

高等学校试用教材

# 薄膜光学与技术

浙江大学 唐晋发 顾培夫 编

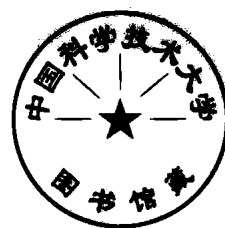
GAO DENG XUE  
XIAO JIAO CAI

机械工业出版社

高等学校试用教材

# 薄膜光学与技术

浙江大学 唐晋发 顾培夫 编



机械工业出版社

本书系统地介绍了光学薄膜的设计理论、制备技术和特性测试方法。内容包括：光学薄膜设计的理论基础，光学薄膜系统的设计，光学薄膜的制备和光学薄膜的特性检测。本书内容全面，系统性强，通俗易懂，体现了设计与制备、理论和实践的一体化。

本书既可作为高等学校光学仪器专业的教材，也可以作为有关光学和光学仪器行业科技人员的参考用书。

### 薄膜光学与技术

浙江大学 唐晋发 顾培夫 编

\*

责任编辑：林静贤 版式设计：张世琴  
责任印制：王国光 责任校对：熊天荣

\*

机械工业出版社出版(北京阜成门外百万庄南里一号)  
(北京市书刊出版业营业许可证出字第 117 号)

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

\*

开本 787×1092<sup>1/16</sup>·印张 14<sup>3/4</sup>·字数 362 千字  
1989年6月北京第一版·1989年6月北京第一次印刷  
印数 0,001—1,900·定价：2.95元

\*

ISBN 7-111-01466-9/TH·255(课)

## 前 言

现在,任何一台光学仪器或光电装置都离不开光学干涉薄膜。没有光学薄膜技术的发展,近代光学和激光技术的发展是不可能的。为了适应光学薄膜技术的发展,我们编写了《薄膜光学与技术》这本教材。在编写过程中,我们力求光学薄膜设计与制备测试技术相结合,基础理论和实践认识相联系。因此,它对于光学仪器专业的学生和光学工程设计人员,掌握基本的光学薄膜设计技术,熟悉光学薄膜的制备和特性测试是必不可少的。

本教材是根据1984年4月光学仪器编审委员会通过的光学仪器专业教学计划及教学大纲编写的。

本书内容分为两大部分,其中第一章和第二章是第一部分,第三章和第四章是第二部分。通过第一章光学薄膜设计的理论基础和第二章光学薄膜系统设计的学习,结合课外作业,要求学生掌握薄膜光学的基础理论,并能在光学装置的总体设计中正确地选择合适的薄膜组合,掌握常用薄膜系统的特性计算和设计技术。通过第三章光学薄膜的制备和第四章光学薄膜特性检测的学习,结合综合实验和课外作业,要求学生熟悉和了解光学薄膜的真空蒸发工艺和特性的检测方法。

本书可以作为高等学校光学仪器专业的教材,也可以作为有关光学和光学仪器行业科技人员的参考用书。

本书由浙江大学唐晋发教授编写第一章和第二章,顾培夫副教授编写第三章和第四章,并分别由上海机械学院凌世德教授和周鹏飞研究员主审。

由于我们的理论基础和实践经验不足,也缺少编写教材的经验,所以书中一定会有不少错误和不当之处,热切地希望读者批评指正,以期能在再版时给予纠正。

1987年8月于杭州

# 目 录

## 前言

第一章 光学薄膜设计的理论基础.....	7
§ 1-1 单色平面电磁波.....	1
§ 1-2 平面电磁波在单一界面上的反射和折射.....	6
§ 1-3 光学薄膜特性的理论计算.....	13
§ 1-4 矢量作图法.....	24
§ 1-5 有效界面法.....	26
§ 1-6 对称膜系的等效层.....	29
§ 1-7 导纳图解技术.....	34
思考题和习题.....	40
第二章 光学薄膜系统的设计.....	42
§ 2-1 增透膜.....	42
§ 2-2 分束镜.....	63
§ 2-3 高反射膜.....	68
§ 2-4 干涉截止滤光片.....	83
§ 2-5 带通滤光片.....	100
思考题和习题.....	119
第三章 光学薄膜的制备.....	121
§ 3-1 真空蒸发工艺.....	121
§ 3-2 光学薄膜材料.....	142
§ 3-3 膜层厚度的均匀性.....	159
§ 3-4 薄膜厚度的监控.....	174
思考题和习题.....	191
第四章 光学薄膜的特性检测.....	193
§ 4-1 光度法测定薄膜的光学常数.....	193
§ 4-2 利用布儒斯特角和波导技术测量薄膜的折射率.....	199
§ 4-3 薄膜光学常数的椭圆偏振测量.....	208
§ 4-4 薄膜系统的反射、透射、吸收和散射的测量.....	216
§ 4-5 薄膜理化性质的检测.....	226
思考题和习题.....	231

