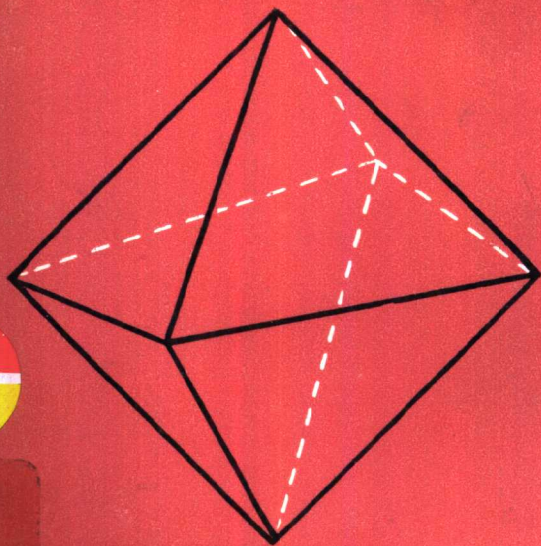


六年制重点中学

高中立体几何

教学参考资料



六年制重点中学

高中立体几何
教学参考资料

北京教育学院数学教研室编

北京出版社

六年制重点中学

Llunianzhi Zhongdian Zhongxue

高中立体几何教学参考资料

gaozhong Litijie Jiaoxue Cankao Ziliao

北京教育学院数学教研室编

*

北京出版社出版

(北京崇文门外东兴隆街 51 号)

新华书店北京发行所发行

北京印刷三厂印刷

*

787×1092毫米 32开本 7.75印张169,000字

1984年10月第1版 1984年10月第1次印刷

印数 1—23,200

书号: 7071·1023 定价: 0.71 元

前 言

为了帮助中学数学教师更好地掌握教材内容，研究教学方法，提高教学质量，我们根据人民教育出版社编写的六年制重点中学数学课本和有关的数学参考书，结合教学实际，编写了这套数学教学参考资料，供教师参考使用。

本书是六年制重点中学高中立体几何教学参考资料。全书共分三章，每章有教学目的和要求，教材分析和课时安排。每一课时的内容有教学目的，教法建议，有的还有注意事项。个别的重点课或难点课还附有有经验教师的实际教学过程的教案。注意事项是供教师更好地领会教材内容之用，不是教学内容。

参加本书编写工作的有门树慧、陈通鑫、曹福海等同志。全书由张鸿顺同志审阅。

限于我们的水平，这套数学教学参考资料一定有不足之处和错误，恳请读者提出宝贵意见和建议，以便修改。

北京教育学院数学教研室

目 录

第一章 直线和平面	1
一、教学目的和要求	1
二、教材分析	1
三、课时安排	3
第一课时 引言, 平面	4
第二课时 平面的基本性质(公理 1、2、3)	8
第三课时 平面的基本性质(推论 1、2、3)	12
第四、五课时 水平放置的平面图形的直观图的画法	16
第六课时 空间两条直线的位置关系	20
第七、八课时 平行直线	24
第九课时 两条异面直线所成的角	28
第十课时 练习课	36
第十一课时 直线和平面的位置关系, 直线和平面平行的判定定理	39
第十二课时 直线和平面平行的性质定理	42
第十三课时 练习课	44
第十四课时 直线和平面垂直的判定定理	49
第十五课时 直线和平面垂直的性质定理	53
第十六课时 斜线在平面上的射影, 直线和平面所成的角	55
第十七课时 三垂线定理	58

