

机械工人学习材料

JIXIE GONGREN XUEXI CAILIAO

大质数圆柱齿轮的滚切

苏民 张瑞春 编著

齿轮工



机械工业出版社

随着科学技术的发展，在各种机械中需要 100 齿以上的质数（如 103, 113, 127……等）圆柱齿轮已日益增多。

在具有差动机构的滚齿机上滚切加工 100 齿以上的质数圆柱齿轮时，以往采用试凑的办法来配算出分齿挂轮、垂直进给挂轮及差动挂轮，既麻烦又十分费时；同时各组挂轮加不加惰轮问题，以及切完第一刀后再切第二刀时如何保证不“乱齿”等问题，如果没有正确的方法是很容易出差错，以致造成废品的。尤其在修配中单件加工大质数圆柱齿轮时，这些问题更显得费事，所以很有必要针对这些问题予以解决。

一、渐开线圆柱齿轮的滚齿运动原理

滚齿属于展成法加工圆柱齿轮，是在滚齿机上运用三种基本运动，即切削运动、分齿运动和进给运动来完成的。滚切斜齿及齿数大于 100 的质数齿时，还得利用差动运动作为补充的附加运动。

滚切直齿时，如果滚刀的头数为 K ，滚刀转一转，工件就相应转动 K/Z 转。同理，当工件转动一周时，滚刀也应转动 Z/K 转。即：

式中 n_n —— 滚刀转速

n_x —— 工件转速

Z —— 工件齿数；



$$\frac{n_n}{n_x} = \frac{Z}{K}$$

A 100 101

K ——滚刀头数(或线数)。

其中, 滚刀的旋转运动就是切削运动; 齿坯的转动就是分齿运动。

除此, 为了切制出齿宽和齿深符合要求的齿轮, 在切削时, 滚刀还要平行于工件中心轴线作垂直进给运动。上述这三个运动便构成了滚齿机加工渐开线圆柱齿轮的基本运动(见图1)。假定工件不动, 而滚刀一面旋转, 一面以 V 的速度向前运动, 但实际上, 滚刀在滚切过程中只转动而不移动, 因此工件应该以相反方向移动(V'), 且 $\vec{V}' = \vec{V}$, 方向相反(图1a)。工件圆周上的移动速度 V' 转化为转动 W (图1b), $W = V' / r$ (r ——工件节圆直径), 这就是发生滚切过程中的啮合运动。

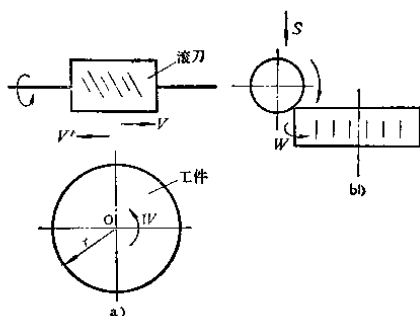


图1 滚切直齿时的三个基本运动关系

在滚齿机上除了上述三个基本运动外, 还设置了滚切斜齿轮和齿数大于100的质数齿轮时, 需要的补充附加转动的装置——差动机构。

滚齿机上有这四种运动, 便可以切出所要求的渐开线圆柱

齿轮。

二、滚齿机传动链的计算

综合上述可知，在滚齿机上要切削出符合要求的渐开线圆柱齿轮，须由滚齿机上的三个基本运动和补充附加转动的差动运动来实现。因此，前述的三个基本运动和差动运动必然存在下列几种传动链：即切削运动（速度链）、进给运动（进给链）、分齿运动（分齿链）和差动运动（差动链）。

为了进一步了解滚齿时各传动链的运动关系，下面我们便以国产 Y38 滚齿机为例，对滚齿时各运动的相互关系及其传动链挂轮比计算方法进行分析推导（见图 2 Y38 传动系统图）。

（1）速度链

速度链联接主运动电动机和滚刀，使滚刀得到一定的转数 n_d ，以滚刀旋转对工件进行切削。我们找切削运动的关系时，以主运动电动机和滚刀为两头，就可列出它的运动方程式：

$$n_d = n_m \times \frac{105}{222} \times \frac{32}{48} \times \frac{A}{B} \times \frac{23}{23} \times \frac{23}{23} \times \frac{20}{20} \times \frac{16}{64}$$