# 第一章 光学薄膜设计的理论基础

差不多所有光学薄膜的特性都是基于薄膜内的干涉效应。肥皂泡和水面上的油污层的颜色便是单层膜中的干涉效应的最好的例子。从肥皂膜或油膜的内外表面反射的光束,如果它们之间的光程差是波长的整数倍就产生相长干涉,如果光程差是半波长的奇数倍就产生相消干涉。由于这两束光线之间的光程差决定于薄膜的厚度和入射角,所以肥皂膜或油膜上的颜色随着膜厚度的改变和观察角度的不同而变化无穷。光学薄膜系统有着类似的干涉效应,但由于涉及到很多的膜层,变得更为复杂。正因为如此,利用光学干涉薄膜可得到各种各样的光学特性。它可以减少表面的反射率,增加元件的透射率;或者增加表面反射率,减少透射率;或者在一个波段内给出高的反射率、低的透射率,而在其余的波段则有低的反射率、高的透射率;也可以使不同的偏振平面有不同的特性等等。

在一个多层薄膜系统中,光束将在每一个界面上多次反射,因此涉及到大量光束的干涉。如果薄膜内存在吸收,则情况将更复杂。即使是一个只有几层膜的组合,如果直接基于多光束干涉的特性来计算也是异乎寻常的繁琐。因而这种类型的多光束计算很少用来确定多层薄膜系统的特性。通常宁可采用涉及到矩阵连乘积的矩阵方法,其中每一个 $(2 \times 2)$ 矩阵表示一层薄膜。我们在讨论光学薄膜系统的特性分析和计算方法时,主要就是采用这种特征导纳的矩阵法,这种方法构成了光学薄膜解析设计的基础。

## § 1-1 单色平面电磁波

### 一、麦克斯韦方程

按照麦克斯韦电磁场理论,可以这样来理解变化的电磁场在空间的传播:设在空间某一区域中的电场发生变化,在它邻近的区域就会产生变化的磁场,这个变化的磁场又要在较远的区域产生变化的电场,接着在更远的区域产生变化的磁场。如此继续下去,变化的电场和变化的磁场不断地相互转化,并由近及远地传播出去。这种变化的电磁场在空间以一定的速度传播的过程叫做电磁波。这个理论还说明,光波也包括在电磁波之中,从而把光现象和电磁现象联系起来。

研究薄膜系统的光学特性,从理论观点来说,就是研究平面电磁波通过分层介质的传播。因此,处理薄膜问题的最有效的方法是解麦克斯韦方程。我们在未正式讨论主题之前,首先简单地回顾一下麦克斯韦方程。对于各向同性的介质,方程为

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (1-1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1-2)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \mathbf{j}_d \quad (1-3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1-4)$$

式中, $\mathbf{D}$ 是电位移矢量, $\mathbf{E}$ 是电场强度矢量, $\mathbf{H}$ 是磁场强度矢量, $\mathbf{B}$ 是磁感应强度矢量, $\mathbf{j}$ 和

$j_D$  分别是传导电流密度矢量和位移电流密度矢量 ( $j_D = \frac{\partial D}{\partial t}$ ), 而  $\rho$  是电荷体密度。

电磁场是运动电荷所激发的, 此外, 还需要考虑到介质对电磁场的影响。在麦克斯韦的理论中, 无需考虑物质的微观结构, 而只是应用表征介质特性的量, 即介电常数  $\epsilon$ 、磁导率  $\mu$  和电导率  $\sigma$  来描述介质对电磁场的影响。因此在场方程组中, 还需加上联系电磁场基本矢量的物质方程, 即

$$D = \epsilon E \quad (1-5)$$

$$B = \mu H \quad (1-6)$$

$$j = \sigma E \quad (1-7)$$

## 二、平面电磁波

将位移电流密度矢量  $j_D = \frac{\partial D}{\partial t}$  代入式 (1-3) 得

$$\nabla \times H = j + \frac{\partial D}{\partial t} \quad (1-8)$$

以  $B = \mu H$ ,  $D = \epsilon E$  及  $j = \sigma E$  代入式 (1-2) 和式 (1-8), 得

$$\nabla \times E = -\mu \frac{\partial H}{\partial t} \quad (1-9)$$

$$\nabla \times H = \epsilon \frac{\partial E}{\partial t} + \sigma E \quad (1-10)$$