第十八课时	练习课	66
第十九课时	两个平面的位置关系和两个平面 平行的判定定理	69
第二十课时	两个平面平行的性质定理	74
第二十一课时	二面角	78
第二十二课时	复习课	82
第二十三课时	两个平面垂直的判定定理	85
第二十四课时	两个平面垂直的性质定理	87
第二十五课时	复习课	90
第二十六课时	第一章复习课(一)	95
第二十七课时	第一章复习课(二)	99
第二十八课时	第一章复习课(三)	105
第二章	多面体和旋转体	113
一、	教学目的和要求	113
二、	教材分析	113
三、	课时安排	117
第一课时	棱柱	118
第二课时	直棱柱直观图的画法及它的侧面积	124
第三课时	复习课	127
第四课时	棱锥的概念和性质	130
第五课时	正棱锥的直观图的画法, 正棱锥的侧 面积	133
第六课时	棱台的概念和性质	135
第七课时	棱台中截面的面积和正棱台直观图的 画法	137
第八课时	正棱台的侧面积, 多面体	139
第九课时	复习课	142

第十课时	圆柱、圆锥、圆台的概念和性质	147
第十一课时	圆柱、圆锥、圆台的直观图的画法	150
第十二课时	圆柱、圆锥、圆台的侧面积	158
第十三课时	复习课	162
第十四课时	球的概念、性质和直观图的画法	166
第十五课时	球的面积	169
第十六课时	球冠	173
第十七课时	旋转面与旋转体, 球	175
第十八课时	体积的概念与祖暅原理	178
第十九课时	棱柱和圆柱的体积	182
第二十课时	练习课	184
第二十一课时	棱锥、圆锥的体积	187
第二十二课时	练习课	190
第二十三课时	棱台、圆台的体积	193
第二十四课时	练习课	194
第二十五课时	拟柱体及其体积	197
第二十六课时	练习课	199
第二十七课时	球的体积	201
第二十八课时	球缺的体积	204
第二十九课时	练习课	206
第三十课时	第二章复习课(一)	208
第三十一课时	第二章复习课(二)	212
第三章	多面角和正多面体	217
一、	教学目的和要求	217
二、	教材分析	217

三、课时安排	218
第一课时 多面角的概念	219
第二课时 多面角的性质	222
第三课时 复习课	226
第四课时 正多面体的概念和种类	229
第五课时 复习正多面体的概念和种类，正多面体的展开图	232
第六课时 多面体的变形，欧拉定理	236
第七课时 复习课	240

第一章 直线和平面

一、教学目的和要求

1. 使学生掌握平面的基本性质，空间两条直线，直线和平面，两个平面的位置关系以及它们所成的角与距离等概念。

2. 使学生在掌握斜二轴测投影法画水平放置的平面图形的直观图的基础上，能够画好直线和直线、直线和平面、平面和平面的各种位置关系的直观图。

3. 使学生能运用有关的概念、公理以及直线和直线、直线和平面、平面和平面的平行、垂直关系的判定和性质定理等进行论证和计算，解决有关的实际问题，进一步提高学生的逻辑思维能力，培养学生的空间想象能力。

4. 通过由实例抽象出概念，再进行推理、判断得到定理，然后运用这些概念、定理去解决实际问题的教学思想，使学生进一步认识数学知识来源于实践并服务于实践，培养学生把实际问题抽象为数学问题以及用数学知识解决实际问题的能力。结合直线和直线、直线和平面、平面和平面位置关系的内在联系以及空间图形与平面图形之间的区别与联系，逐步培养学生的辩证唯物主义观点。

