续提取.

例 3 把多项式 $24x^3+16x^2y-8x^2$ 分解因式.

分析 各项的公因式为 $8x^2$，提取公因式.

解 $24x^3+16x^2y-8x^2$

$=8x^2\cdot 3x+8x^2\cdot 2y-8x^2\cdot 1$

$=8x^2(3x+2y-1)$.

说明 本例的特点是各多项式中，有一项本身就是公因式. 做这类问题时，因为这一项与公因式的商为 1，所以注意不能漏写这个 1. 实际上，对于一个没有同类项的多项式的项数来说，提公因式的前后，既不能增加，也不能减少，即项数相等.

例 4 把多项 $-27m^2n+9mn^2-18mn$ 分解因式.

分析 这里第一项的系数是负的，所以提公因式时，也一般提取"－"号，所以公因式为 $-9mn$.

解 $-27m^2n+9mn^2-18mn$

$=-9mn\cdot 3m+(-9mn)\cdot(-n)+(-9mn)\cdot 2$

$=-9mn(3m-n+2)$.

说明 在提出"—"号时，多项式的各项都要变号.

例 5 把多项式 $x^{n-1}y^n-x^ny^{n-1}$（n 为大于 1 的整数）进行因式分解.

分析 因为相同字母的指数分别是 $n-1$ 与 n，而显然有 $n-1<n$，即相同字母的最低次幂为 $n-1$，因此，它的公因式为 $x^{n-1}y^{n-1}$.

解 $x^{n-1}y^n-x^ny^{n-1}$

$=x^{n-1}y^{n-1}\cdot y-x\cdot x^{n-1}y^{n-1}$

$=x^{n-1}y^{n-1}(y-x)$.

说明 本题如果不认真审题，很容易出现把 x^ny^n 看作公因式的错误.

例 6 把多项式 $a(x+y)-b(x+y)-c(x+y)$ 分解因式.

分析 把 $(x+y)$ 看作一个整体，比如字母 m，则原多项式就是 $am-bm-cm$，因此，它的公因式为 m，所以原题的公因式为 $x+y$.

解 $a(x+y)-b(x+y)-c(x+y)$

$=(x+y)(a-b-c)$.

说明 公因式可以是单项式，也可以是多项式，当公因式是多项式时，可以把它看成一个整体.

例 7 把多项式 $a(x-2y)-2(2y-x)$ 分解因式.

分析 应先找出 $a(x-2y)$ 与 $2(2y-x)$ 的公因式，因为 $2y-x=-(x-2y)$，所以原式可化为 $a(x-2y)+2(x-2y)$，因此本例的公因式为 $x-2y$.

解 $a(x-2y)-2(2y-x)$

$=a(x-2y)-2\cdot[-(x-2y)]$

$=a(x-2y)+2(x-2y)$

$=(x-2y)(a+2)$

说明 在本例中利用了 $b-a=-(a-b)$ 的关系，一般地，当多项式是公因式时，下列变形经常用到：

(1) $(a+b)^n=(b+a)^n$（n 为正整数）；

(2) $(a-b)^{2n}=(b-a)^{2n}$（n 为正整数）；

(3) $(b-a)^{2n+1}=-(a-b)^{2n+1}$（$n$ 为正整数）.

例如：$(3a-x)^4=(x-3a)^4$，$(2+y)^3=(y+2)^3$，$(x-y)^5=-(y-x)^5$.

例 8 把多项式 $mn(m-n)^3-m(n-m)^2$ 分解因式.

分析 因为 $(n-m)^2=(m-n)^2$，所以公因式为 $m(m-n)^2$.

解 $mn(m-n)^3-m(n-m)^2$

$=mn(m-n)^3-m(m-n)^2$

$=m(m-n)^2(mn-n^2-1)$.

例 9 利用因式分解计算：$1.13\times2.5+2.25\times2.5+0.62\times2.5$.

分析 本题要求三个积的和，而每个积中都有因式 2.5，所以如果提出 2.5，其他的数就能合并成较整的数，便于运算.

解 $1.13\times2.5+2.25\times2.5+0.62\times2.5$

$=2.5\times(1.13+2.25+0.62)$

$=2.5\times4$

$=10$.

说明 因式分解的应用很广泛，包括数的简算也可以利用因式分解来做，应用时要抓住题的特点，合理运用.