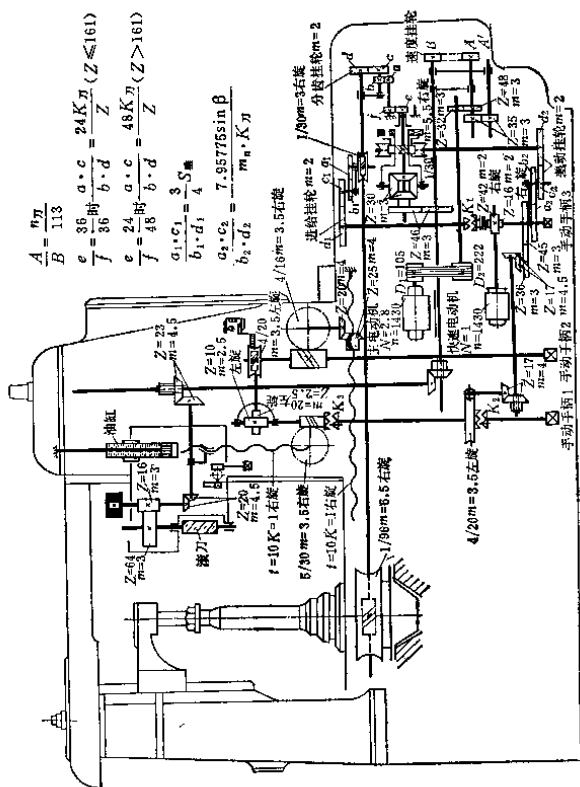
式中 n_m ——主运动电动机的转数， $n_m = 1430$ 转/分；

$\frac{A}{B}$ ——速度挂轮传动比 $i_{\text{速}} = \frac{A}{B}$ ；

各项分数所列的数字表示传动皮带轮的直径尺寸比和传动齿轮的齿数比，分子和分母分别表示主动和被动齿轮的齿数（或皮带轮直径）。

将上式化简及整理后，可得速度挂轮传动比的调整公式为：

$$i_{\text{速}} = \frac{A}{B} = \frac{n_d}{113}$$



滚刀的转数是由合理的切削速度 V 来确定的, $n_n = \frac{1000 V}{\pi \times D_n}$,

D_n 为滚刀直径; $\frac{1}{113}$ 是 Y38 滚齿机的速度链传动比常数 (速度常数)。各型滚齿机有不同的常数, 对各种滚齿机可用常数 E 来表示, 所以一般滚齿机速度挂轮的调整公式可写成:

$$i_{\text{速}} = \frac{A}{B} = E \times n_n$$

(2) 分齿链

分齿运动是保证滚刀转动时, 同时工作台 (即工件) 作相应的旋转运动: 即当滚刀转一转时, 工作台应转动 K/Z 转 (K ——滚刀头数; Z ——工件齿数)。

在计算运动关系时, 我们这里假定滚刀为主动, 工件为被动。我们找分齿运动的关系时, 以滚刀和传动比为 $1/96$ 的一对蜗杆蜗轮副为两头, 就可列出它的运动方程式:

$$\begin{aligned} \frac{K}{Z} = 1_{\text{(滚刀转一转)}} \times \frac{64}{16} \times \frac{20}{20} \times \frac{23}{23} \times \frac{23}{23} \times \frac{46}{46} \times i_{\text{差机}} \\ \times \frac{e}{f} \times \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \times \frac{1}{96} \end{aligned}$$

式中 $i_{\text{差机}}$ ——差动机构的传动比, 当加工直齿圆柱齿轮时, 令

$$i_{\text{差机}} = 1;$$

$$\frac{e}{f} = \frac{36}{36} = 1 \text{ (当被加工齿数为 } Z \leq 161 \text{ 时用);}$$

$$\frac{e}{f} = \frac{24}{48} = \frac{1}{2} \text{ (当被加工齿数为 } Z > 161 \text{ 时用)。}$$

将上式化简整理后, 得分齿挂轮传动比的调整式为:

$$i_{\text{分}} = \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{24K}{Z} \left(\text{当 } \frac{e}{f} = 1 \right)$$