二、教材分析

本章教材是在学生具有平面几何知识的基础上阐述的，

主要研究空间直线和平面相互间的位置关系和性质，它既是立体几何这门课程的理论基础，又是学好立体几何的关键。

本章教材分为四个单元：一、平面；二、空间两条直线；三、空间直线和平面；四、空间两个平面。第一单元主要研究平面的基本性质，水平放置的平面图形的直观图的斜二测画法；第二单元主要研究空间两条直线的位置关系，平行直线的判定与性质，两条异面直线所成的角；第三单元主要研究空间直线和平面的位置关系，直线和平面平行的判定与性质，直线和平面垂直的判定和性质，斜线在平面上的射影，直线和平面所成的角，三垂线正逆定理；第四单元主要研究空间两个平面的位置关系，两个平面平行的判定和性质，二面角，两个平面垂直的判定和性质。这四个单元在知识的内在联系上极为紧密：第一单元是本章的基础内容，第二、三、四单元是本章的基本内容，其中平面的基本性质（公理 1, 2, 3）和公理 4 为后面的推理论证奠定了基础；平面的确定（公理 3 及其推论）是把立体几何问题转化为平面几何问题的依据；当判定了空间图形的某些元素在同一平面内时，就可以运用已有的平面几何知识进行研究；水平放置的平面图形的直观图的画法是后面要学习的各种空间图形的直观图画法的基础和关键。从第二单元到第四单元，前面一单元的内容为研究后面几个单元的内容提供了推理论证的根据，而学习后一单元的内容既巩固了前面所学的知识，又丰富和发展了推理论证的根据，如此逐步推广和发展，就得到了系统的关于空间直线和平面相互位置关系的概念，判定和性质。这就为研究多面体和旋转体等提供了理论基础。

本章教材的重点是平面的基本性质和空间两条直线，直线和平面，平面和平面的平行，垂直关系。

建立学生的空间观念，培养学生的空间想象能力是本章教学的难点。为了帮助解决这一难点，在教学中可以采取下列措施：

1. 尽可能从学生熟悉的实例提出问题，引入概念，恰当地利用实物和模型。对于本章的一些概念、定理和例题的直观图，可以适当地多用一些与之相应的实物或模型相配合，引导学生去观察、比较，积累看直观图的经验。这种从模型到图形，再由图形到模型的不断反复，可以使学生完成从具体到抽象再到具体的完整的认识过程，逐步提高学生认识空间图形的能力。

2. 加强画空间图形的直观图的训练，逐步使学生能用空间图形的直观图代替实物或模型去分析空间关系。为使学生掌握空间图形的直观图的画法，在本章教学中，从一开始就要对学生提出严格的要求；教师要切实作好示范，讲清画图的要领；对于学生在画图时容易发生的错误，要预先指出，并及时纠正；注意对同一空间图形的不同角度的画法比较，以选择更合理更直观的画法。

3. 注意联系平面几何知识，经常与平面几何的有关概念、性质和图形进行对比，区别异同，指出特点。

在本章教学中，学生对于异面直线与两条异面直线所成的角、二面角的平面角等概念往往掌握不好，对于运用反证法进行论证亦觉困难，应引起教师足够的重视。

三、课时安排

本章教学时间约需 28 课时。具体分配如下：

- | | |
|-------------|------|
| 1.1 平面(连引言) | 1 课时 |
| 1.2 平面的基本性质 | 2 课时 |

1.3	水平放置的平面图形的直观图的画法	2 课时
1.4	两条直线的位置关系	1 课时
1.5	平行直线	2 课时
1.6	两条异面直线所成的角	2 课时
1.7	直线和平面的位置关系	3 课时
1.8	直线和平面平行的判定与性质	
1.9	直线和平面垂直的判定与性质	2 课时
1.10	斜线在平面上的射影，直线和平面所成的角	1 课时
1.11	三垂线定理	2 课时
1.12	两个平面的位置关系	4 课时
1.13	两个平面平行的判定和性质	
1.14	二面角	
1.15	两个平面垂直的判定和性质	3 课时
	小结复习	3 课时

第一课时 引言，平面

教学目的

1. 使学生对立体几何的研究对象、研究内容以及作用有一个概括的了解。
2. 使学生初步理解平面这一基本概念，掌握平面的表示法。

教学建议

1. 引言的教学是立体几何这门课程教学的开始，教师应予以充分重视。在教学中要着重阐明两个问题：(1) 立体几何的研究对象；(2) 立体几何的研究内容及其作用。另外，