强化训练

一、选择题

1. 下列从左到右的变形中，是因式分解的是 （　　）

A. $a^2b-5ab+9b=ab(a-5)+9b$

B. $(x+1)(x-1)=x^2-1$

C. $x^2-2x-3=(x+1)(x-3)$

D. $x^2-1+y^2=(x-1)(x+1)+y^2$

2. 代数式 $-6ab^2+18a^2b^2-12a^3b^2c$ 的公因式是 （　　）

A. $6ab^2c$　　B. $-ab^2$　　C. $-6ab^2$　　D. $-6a^3b^2c$

3. 下列各式中，能用提公因式法分解的是 （　　）

A. $2m^2n+4n^2-3m^2$

B. $xyz-abc$

C. $5(p+q)^2x-2x^2(p+q)(p-q)+3(p-q)^2$

D. $9x^2(m-n)-y(n-m)$

4. 观察下列各组式子，有公因式的是 （　　）

①$a+b$ 和 $2a+b$；　　②$5m(a-b)$ 和 $-a+b$；

③$3(a+b)$ 和 $-a-b$；　　④$(a+b)^2$ 和 $2x(a^2+b^2)$.

A. ①,②　　B. ②,③　　C. ③,④　　D. ①,④

5. 将多项式 $-7ab-14abc+49abd$ 分解因式，提公因式 $-7ab$ 后，另一个因式是 （　　）

A. $1+2c-7d$　　B. $1-2c-7d$　　C. $-1+2c+7d$　　D. $-1-2c+7d$

6. 多项式 $x^{2n}+x^n$ 提取公因式 x^n 后，剩下的因式是 （　　）

A. x^2　　B. x^{2n}　　C. x^2+1　　D. x^n+1

7. 下列因式分解正确的是　　(　　)

A. $6(x-2)+x(2-x)=(x-2)(6+x)$

B. $x^3+2^2+x=x(x^2+2x)$

C. $a(a-b)^2+ab(a-b)=a(a-b)$

D. $3x^{n+1}+6x^n=3x^n(x+2)$

8. 分解因式 $a(a-b-c)+b(c-a+b)+c(b-a+c)$的结果是　　(　　)

A. $(a-b-c)(a+b-c)$　　B. $(b+c+a)^2$

C. $-(a-b-c)^2$　　D. $(a-b-c)^2$

9. 下列各式从左到右变形正确的是　　(　　)

A. $(1-x)(y-1)=-(x-1)(y-1)$

B. $-m^2+y^2=-(y^2-m^2)$

C. $-a-b=-(a-b)$

D. $(m-n)^2=-(n-m)^2$

10. 将多项式 $a(x-y)+2by-2bx$ 分解因式，正确的结果是　　(　　)

A. $(x-y)(-a+2b)$　　B. $(x-y)(a+2b)$

C. $(x-y)(a-2b)$　　D. $-(x-y)(a+2b)$

11. 分解因式 $a^n-a^{3n}+a^{n+2}$的结果是　　(　　)

A. $a^n(1-a^3+a^2)$　　B. $a^n(a^2-a^{2n})$

C. $a^n(1+a^2-a^{2n})$　　D. $a^n(a^2+a^{2n})$

12. 计算 $978\times95+978\times5$，最简单的方法是　　(　　)

A. $978\times95+978+5=978\times(95+5)=978\times100=97\ 800$

B. $978\times95+978\times5=978\times5\times(19+1)=978\times(5\times20)=97\ 800$

C. $978\times95+978\times5=5\times(978\times19+978)=5\times(18\ 582+978)=97\ 800$

D. $978\times95+978\times5=92\ 910+4\ 890=97\ 800$

二、填空题

1. $4x^2y^3z-12x^3y^4$ 的公因式是________.

2. $-4m(m+n)^2$，$12mn(m+n)^2$ 的公因式是________.

3. $(a-b)^n-3(a-b)^{n-2}$的公因式是________.

4. $-24x^3y^2-12x^2y^3+6x^2y^2$ 的公因式是________.

5. $2mn+2mx=$________$(n+x)$.

6. $\frac{2}{3}xy^2+\frac{1}{3}xz^2=$________$(2y^2+z^2)$.

7. $5a^2+10a^3=5a^2(\_\_\_\_\_\_\_\_)$.