或

$$i_{\text{分}} = \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{48K}{Z} \left(\text{当 } \frac{e}{f} = \frac{1}{2} \right)$$

式中的 24 或 48 是分齿链传动比常数 (分齿常数), 对一般滚齿机可用 C 来代替, 所以一般滚齿机的分度调整公式为:

$$i_{\text{分}} = \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = C \times \frac{K}{Z}$$

(3) 垂直进给链

垂直进给运动是工件转动时, 滚刀沿齿宽方向作垂直向下 (或向上) 移动, 也就是当工件转动一圈时, 滚刀架垂直移动进给量 S 毫米的距离。

我们在计算运动关系传动比时, 这里假定工作台为主动, 滚刀为被动。我们找垂直进给运动的关系时, 以工作台和刀架垂直进给丝杠为两头, 就可列出它的运动方程式:

$$\begin{aligned} 1_{\text{(工作台转一圈)}} \times \frac{96}{1} \times \frac{1}{30} \times \frac{a_1}{b_1} \times \frac{c_1}{d_1} \times \frac{45}{36} \\ \times \frac{17}{17} \times \frac{17}{17} \times \frac{4}{20} \times \frac{5}{30} \times 10 = S \end{aligned}$$

将上式化简整理后, 得垂直进给挂轮传动比调整公式为:

$$i_{\text{进}} = \frac{a_1}{b_1} \times \frac{c_1}{d_1} = \frac{3}{4} S$$

式中 $\frac{3}{4}$ 是进给链传动比常数 (进给常数), 用 G 来代替时, 一般滚齿机的调整公式可写成:

$$i_{\text{进}} = \frac{a_1}{b_1} \times \frac{c_1}{d_1} = G \times S$$

(4) 差动链

当在带差动机构的滚齿机上切制斜齿圆柱齿轮时, 除与直齿圆柱齿轮具有同样的三种基本运动外, 为了要切出斜齿螺旋线

(即切出螺旋角 β)，可借助滚齿机的差动运动来完成。它的作用是给工件一个补充附加运动。这个附加运动与工件的分齿运动配合起来，就可使滚刀在工件上切出斜齿螺旋线，以获得工件的斜齿螺旋角 β 。

下面我们先了解一下滚切斜齿轮时，斜齿螺旋线形成的过程(见图3)。

由于斜齿的齿向沿齿宽上是螺旋线形状的，所以滚切斜齿时要求滚刀在垂直进给 S 的同时工件要有相应地附加转动。当滚刀由1点进到2点时，工件应由2'点转到2点位置；滚刀进到3点时，工件应由3'点转到3点位置……。由此可知：按照斜齿轮螺旋角 β 与

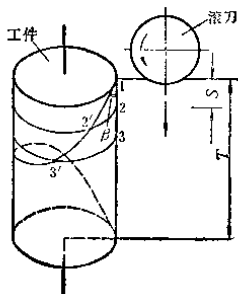


图3 滚切斜齿轮时，斜齿螺旋线形成的过程

导程 T 的关系， $T = \frac{\pi \times m_n \times Z}{\sin \beta}$ ①

(m_n 为工件的法向模数)，只要满足

滚刀垂直进给一个导程 T 时，工件正好附加转动了一圈的运动关系，就能够加工出这个螺旋角 β 的斜齿轮。由图2所示的Y38传动系统图可见，这个附加运动是从垂直进给丝杠开始，中间经过差动挂轮 $\frac{a_2}{b_2} \times \frac{c_2}{d_2}$ 和一对 $\frac{1}{30}$ ($m=5.5$) 蜗杆蜗轮副，再经差动机构和分齿挂轮等与工作台联系起来的，最后使工作台获得多转或少转一圈的转动。这里是由于有了差动机构，才能将上述的

① 该公式由下面两公式推导得出：

$$\tan \beta = \frac{\pi D_f}{T}, \quad D_f = \frac{m_n Z}{\cos \beta}$$

式中 D_f ——斜齿轮的分度圆直径。

附加转动加入到工作台原有的分齿转动上去。也就是说，两种不同要求的运动，同时加入差动机构，并且要求它能够相加起来将运动传出去，使工作台得到运动合成，从而将工件滚切成斜齿。