还可根据立体几何的特点，结合学生实际，提出学习立体几何时的注意事项和具体要求。

立体几何这门课程，无论是研究对象，还是研究的内容和方法，都是平面几何课程的继续和发展。二者之间既有极为密切的联系，又有许多区别。因此，在引言的教学中，要在总结平面几何的研究对象（平面图形）的基础上，通过学生熟悉的实例（如：房屋、课桌、篮球、教室里的日光灯和地面、立交桥等）和模型（如事先准备好的正方体、棱锥、圆柱、圆台、球等）来说明立体几何的研究对象是空间图形。使学生明确认识到：（1）空间图形如同平面图形一样，都是现实世界上具体物体的空间形式在数学中的抽象；（2）空间图形和平面图形都可看成是点的集合，但构成空间图形的所有的点不全在同一个平面内，而构成平面图形的所有的点全在同一个平面内。平面图形是空间图形的一部分。

在概括讲授立体几何的研究内容以及作用时，可提出几个比较简明而又富于思考性的具体问题（比如象第 28 页*第 4 题、第 34 页第 14 题、第 98 页第 10 题等），以引起学生对学习立体几何的兴趣和重视。

在引言的讲授中，结合立体几何的特点，向学生提出学习中应注意的事项和具体要求，是十分必要的。比如，可向学生强调指出：学习立体几何和学习平面几何一样，都需要对图形进行观察、分析，在这个基础上再借助于逻辑方法进行严格的推理论证，这是它们在研究方法上共同的特点。但在立体几何中，由于研究的是空间图形，而这种空间图形又是在一个平面内画出的。虽然这种图具有一定的立体感，但

* 这是指课本第 28 页、下同。

毕竟不能象平面几何的图形那样准确而真实地反映出几何元素之间的位置和数量关系（可结合前面画出的第34页第14题中正方体的直观图或其它挂图来加以说明）。相应地，在推理论证的过程中，也就不易象平面几何那样借助于图形的直观去探求证题或解题的途径。因而立体几何的学习在逻辑思维 and 空间想象的能力上都较平面几何有更高的要求。在学生对立体几何的研究方法有一些初步了解的基础上，可向学生明确提出以下几点要求：（1）注意对实物、模型的观察、分析，每人准备三块纸板和四、五根竹针，经常进行演示或制作模型，并尽可能与画在一个平面内的空间图形的直观图进行对比，学会看图；（2）按照画图要领，认真进行画图练习，学会正确而合理地画出空间图形；（3）注意联系平面几何知识，用对比的方法区别异同。

2. 在讲平面的概念时，要强调平面的无限伸展性。

平面是数学中一个只加以描述而不下定义的基本概念。学生从日常接触到的桌面、黑板面、墙壁面、镜面等不难抽象出这个概念。但由于这些实例都是数学中所说的平面的一部分，所以在开始学习时学生往往把平面看成是有限的或有边界的。为使学生对平面的无限伸展性有个初步的理解，应该对比直线的无限延伸性进行说明。还可以告诉学生：平面把空间分成两部分，要想从其中的一部分到达另一部分，就必须穿过这个平面。叫学生回答象第3页练习第1题那样简单的问题（比如：能不能说一个平面的面积是1000万平方公里？），有助于对这个问题的理解。

3. 在讲授平面的表示法时，应向学生说明以下几点：

（1）“在立体几何中，通常画平行四边形来表示平面”。这里所画的平行四边形表示了这个平面所在的位置。由于平

面是无限伸展的，所以根据需要，可以把平行四边形扩展或缩小。这如同画直线时，也只是画出或长或短的一条线段来表示直线是一样的。这样，可以防止因为用有限的图形来表示无限伸展的平面而冲淡对平面的无限伸展性的理解。使学生养成这样的习惯：一见平面的词语和符号、图形，就认为它是可以无限伸展的。另外，这里加“通常”二字的意思，是因为有时根据需要也可以用其它的平面图形（如：三角形、封闭的曲线等）来表示平面。