8. $8m^2n-2mn=2mn(\_\_\_\_\_\_\_\_)$.

9. $-m^2-2m^2n+mn^2=-m(\_\_\_\_\_\_\_\_)$.

10. 在下列各式的等号左边的括号前填入正号或负号,使左边与右边相等

①$a-b=(\quad)(b-a)$; ②$2x-3y=(\quad)(3y-2x)$;

③$(2m+n)=(\quad)(n+2m)$; ④$-a-b=(\quad)(b+a)$;

⑤$(x-2y)^2=(\quad)(2y-x)^2$; ⑥$(x-2y)^3=(\quad)(2y-x)^3$;

⑦$-a^2+b^2=(\quad)(b^2-a^2)$; ⑧$-m^2+n^2=(\quad)(m^2-n^2)$;

⑨$(a-1)(1-b)=(\quad)(a-1)(b-1)$;

⑩$(a-1)(b-1)=(\quad)(1-a)(1-b)$.

三、因式分解

1. $2x^3-4x^2$
2. $a^3b^3+a^2b^2-ab$
3. $30a^2b^3-15ab^4-10a^3b^2$
4. $m-m(m+a)$
5. $-16x^4-32x^3+56x^2$
6. $-15ax-20ay$
7. $4x^{2+n}+20x^n$
8. $15x^{2n+3}-25x^{n+1}-5x^n$
9. $\frac{8}{27}x^3y^2-\frac{4}{9}xy^3$
10. $a^2b^2-\frac{1}{4}ab^3$
11. $x^4+x^3+x^2$
12. $-4a^3b^2+6a^2b-2ab$

四、因式分解

1. $a(x+y)-3(x+y)$
2. $m(a-b)+n(b-a)$
3. $4y^2(1-m)-2y(m-1)$
4. $q-p+m(p-q)$
5. $(a+b)-(a+b)^2$
6. $3(y-x)^2+2(x-y)^2$
7. $(a+b)(x+y)-(a+b)(x-y)$
8. $(a-b)^2-2ab(a-b)$
9. $x+y-(2x-y)(x+y)$
10. $m(m+n)(m-n)-m(m+n)^2$
11. $x(x-y)(a-b)-y(y-x)(b-a)$
12. $3(a+b)(a-b)(x+y)-(a+b)(a-2b)(x+y)$
13. $4a(x-2)^2-2b(2-x)^3$
14. $-3a(x-1)-2b(1-x)+c(1-x)$
15. $(b+c)x+(c+a)x+(a+b)x$
16. $a^3(b+c-d)-a^2b(c+d-a)-a^2c(d+a+b)$

五、利用因式分解计算

1. $72.5\times75-53\times75-75\times30.5+75\times21$
2. $3^{2\,000}-5\times3^{1\,999}+6\times3^{1\,998}+2\,002$

六、利用因式分解解方程

1. $3x^2-6x=0$

2. $5x(x-2)-4(2-x)=0$

七、解答题

1. 已知 $x+y=7$，$xy=9$，求 x^2y+xy^2 的值.

2. 已知 $a+b=1$，$ab=-\frac{1}{2}$，求：$a(a+b)(a-b)-a(a+b)^2$ 的值.

3. 如图 8 - 1，已知：$a=8.4$，$b=3.2$，求阴影部分的面积.

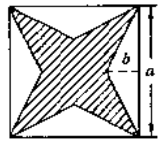

图 8 - 1

8.2 运用公式法

问题的提出

1. 我们学习了哪些因式分解公式?
2. 这些公式在结构上分别有哪些特点?
3. 哪些多项式可考虑用公式法分解因式?

知识讲解

1. 三个因式分解公式和它们的特点

平方差公式：$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$；

完全平方公式：$a^2\pm 2ab+b^2=(a\pm b)^2$.

平方差公式适用于两项式的因式分解，完全平方公式适用于三项式的因式分解，公式中的 a，b 在具体分解时，可以是某个数或式.

2. 另外，在运用公式法因式分解时，还常用到 $(ab)^n=a^nb^n$ 和 $(a^m)^n=a^{mn}$ 和它的逆变形 $a^nb^n=(ab)^n$，$a^{mn}=(a^m)^n$，如：$a^2b^2=(ab)^2$，$a^6=(a^3)^2$，应熟练掌握.