今假定滚刀一端为主动，滚刀垂直移动一个导程 T 时，丝杠需要转 $\frac{T}{t}$ 圈（ t 为垂直进给丝杆的导程），所以产生附加运动的差动运动方程式为：

$$\frac{T}{t} \times \frac{30}{5} \times \frac{20}{4} \times \frac{17}{17} \times \frac{17}{17} \times \frac{36}{45} \times \frac{a_2}{b_2} \times \frac{c_2}{d_2} \times \frac{1}{30} \\ \times i_{\text{差机}} \times i_{\text{分}} \times \frac{1}{96} = 1 \text{ (工作台转一圈)}$$

式中 $t = 10$ 毫米；

$$i_{\text{差机}} = \frac{2}{1} \text{ (差动机构传动比)};$$

$$i_{\text{分}} = \frac{24K}{Z} \left(\text{假定 } \frac{e}{f} = \frac{36}{36} = 1 \right),$$

$$T = \frac{\pi \times m_n \times Z}{\sin \beta}。$$

代入上式得：

$$i_{\text{差}} = \frac{a_2}{b_2} \times \frac{c_2}{d_2} = \frac{600}{\frac{24K}{Z} \times \frac{\pi \times m_n \times Z}{\sin \beta}} \\ = \frac{\frac{25}{\pi} \times \sin \beta}{K \times m_n} = \frac{7.95775 \sin \beta}{K \times m_n}$$

式中 m_n ——斜齿轮的法向模数；

β ——斜齿轮的螺旋角；

K ——滚刀头数；

7.95775 是差动链传动比常数 (差动常数), 用 P 来代替时, 一般滚齿机的调整公式为:

$$i_{\text{差}} = -\frac{a_2}{b_2} \times \frac{c_2}{d_2} = \frac{P \times \sin \beta}{K \times m_n}$$

滚切斜齿时, 可用不同螺向的滚刀 (左旋或右旋) 来加工不同螺向的工件 (左斜齿或右斜齿), 这就得在差动挂轮上适当地加惰轮。惰轮加或不加, 是按各滚齿机说明书上的规定来确定的。

综合上述, 对普通齿轮的滚切, 可归纳为四个调整公式:

$$\left. \begin{aligned} \text{速度挂轮: } i_{\text{速}} &= \frac{A}{B} = E \times n_n \\ \text{分齿挂轮: } i_{\text{分}} &= \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = C \times \frac{K}{Z} \\ \text{进给挂轮: } i_{\text{进}} &= \frac{a_1}{b_1} \times \frac{c_1}{d_1} = G \times S \\ \text{差动挂轮: } i_{\text{差}} &= \frac{a_2}{b_2} \times \frac{c_2}{d_2} = \frac{P \times \sin \beta}{K \times m_n} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

(5) 举例

在 Y 38 滚齿机上用右旋单头 ($K = 1$) 滚刀加工: $Z = 60$, $m_n = 3$, $\beta = 20^\circ 15'$ (右旋) 的斜齿轮。求各组挂轮。

解:

(1) 速度挂轮:

$$i_{\text{速}} = \frac{A}{B} = E \times n_n$$

式中 E —— Y 38 滚齿机的速度常数为 $\frac{1}{113}$;

n_n —— 滚刀转数, 是根据合理的切削速度来选, 今取 $n_n = 79$ 转/分。

代入后得:

$$i_{\text{总}} = \frac{A}{B} = \frac{79}{113} \approx \frac{25}{35}$$

(2) 分齿挂轮:

$$i_{\text{分}} = \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = C \times \frac{K}{Z}$$

式中 C ——Y38 滚齿机的分齿常数为 24;

K ——滚刀头数 $Z = 1$;

Z ——工件齿数 $Z = 60$ 。

代入后得:

$$i_{\text{分}} = \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{24 \times 1}{60} = \frac{24}{60}$$