对式 (1-9) 取旋度, 并把式 (1-10) 代入, 得

$$\nabla \times (\nabla \times E) = -\mu \frac{\partial (\nabla \times H)}{\partial t} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \left( \sigma E + \epsilon \frac{\partial E}{\partial t} \right) \quad (1-11)$$

应用矢量恒等式, 式 (1-11) 的左边可以表示为

$$\nabla \times (\nabla \times E) = \nabla (\nabla \cdot E) - \nabla^2 E \quad (1-12)$$

式 (1-12) 与式 (1-11) 相等, 并设空间里没有电荷, 即  $\nabla \cdot E = 0$ , 得

$$\nabla^2 E = \mu \epsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \mu \sigma \frac{\partial E}{\partial t} \quad (1-13)$$

这是表示电磁扰动在介质中传播的波动方程。

对于不导电的均匀介质,  $\sigma = 0$ , 式 (1-13) 变为

$$\nabla^2 E = \mu \epsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (1-14)$$

经过同样的计算, 得

$$\nabla^2 H = \mu \epsilon \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} \quad (1-15)$$

现引入一个量  $v$ , 使得

$$v^2 = \frac{1}{\mu \epsilon}$$

则式 (1-14) 与式 (1-15) 可以写成

$$\nabla^2 E = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (1-16)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \quad (1-17)$$

这就是在不导电的均匀介质中电磁场所满足的波动方程。可见电磁矢量是以速度  $v = 1/\sqrt{\mu\epsilon}$  按波动形式在介质中传播的，所以变化的电磁场称为电磁波。在真空中电磁波的传播速度，即光速

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 2.998 \times 10^8 \text{ m/s}$$

式中， $\mu_0$ 和 $\epsilon_0$ 分别为真空中的磁导率和介电常数。根据电磁实验测定的电磁波在真空中的传播速度与光在真空中的速度是一致的。应该指出，这并不是一个巧合，而是表明光与电磁波之间存在着本质的联系，光就是电磁波。

电磁波在真空中的速度  $c$  与在不导电的均匀介质中的速度  $v$  之比称为介质的折射率  $n$ 。由此我们得到著名的结果

$$n = \frac{c}{v} = \frac{\sqrt{\epsilon\mu}}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$$

在光频率下，一般光学材料的 $\mu_r$ 值通常与1相差很小，所以

$$n = \sqrt{\epsilon_r} \quad (1-18)$$

可知，介质的折射率完全是由介质的相对介电常数 $\epsilon_r$ (和相对磁导率 $\mu_r$ )所决定。

对一个在正  $x$  方向行进的平面波来说，式 (1-16) 的一个解为

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp \left[ i \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) \right] \quad (1-19)$$

式中， $\omega$ 是平面波的角频率， $v$ 是在介质中的传播速度。式(1-19)是在 $\sigma = 0$ 时式(1-13)的一个特解、对于导电介质， $\sigma \neq 0$ ，将式(1-19)代入式(1-13)，得到

$$\frac{1}{v^2} = \epsilon\mu - i \frac{\sigma\mu}{\omega} \quad (1-20)$$

令  $c/v = N$ ，有

$$N^2 = \left( \epsilon\mu - i \frac{\sigma\mu}{\omega} \right) / \epsilon_0\mu_0 \quad (1-21)$$

由上式可知  $N$  必须是一个复数，称为复折射率。令

$$N = \frac{c}{v} = n - ik \quad (1-22)$$

式中， $n$ 为介质的折射率， $k$ 是消光系数。把式(1-22)平方，并与式(1-21)比较，得

$$\begin{aligned} n^2 - k^2 &= \epsilon\mu / \epsilon_0\mu_0 = \epsilon_r \mu_r \\ 2nk &= \sigma\mu / (\omega\epsilon_0\mu_0) = \sigma\mu_r / (\omega\epsilon_0) \end{aligned}$$

通常， $\mu_r$ 与1很相近，那么

$$n^2 - k^2 = \epsilon_r \quad (1-23)$$

$$2nk = \sigma / (\omega\epsilon_0) \quad (1-24)$$

又  $\omega = 2\pi\nu$ ， $v = c/N$ 和  $c = \lambda\nu$ ，于是式(1-19)可写成



$$E = E_0 \exp \left[ i \left( \omega t - \frac{2\pi N x}{\lambda} \right) \right] \quad (1-25)$$

上式表示波长为  $\lambda$  的单色平面波沿正  $x$  方向传播。若一平面波沿给定的方向余弦  $(\alpha, \beta, \gamma)$  传播, 则式 (1-25) 成为

$$E = E_0 \exp \left\{ i \left[ \omega t - \frac{2\pi N}{\lambda} (\alpha x + \beta y + \gamma z) \right] \right\} \quad (1-26)$$