(2) 当平面是水平放置时，通常把平行四边形的锐角画成 45° ，横边画成邻边的两倍；当平面不是水平放置时，只要画成适当的平行四边形就可以了（但在画直立平面时，一定要把一组对边画成铅垂线）。

(3) 用一个小写的希腊字母表示平面时，这个字母一般写在平行四边形的一个锐角内且不被其它平面遮住的地方；用语言叙述或书写时，一般要在小写的希腊字母或大写的英文字母前加上“平面”两字，但在不致于发生误解的情况下，为简便起见，也可以不加。

4. 在引导学生观察第 2 页图 1-2 和教师预先准备好的一些空间图形的直观图的基础上，要明确告诉学生：在立体几何中，凡看得见的线都用实线表示，凡虚线都表示被遮住部分的线段；当一个平面的一部分被另一个平面遮住时，要把被遮住部分的线段画成虚线或者不画；在空间图形的直观图中，对于添加的辅助线要按这个规定和原有的线同样处理。这一点与平面几何图形中凡虚线表示辅助线的规定是不同的，要加以强调。

5. 课堂练习：

(1) 画出水平放置、直立放置、任意放置的平面，并用

字母表示。

(2) 第 3 页练习第 2 题。

6. 课外作业:

(1) 分别画出水平放置和直立放置的平面 α 和平面 BD 。

(2) 用细铁丝制作一个正方体的骨架模型 (一周内完成)。

注意事项

1. 为了使学生对立体几何的研究对象有正确的认识,这节课前要准备一些空间图形的模型,以便教学中使用。除了一些多面体(如正方体、棱锥等)和旋转体(如圆柱、圆台、球等)的模型之外,最好还有一些其它空间图形(如空间四边形、直线和平面相交、两个相交平面、多面角等)的模型。这样不仅可以防止学生只认为正方体等几何体是空间图形,而空间四边形等看作是非空间图形的错误,还为以后的教学做了准备。

2. 在立体几何的教学中,要有计划有步骤地对学生进行看图和画图的训练。为此目的,在一般情况下,教师不要事先把图画好,而要在课堂教学时边画边讲,作好示范。但在学习立体几何的开始,为使学生对空间图形的直观图有感性的认识,更好地理解这门课程的一些特点,教师可事先准备一些画得很正确的空间图形的直观图的挂图,让学生观察识别。

第二课时 平面的基本性质(公理 1、2、3)

教学目的

1. 使学生掌握三个公理，进一步加深对平面概念的理解。

2. 使学生理解“有且只有一个”的含义。

教学建议

1. 平面的基本性质包括了三个公理和三条推论，它不仅是研究空间图形性质的理论基础，也是把立体几何问题转化为平面几何问题的主要依据。所以，切实让学生理解并掌握平面的基本性质是本节和下一节课教学的重点。

2. 在讲授平面的基本性质前，可以简单地复习公理的含义，说明公理与定理的关系是很必要的。

3. 在讲公理 1 之前，可先向学生提出如下的问题：怎样判定桌子面或教室的墙壁面平不平呢？然后举出木工用直尺任意放在桌面上看其间有无空隙来检查桌面是平还是不平的实例，总结出公理 1。讲述公理 1 时，向学生指出：公理 1 除描述了直线在平面内的含义外，还可用以判定直线是否在平面内，以及判定一个面是否为平面的依据。同时，这公理也刻划了平面的“平”这个特性。

为了加深学生对公理 1 的认识，在讲完公理 1 之后，还可提出类似于下面的一些问题让学生思考回答：

(1) 如果一条线段在平面内，那么这条线段所在的直线是否在这个平面内？（在平面内）

(2) 如果直线上有一个点在平面内，那么这条直线是否在这个平面内？（不一定在平面内）

4. 在讲述公理 2 之前，可以提问学生：在平面几何中，如果两条直线相交，只有一个交点，那么，在空间两个平面相交情况会怎样？学生不难通过教室的两个相邻的墙壁面相交成一条线段的实例得出它们必相交于一条直线的结论。这时，