今只用 2 个挂轮 (中间要加上一个传动齿轮, 但这里不算是惰轮), 即:

$$i_{\text{分}} = \frac{a}{d} = \frac{24}{60}$$

(3) 进给挂轮:

$$i_{\text{进}} = \frac{a_1}{b_1} \times \frac{c_1}{d_1} = G \times S$$

式中 G ——Y38 滚齿机的进给常数 $G = \frac{3}{4}$;

S ——垂直进给量, 今选取 $S = 1 \text{ 毫米/转}$ 。

代入后得:

$$i_{\text{进}} = \frac{a_1}{b_1} \times \frac{c_1}{d_1} = \frac{3}{4} \times 1 = \frac{30}{40}$$

今只用 2 个挂轮 (中间要加一个传动齿轮, 但不算是惰轮), 即:

$$i_{\pm} = \frac{a_1}{d_1} = \frac{30}{40}$$

(4) 差动挂轮:

$$i_{\pm} = \frac{a_2}{b_2} \times \frac{c_2}{d_2} = \frac{P \times \sin \beta}{K \times m_n}$$

式中 P ——Y38 滚齿机的差动常数为 7.95775;

β ——斜齿轮的螺旋角 $\beta = 20^\circ 15'$ (右旋);

K ——滚刀头数 $K = 1$;

m_n ——工件齿轮法向模数 $m_n = 3$ 。

代入后得:

$$i_{\pm} = \frac{a_2}{b_2} \times \frac{c_2}{d_2} = \frac{7.95775 \sin 20^\circ 15'}{1 \times 3} = 0.918112$$

取对数:

$$\lg i_{\pm} = \lg 0.918112 = -0.03711$$

查对数挂轮表得:

$$i_{\pm} = \frac{a_2}{b_2} \times \frac{c_2}{d_2} = \frac{41}{37} \times \frac{58}{70} = 0.918146$$

误差: $0.918146 - 0.918112 = 0.000034$

对一般精度的齿轮, 只要差动挂轮比的误差在小数点后第四位才出现时就可以了。

根据 Y38 滚齿机说明书规定, 用右旋滚刀滚切右旋斜齿时, 在差动挂轮中不加惰轮。

三、滚切大质数齿轮时着重解决的问题

所谓大质数齿轮, 就是指被滚切齿轮工件的齿数为大于 100 以上的质数, 如: 101, 103, ……127……等。这些齿轮在滚齿

机上切制时，有下列几方面的问题要很好的解决：

(1) 分齿挂轮及差动挂轮在配算上存在的问题

当在具有差动机构的滚齿机上加工齿数大于 100 以上的质数圆柱齿轮时，如：101, 103, ……127……等，是将不便于调整计算的质数齿数 Z 用可调整的数值 $Z' = Z \pm \Delta Z$ 来代替，从而搭配出分齿挂轮，其中 ΔZ 为小于 1 的任意数值 (ΔZ 也叫齿数差数)。然后借助差动挂轮的调整来补偿或抵销误差。今以 Y38 滚齿机为例子，对于直齿质数齿轮的调整公式如下：

$$\text{当} \quad -\frac{e}{f} = \frac{36}{36} = 1 \text{ 时,}$$

$$i_{\pm} = -\frac{a}{b} \times -\frac{c}{d} = \frac{24K}{Z'} = \frac{24K}{Z \pm \Delta Z}$$

$$i_{\pm} = \frac{a_2}{b_2} \times \frac{c_2}{d_2} = \pm \frac{25 \times \Delta Z}{S \times K}$$

$$\text{其中} \quad S = \frac{4}{3} \times \frac{a_1}{b_1} \times \frac{c_1}{d_1}$$

但是，往往由于选取 ΔZ 值不恰当，使我们不能一次就配算出所需要的各组挂轮齿数。通常需要多次选择 ΔZ 值代入试算才能配出各组挂轮齿数。如何解决不用多次试算的问题呢？为了能够方便地配算出各组挂轮，下面将作详细的分析及提供解决问题的办法。

(2) 差动挂轮中的惰轮配置问题

在滚切质数齿轮时，经常遇到采用逆铣或顺铣；用右旋或左旋滚刀，加工右旋或左旋斜齿；在计算式中 $\pm \Delta Z$ 取的“+”号或“-”号，计算出的 $i_{\pm}$ 为“+”值或“-”值；再加上滚齿机的具体传动结构不同等。这些都对差动挂轮中加或不加惰轮的确定有关。如果这些问题没有弄清楚也是无法滚切出质数齿轮的。因