把式 (1-22) 代入式 (1-25), 得到

$$E = E_0 \exp \left( - \frac{2\pi k x}{\lambda} \right) \cdot \exp \left[ i \left( \omega t - \frac{2\pi n x}{\lambda} \right) \right] \quad (1-27)$$

上式说明电磁波在导电介质 ( $\sigma \neq 0$ , 因而  $k \neq 0$ ) 中是一个衰减波, 消光系数  $k$  是介质吸收电磁能量的度量。当传播距离为  $x = \lambda / (2\pi k)$  时, 波的振幅减小到原来的  $1/e$ 。振幅的减少是因为介质内产生的电流将波的能量转换为热能所致。式 (1-27) 中的  $n x$  称为光程。在薄膜光学中, 膜厚常以光程表示。

### 三、光学导纳<sup>⊖</sup>

麦克斯韦方程还显示了  $E$  和  $H$  的几个重要关系。考虑式 (1-26) 表示的平面波沿单位矢量  $s_0$  传播。由式 (1-27) 得

$$\frac{\partial E}{\partial t} = i\omega E$$

同时, 从式 (1-8) 及关系式  $D = \epsilon E$ ,  $j = \sigma E$  得到

$$\nabla \times H = \sigma E + \epsilon \frac{\partial E}{\partial t} = (\sigma + i\omega\epsilon) E$$

根据式 (1-21) 有

$$\nabla \times H = i \frac{\omega N^2}{\mu c^2} E \quad (1-28)$$

式 (1-26) 可写作

$$E = E_0 \exp \left[ i \left( \omega t - \frac{2\pi N}{\lambda} s_0 \cdot r \right) \right] \quad (1-29)$$

式中,  $r$  为坐标矢径。由于  $E$  和  $H$  的解是对称的, 所以

$$H = H_0 \exp \left[ i \left( \omega t - \frac{2\pi N}{\lambda} s_0 \cdot r \right) \right] \quad (1-30)$$

由于

$$\nabla \times H = \left( i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z} \right) \times H$$

从而

$$\begin{aligned} (\nabla \times H)_x &= \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \\ &= -i \frac{2\pi N}{\lambda} s_{0y} H_x + i \frac{2\pi N}{\lambda} s_{0z} H_y \\ &= -i \frac{2\pi N}{\lambda} (s_0 \times H)_x \end{aligned}$$

<sup>⊖</sup> 光学上常应用电学上导纳的概念来表示折射率。

$$(\nabla \times \mathbf{H})_y = -i \frac{2\pi N}{\lambda} (\mathbf{s}_0 \times \mathbf{H})_y,$$

$$(\nabla \times \mathbf{H})_z = -i \frac{2\pi N}{\lambda} (\mathbf{s}_0 \times \mathbf{H})_z.$$

因而

$$\nabla \times \mathbf{H} = -i \frac{2\pi N}{\lambda} (\mathbf{s}_0 \times \mathbf{H}) \quad (1-31)$$

将式 (1-28) 代入上式, 得

$$\mathbf{s}_0 \times \mathbf{H} = -\frac{N}{\mu c} \mathbf{E} = -\frac{N \cdot \sqrt{\epsilon_0/\mu_0}}{\mu_r} \mathbf{E} \quad (1-32)$$

同样从式 (1-9) 和式 (1-29) 得

$$\frac{N \cdot \sqrt{\epsilon_0/\mu_0}}{\mu_r} (\mathbf{s}_0 \times \mathbf{E}) = \mathbf{H} \quad (1-33)$$

由式 (1-32) 与式 (1-33) 可知, 电场  $\mathbf{E}$  与磁场  $\mathbf{H}$  相互垂直, 各自都与波的传播方向  $\mathbf{s}_0$  垂直, 并符合右旋法则 (图1-1)。这进一步表明电磁波是横波。由式 (1-33) 还可知道, 对于介质中任一点,  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{H}$  不但相互垂直, 而且数值间也有一定比值。

$$Y = \frac{|\mathbf{H}|}{|\mathbf{s}_0 \times \mathbf{E}|} = \frac{N \cdot \sqrt{\epsilon_0/\mu_0}}{\mu_r} \quad (1-34)$$

$Y$  称为介质的光学导纳, 在光波段, 即  $\mu_r$  足够接近于 1 的情况下, 介质的光学导纳为

$$Y = N \cdot \mathcal{Y}_0$$

式中, 自由空间导纳  $\mathcal{Y}_0 = \sqrt{\epsilon_0/\mu_0}$ , 在国际单位制中其值为  $1/377\text{S}$ 。若以自由空间导纳为单位, 则光学导纳也可以表示为

$$Y = N$$

因此, 今后在数值上我们将用介质的复折射率表示它的光学导纳, 而不作任何说明。显然, 在微波区我们不能假定磁导率  $\mu_r$  接近于 1, 因而此时介质的光学导纳和折射率没有简单的关系。