典例剖析

例 1 把下列各式分解因式.

(1) $16a^2-9b^2$； (2) $\frac{16}{49}x^2-0.25y^2$； (3) $-a^2+\frac{1}{9}b^2$.

分析 本题中的三道小题都是二项式，而且两项的符号恰好相反，它们都能写成某数或某式的平方的形式，因此符合平方差公式的特征，可运用平方差公式进行因式分解.

[redacted]

解 (1) $16a^2-9b^2$

$=(4a)^2-(3b)^2$

$=(4a-3b)(4a+3b)$;

(2) $\frac{16}{49}x^2-0.25y^2$

$=(\frac{4}{7}x)^2-(0.5y)^2$

$=(\frac{4}{7}x-0.5y)(\frac{4}{7}x+0.5y)$;

(3) $-a^2+\frac{1}{9}b^2$

$=\frac{1}{9}b^2-a^2$

$=(\frac{1}{3}b)^2-a^2$

$=(\frac{1}{3}b-a)(\frac{1}{3}b+a)$.

说明 要注意解题步骤，最好先将 $16a^2$ 写成 $(4a)^2$，$9b^2$ 写成 $(3b)^2$，避免出现类似于 $16a^2-9b^2=(16a-9b)(16a+9b)$ 这样的错误．另外，(3)题中的第一项含有“－”号，因此在分解因式时，要将其与第二项交换位置，再利用公式进行因式分解．

例 2 分解因式 $4(x+2)^2-9(x+3)^2$.

分析 本例题从形式上可看成是两项，符合平方差公式的特征．其中，$2(x+2)$ 相当于公式中的 a，$3(x+3)$ 相当于公式中的 b．运用平方差公式可分解因式．

解 $4(x+2)^2-9(x+3)^2$

$=[2(x+2)]^2-[3(x+3)]^2$

$=[2(x+2)-3(x+3)][2(x+2)+3(x+3)]$

$=(-x-5)(5x+13)$

$=-(x+5)(5x+13)$.

说明 (1)公式中的 a、b 可以是数、单项式或多项式，只要符合公式的特征，就可以运用平方差公式进行因式分解；

(2)运用公式分解因式后，如因式中有同类项，应予以合并；

(3)如果因式分解的结果是几个多项式的乘积，一般应保持每个多项式的首项符号是正的，如果需将“－”号提到因式的括号外面，那么应把“－”写在答案的最前面．

例 3 把下列各式分解因式

(1)$-1+16m^4$； (2)x^4-x^2.

分析 (1)小题应将所给两项交换位置后再进行因式分解；(2)中，有公因式，所以需先提出这个公因式，再进一步分解因式.

解 (1)$-1+16m^4$

$=16m^4-1$

$=(4m^2-1)(4m^2+1)$

$=(2m-1)(2m+1)(4m^2+1)$；

(2)x^4-x^2

$=x^2(x^2-1)$

$=x^2(x-1)(x+1)$.

说明 如果多项式的各项含有公因式，那么先提公因式再分解. (1)小题运用两次平方差公式才将因式分解完成.

例 4 把下列各式分解因式

(1)x^2+6x+9； (2)$m^2+\frac{1}{4}n^2-mn$； (3)$-x^2-4y^2-4xy$.

分析 (1)，(2)小题都是三项式，都符合完全平方公式，因此可以运用完全平方公式分解因式. (3)小题首项符号是负的，所以先将(-1)作为公因式提取，使原式变形为$-(x^2+4xy+4y^2)$.

解 (1)x^2+6x+9

$=x^2+2\cdot3\cdot x+3^2$

$=(x+3)^2$；

(2)$m^2+\frac{1}{4}n^2-mn$

$=m^2+(\frac{1}{2}n)^2-2\times m\times\frac{1}{2}n$

$=(m-\frac{1}{2}n)^2$；

(3)$-x^2-4y^2-4xy$

$=-(x^2+4y^2+4xy)$

$=-(x+2y)^2$.

说明 判断一个多项式能否用完全平方公式分解因式，要符合以下几点：①必须是一个三项式；②是否含有平方和的项；③中间项能否化成两个平方项底数乘积的2倍. (2)题中的$-mn$项要注意充分利用$-1=-2\times\frac{1}{2}$的特点.