此，这里也提供解决的方法。

(3) 多次走刀如何消除“乱齿”现象

所谓“乱齿”，就是加工齿数大于 100 以上的质数齿轮时（直齿及斜齿），滚刀切完一刀后，快速上升刀架（假设是逆铣），再切第二刀时，由于刀齿不能与已切出的工件齿槽的位置对正，即切坏其原来的齿形，这叫做“乱齿”，也有称之为“乱牙”。但齿轮在滚切加工时常常需要分几次走刀才能切出全齿深。当切完第一刀后，再要继续滚切第二、第三……刀时如何保证不“乱齿”？同时又能更好更快地切成工件？这个问题将在第五部分介绍。

四、滚切大质数齿调整公式的分析及挂轮的配算

(1) 滚切质数直齿轮

今以 Y 38 为例，从分齿运动的调整公式 $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{24K}{Z}$ 可知，

如果工件齿数 Z 为质数时，因为质数不能进行因子分解，分齿挂轮中必须要有齿数为质数 Z 的齿轮才能保证绝对准确的传动比。一般滚齿机所配备的分齿挂轮，只考虑加工齿数在 100 以内的质数齿轮，不配备 100 以上的质数齿轮的挂轮，因此，无法直接靠分齿挂轮搭配出准确的传动比。在这种情况下，需要用差动运动产生运动合成的方法来解决。现在分别对分齿运动及差动运动进行分析：

一、分齿运动 利用运动合成加工质数齿轮的基本原理是：把质数的齿数 Z 变成以 Z' 来代替，

而

$$Z' = Z \pm \Delta Z$$

式中 Z ——大于 100 以上的质数齿数。

这样，我们在调整分齿挂轮时，不是按工件的加工齿数 Z 来进行计算，而是按 $Z' = Z \pm \Delta Z$ 来进行的，由上式得： $\pm \Delta Z = Z' - Z$ ，差数 ΔZ 通常是小于 1 的任意分数，并且 ΔZ 值可使 Z' 代入分齿调整公式中计算时能够分解因子，从而可用机床已配备的分齿挂轮准确地搭配出来，

$$\text{即} \quad i_{\frac{a}{b}} = -\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{24K}{Z'} = \frac{24K}{Z \pm \Delta Z}$$

$$\text{设} \quad \Delta Z = \frac{1}{F}$$

式中 F ——与 ΔZ 相应的因数整数

$$\text{得} \quad i_{\frac{a}{b}} = -\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{24K}{Z \pm \frac{1}{F}} = \frac{24K \times F}{(Z \times F) \pm 1}$$

为了计算方便起见，今令上式中的

$$(Z \times F) \pm 1 = f_1 \times f_2$$

$$\text{所以} \quad i_{\frac{a}{b}} = -\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{24K \times F}{(Z \times F) \pm 1} = \frac{24K \times F}{f_1 \times f_2}$$

我们只要找到某个恰当的 F 值，使 $(Z \times F) \pm 1$ 能分解成为 $f_1 \times f_2$ 两个因数的乘积，就可配算出分齿挂轮。找 F 值可借助于整数因数表，例如质数 103，可选取 $F = 17$ ，

$$\begin{aligned} \text{得} \quad (Z \times F) \pm 1 &= (103 \times 17) \pm 1 = 1751 \pm 1 \\ &= 1750 \text{ 或 } 1752 \end{aligned}$$

通过整数因数表（见《挂轮选用表》机械工业出版社 1968 年出版第 407~433 页）可得：

$$1750 = 2 \times 5^3 \times 7 = 35 \times 50$$

$$1752 = 2^3 \times 3 \times 73 = 24 \times 73$$

因此 $(Z \times F) - 1 = (103 \times 17) - 1 = f_1 \times f_2 = 35 \times 50$

$$(Z \times F) + 1 = (103 \times 17) + 1 = f_1 \times f_2 = 24 \times 73$$

显然，确定 F 值比起要直接确定 ΔZ 是容易得多了。因此，这样的公式给我们在配算分齿挂轮时提供了有利的条件。

这里应该指出，上述公式是按 $Z' = Z \pm \Delta Z$ 来计算分齿挂轮的，它相对质数齿数 Z 来说存在着误差。在滚切时，滚刀（单头）每一转，即每分一个齿，工作台只转了 $\frac{1}{Z'}$ 圈。但要求它应转