#### 四、坡印廷矢量

电磁波的辐射就是变化电磁场的传播。电磁场具有能量, 所以随着电磁波的传播, 能量也在传播。能量传播的速度就是电磁波的传播速度, 传播方向就是电磁波的传播方向。

电磁波传播时, 在单位时间内通过垂直于传播方向的单位面积的能矢量  $\mathbf{S}$ , 称为坡印廷矢量, 或称为能流密度, 表示式为

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \quad (1-35)$$

$\mathbf{E}$  和  $\mathbf{H}$  的复数表示式各为

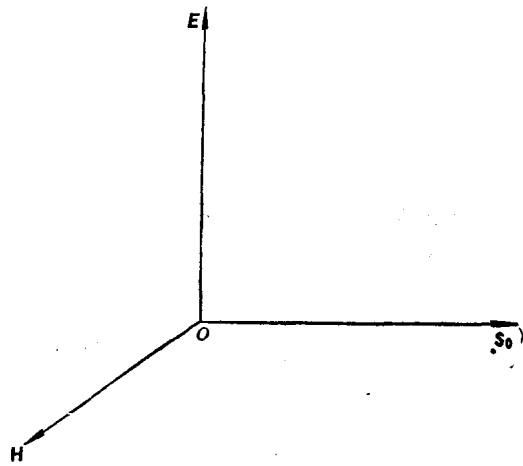


图1-1 电磁波的右旋法则

$$E = E_0 \exp \left[ i \left( \omega t - \frac{\omega x}{v} \right) \right] = E_0 \exp [i(\omega t + \alpha)]$$

$$H = H_0 \exp [i(\omega t + \beta)]$$

式中,  $\alpha$  和  $\beta$  各自可看作是电振动  $E$  和磁振动  $H$  的初相, 取其实数部分得

$$E = E_0 \cos(\omega t + \alpha)$$

$$H = H_0 \cos(\omega t + \beta)$$

介质中某点坡印廷矢量的瞬时值是忽大忽小的, 但在一个周期  $T$  内, 其平均值  $\bar{S}$  还是一个定值。

$$\begin{aligned} \bar{S} &= \frac{1}{T} \int_0^T E_0 H_0 \cos(\omega t + \alpha) \cos(\omega t + \beta) dt \\ &= \frac{1}{2} E_0 H_0 \cos(\alpha - \beta) \end{aligned}$$

因为  $(EH^*)$  的实数部分 (\*号表示共轭复数) 为

$$\begin{aligned} \text{Re}(EH^*) &= \text{Re}\{E_0 \exp[i(\omega t + \alpha)] \cdot H_0 \exp[-i(\omega t + \beta)]\} \\ &= E_0 H_0 \cos(\alpha - \beta) \end{aligned}$$

所以有

$$\bar{S} = \frac{1}{2} \text{Re}(EH^*) \quad (1-36)$$

由式 (1-34) 和  $Y = N$  可知  $H = NE$ , 所以可以得到坡印廷矢量的另一种表示形式

$$\bar{S} = \frac{1}{2} \text{Re}(N) |E|^2 \quad (1-37)$$

这表明电磁波所传递的能流密度 (坡印廷矢量) 与其振幅的平方以及所在介质的光学导纳的实部成正比。

## § 1-2 平面电磁波在单一界面上的反射和折射

### 一、 $E$ 和 $H$ 的边界条件

我们考虑两种不同介质 1 和 2 交界处  $E$  和  $H$  的情况。作一个小长方形的封闭曲线, 如图 1-2 所示。图中有上下线段, 长度各为  $l$ , 分别在不同介质内并且平行于分界面。穿过界面的两根线段长度各为  $d$  ( $d$  的值很小)。根据法拉第电磁感应定律

$$\oint E \cdot dl = - \int \frac{\partial B}{\partial t} \cdot ds$$

结合我们的具体问题, 上式可表示为

$$(E_{t1} - E_{t2}) \cdot l = \frac{\partial B}{\partial t} \cdot l \cdot d$$

$E_{t1}$  和  $E_{t2}$  各为两种介质中  $E$  的切向分量。消去两边的  $l$ , 再令  $d$  趋于零, 我们得

$$E_{t1} = E_{t2}$$

即在通过不同介质时, 电矢量  $E$  的切向分量是连

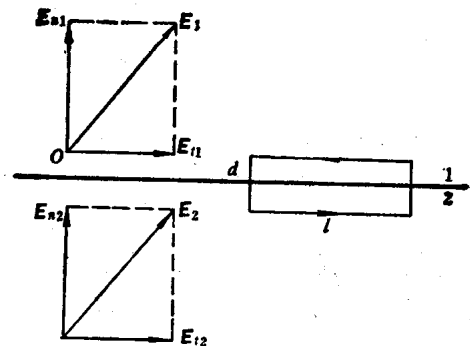


图1-2  $E$  的边界条件

续的。

我们把式 (1-8) 改写成积分形式

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_s \left( \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{j} \right) \cdot d\mathbf{s}$$

用同样方法可证明, 在界面上不存在传导电流 (即  $\mathbf{j} = 0$ ) 时

$$\mathbf{H}_{t_1} = \mathbf{H}_{t_2} \quad (1-38)$$

即磁矢量  $\mathbf{H}$  的切向分量  $\mathbf{H}_{t_1}$  与  $\mathbf{H}_{t_2}$  在分界面的两侧也是连续的。若沿着边界表面有传导电流密度  $\mathbf{j}$  时,  $\mathbf{H}$  的切向分量之差等于传导电流密度。

## 二、反射定律和折射定律

下面讨论光在两种不同物质的分界面上所发生的反射和折射现象。为方便起见, 首先讨论两种物质都是各向同性、无吸收的均匀介质的情况, 如图 1-3 所示。  $N_0$  和  $N_1$  各为两个介质的光学导纳。入射波在界面上分解为一个反射波和一个折射或透射波。设  $(s_{0a}^i, s_{0\beta}^i, s_{0\gamma}^i)$ ,  $(s_{0a}^r, s_{0\beta}^r, s_{0\gamma}^r)$  和  $(s_{0a}^t, s_{0\beta}^t, s_{0\gamma}^t)$  分别为入射波、反射波和透射波单位矢量的方向余弦, 则入射波的位相因子为

$$\exp \left\{ i \left[ \omega_i t - \frac{2\pi N_0}{\lambda} (s_{0a}^i x + s_{0\beta}^i y + s_{0\gamma}^i z) \right] \right\}$$

反射波的位相因子为

$$\exp \left\{ i \left[ \omega_r t - \frac{2\pi N_0}{\lambda} (s_{0a}^r x + s_{0\beta}^r y + s_{0\gamma}^r z) \right] \right\}$$

透射波的位相因子为

$$\exp \left\{ i \left[ \omega_t t - \frac{2\pi N_1}{\lambda} (s_{0a}^t x + s_{0\beta}^t y + s_{0\gamma}^t z) \right] \right\}$$

根据边界条件, 在  $z = 0$  处  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{H}$  的切向分量是连续的

$$\mathbf{E}_i + \mathbf{E}_r = \mathbf{E}_t$$

$$\mathbf{H}_i + \mathbf{H}_r = \mathbf{H}_t$$

若在任何时刻  $t$ 、对于边界上的任意一点, 上式始终成立, 则  $\omega_i = \omega_r = \omega_t$ 。它表示从一种介质到另一种介质, 波的频率是不变的。同时上述三个位相因子表达式, 若满足边界条件还必须使位相中对应的  $x$ ,  $y$  的系数相等, 即

$$N_0 s_{0a}^i = N_0 s_{0a}^r = N_1 s_{0a}^t \quad (1-39)$$

$$N_0 s_{0\beta}^i = N_0 s_{0\beta}^r = N_1 s_{0\beta}^t \quad (1-40)$$

从图 1-3 可见

$$s_{0a}^i = \sin \theta_0, \quad s_{0a}^r = \sin \theta_r, \quad s_{0a}^t = \sin \theta_t$$

$$s_{0\beta}^i = s_{0\beta}^r = s_{0\beta}^t = 0$$

则式 (1-40)