$\frac{1}{Z}$ 圈，所以少转了 $\frac{1}{Z} - \frac{1}{Z'} = \frac{Z' - Z}{Z' \times Z}$ 圈（假设 $Z' - Z = +\Delta Z$ ，这说明当 ΔZ 为正值时，工作台分齿运动比工件齿数 Z 所要求的转得慢些）。而当工作台转一圈时，应分过 Z 个齿，这时就少转了 $Z \times \frac{Z' - Z}{Z' \times Z} = \frac{Z' - Z}{Z}$ 圈。反之，当 $Z' - Z = -\Delta Z$ 时，

工作台就转得快些。因此，垂直进给滚切得出的不是质数 Z 的直齿轮，而是斜齿。那么用什么办法来补偿或抵销这个误差才能切出直齿呢？那就需要差动运动来解决了。

二、差动运动 由于分齿运动是按

$Z' = Z \pm \Delta Z$ 来调整的，滚切出来的是斜齿。

现在就利用差动运动可以滚切斜齿的原理，由差动运动滚切出螺旋角大小相等

而方向相反的斜齿，来补偿或抵销由于分齿运动的误差而出现的斜齿，因此，滚切

出来的仍然是质数齿数 Z 的直齿轮。用右旋滚刀逆铣直齿时如图 4 所示：在齿轮端

面上的虚线 W_1 表示由于分齿运动上的 $+\Delta Z$ 而产生的转动，

点划线 W_2 表示由于差动运动产生的大小相等而方向相反的附加

转动。在齿轮侧面上也相应地产生假想的螺旋角大小相等而

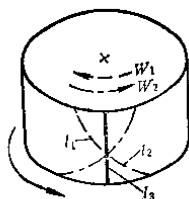


图 4 滚切直齿运动合成分析

方向相反的螺旋线 l_1 和 l_2 ，它们的合成就是垂直齿轮端面的直线 l_3 ， l_3 就是最后合成滚切出的齿向线。这就是用运动合成来加工质数齿轮的道理。

从上面的分析，我们就可以知道，当滚刀垂直进给了 S 时，工作台除了转一圈外，还要附加转动 $\frac{Z' - Z}{Z'} = \pm \frac{\Delta Z}{Z'}$ 圈 (ΔZ 是正值或负值只不过是附加运动与工作台的分齿运动是同向或反向的问题，这在后面确定惰轮时再讨论)。在 Y38 滚齿机上，从图 2 所示的传动系统图中可列出其差动运动链的方程式如下：

$$\frac{S}{10} \times \frac{30}{5} \times \frac{20}{4} \times \frac{17}{17} \times \frac{17}{17} \times \frac{36}{45} \times \frac{a_2}{b_2} \times \frac{c_2}{d_2} \times \frac{1}{30} \\ \times i_{\text{差机}} \times \frac{e}{f} \times \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \times \frac{1}{96} = \pm \frac{\Delta Z}{Z'}$$

由于这时使用差动挂轮，所以应当用滚切斜齿轮的 M_2 离合器和质数分齿挂轮计算式，即

$$i_{\text{差机}} = \frac{2}{1} \\ \frac{e}{f} \times \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{24K}{Z'}$$

把它们代入上式化简后：

$$i'_{\text{差}} = \frac{a_2}{b_2} \times \frac{c_2}{d_2} = \pm \frac{25 \times \Delta Z}{K \times S}$$

(“+”号或“-”号是反映附加运动方向问题，这里可暂省略)

同样以： $\Delta Z = \frac{1}{F}$ 代入上式，得：

$$i'_{\text{差}} = \frac{a_2}{b_2} \times \frac{c_2}{d_2} = \frac{25}{K \times S \times F}$$