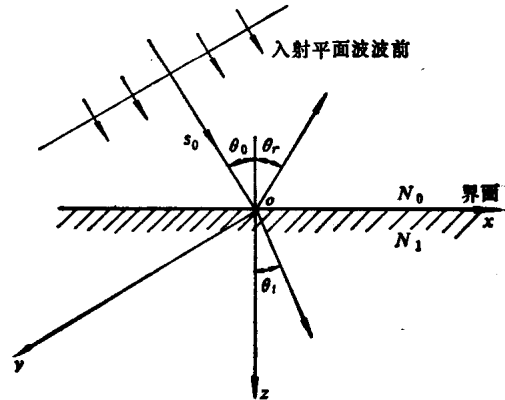


图 1-3 平面波的反射和折射

$$N_0 \cdot s'_{0\beta} = N_0 \cdot s^r_{0\beta} = N_1 s'_{0\beta} = 0$$

这表示在反射、折射时，光束固定在入射平面内。

由式 (1-39) 得  $N_0 s'_{0\alpha} = N_0 s^r_{0\alpha}$ ，因而

$$\theta_0 = \theta_r \quad (1-41)$$

上式表示光从两个介质的分界面上反射时，入射角等于反射角，此即反射定律。

从式 (1-39) 又有  $N_0 s'_{0\alpha} = N_1 s'_{0\alpha}$ ，即

$$N_0 \sin \theta_0 = N_1 \sin \theta_t$$

若用  $\theta_t$  代替  $\theta_r$ ，则上式更为对称

$$N_0 \sin \theta_0 = N_1 \sin \theta_t \quad (1-42)$$

式 (1-42) 称为斯涅耳折射定律，它对透明的或吸收的介质都同样适用。

### 三、菲涅尔公式

我们可以进一步确定反射波和透射波振幅的大小。最容易计算的是垂直入射的情况。在垂直入射时，我们选择如图 1-4 所示的符号规则。

通常取  $z$  轴垂直于界面，正方向沿着入射波方向。 $x$  和  $y$  轴位于界面内。规定入射波，反射波和透射波的电矢量的正方向相同（例如都从纸面向外）。

因为波是垂直入射的，所以  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{H}$  两者平行于界面，并且在界面两边它们都是连续的。由于在第二介质中显然没有反射波，故

$$\mathbf{H}_1 = \mathbf{H}_t, \quad \mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_t$$

由式 (1-33) 得

$$\mathbf{H}_1 = N_1 (\mathbf{s}_0 \times \mathbf{E}_1) \quad (1-43)$$

在入射介质中，有正方向行进的和负方向行进的两种波。用符号  $\mathbf{E}_0^+$ 、 $\mathbf{E}_0^-$ 、 $\mathbf{H}_0^+$ 、 $\mathbf{H}_0^-$  表示  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{H}$  在第一介质中的各个分量，它们之间有下列关系：

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{H}_0^+ &= N_0 (\mathbf{s}_0 \times \mathbf{E}_0^+) \\ \mathbf{H}_0^- &= N_0 (-\mathbf{s}_0 \times \mathbf{E}_0^-) \end{aligned} \right\} \quad (1-44)$$

应用边界条件

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}_1 &= \mathbf{E}_t = \mathbf{E}_0^+ + \mathbf{E}_0^- \quad (\text{在 } z = 0) \\ \mathbf{H}_1 &= \mathbf{H}_t = \mathbf{H}_0^+ + \mathbf{H}_0^- \quad (\text{在 } z = 0) \end{aligned} \right\} \quad (1-45)$$

将式 (1-45) 的第二式和式 (1-44) 代入式 (1-43)，得

$$N_1 (\mathbf{s}_0 \times \mathbf{E}_1) = N_0 (\mathbf{s}_0 \times \mathbf{E}_0^+ - \mathbf{s}_0 \times \mathbf{E}_0^-)$$

即

$$N_1 \mathbf{E}_1 = N_0 (\mathbf{E}_0^+ - \mathbf{E}_0^-)$$

故有

$$\mathbf{E}_0^- = \frac{N_0 - N_1}{N_0 + N_1} \mathbf{E}_0^+$$

$$r = \frac{E_0^-}{E_0^+} = \frac{N_0 - N_1}{N_0 + N_1} \quad (1-46)$$

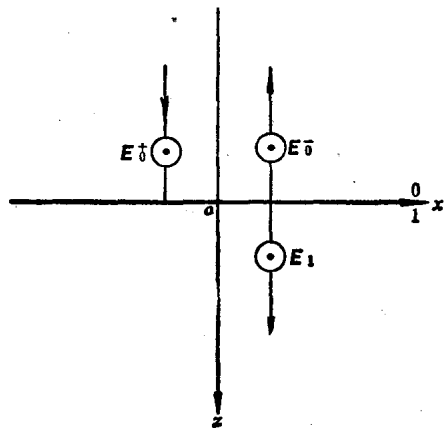


图1-4 垂直入射时所取的电矢量的正方向

$r$  称为振幅反射系数, 或称菲涅尔反射系数<sup>⊖</sup>。从坡印廷矢量的表示式中可知, 能量反射率  $R$  为

$$R = r \cdot r^* = \left( \frac{N_0 - N_1}{N_0 + N_1} \right) \left( \frac{N_0 - N_1}{N_0 + N_1} \right)^* \quad (1-47)$$

上面讨论的是垂直入射的情况, 但其结果不难推广到倾斜入射的情况。这时我们需分别对  $p$ -偏振和  $s$ -偏振规定电矢量的正方向, 符号如图1-5所示, 这和垂直入射时所取的符号规则是一致的。

只要引进有效导纳  $\eta$ , 用  $\eta_0$  和  $\eta_1$  代替式 (1-46) 和 (1-47) 中的  $N_0$  和  $N_1$ , 便可求得倾斜入射时的反射率。按式 (1-33), 则  $\eta$  可定义为

$$\eta = \mathbf{H}_i / (\mathbf{s}_0 \times \mathbf{E}_i)$$

$$\eta = -\mathbf{H}_i / (\mathbf{s}_0 \times \mathbf{E}_i)$$

$\eta$  不仅与入射角有关, 而且依赖于  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{H}$  相对于入射平面的方位。可以证明, 任何特定方位都可以归纳为两个标准方位的组合:

(1)  $\mathbf{E}$  在入射面内, 这个波称为 TM 波 (横磁波) 或称  $p$ -偏振波;

(2)  $\mathbf{E}$  垂直于入射面, 这个波称为 TE 波 (横电波) 或称  $s$ -偏振波。

下面分别讨论 TM 波和 TE 波的反射系数和透射系数。

TM 波 ( $p$ -偏振):  $\mathbf{H}$  垂直于入射面, 故  $\mathbf{H}$  与界面平行, 因此

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_i$$

而  $\mathbf{E}$  与界面成  $\theta$  倾角, 故

$$E_i = E \cos \theta$$

因为

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_i = N(\mathbf{s}_0 \times \mathbf{E}) = N(\mathbf{r}_0 \times \mathbf{E}_i / \cos \theta) = \frac{N}{\cos \theta} (\mathbf{r}_0 \times \mathbf{E}_i)$$

$\mathbf{r}_0$  为垂直于界面的单位波矢量。由  $\eta$  的定义, 有

$$\eta_p = N / \cos \theta$$

TE 波 ( $s$ -偏振):  $\mathbf{E}$  与界面平行, 而与  $\mathbf{H}$  成一  $\theta$  倾角。用与上面相似的证明得到

$$\eta_s = N \cos \theta$$

现在菲涅尔反射系数可以写成

$$\begin{aligned} r_p &= \left( \frac{E_{0p}^-}{E_{0p}^+} \right)_p = \frac{E_{0p}^- / \cos \theta_0}{E_{0p}^+ / \cos \theta_0} = \frac{E_{0p}^-}{E_{0p}^+} = \frac{\eta_{0p} - \eta_{1p}}{\eta_{0p} + \eta_{1p}} \\ &= \frac{N_0 \cos \theta_1 - N_1 \cos \theta_0}{N_0 \cos \theta_1 + N_1 \cos \theta_0} = \frac{\operatorname{tg}(\theta_1 - \theta_0)}{\operatorname{tg}(\theta_1 + \theta_0)} \end{aligned} \quad (1-48)$$

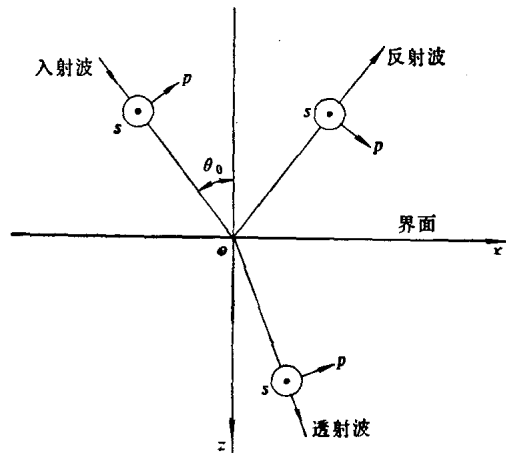


图1-5 倾斜入射时所取的电矢量的正方向

⊖ 振幅反射系数一般为复数形式。

$$r_s = \left( \frac{E_0^-}{E_0^+} \right)_s = \frac{E_{0i}^-}{E_{0i}^+} = \frac{\eta_{0s} - \eta_{1s}}{\eta_{0s} + \eta_{1s}} = \frac{N_0 \cos \theta_0 - N_1 \cos \theta_1}{N_0 \cos \theta_0 + N_1 \cos \theta_1} = \frac{\sin(\theta_1 - \theta_0)}{\sin(\theta_1 + \theta_0)} \quad (1-49)$$

不难证明, 透射系数可以写成

$$\begin{aligned} t_p &= \left( \frac{E_1}{E_0^+} \right)_p = \frac{E_{1t}/\cos \theta_1}{E_{0i}^+/\cos \theta_0} = \frac{2 \eta_{0p}}{\eta_{0p} + \eta_{1p}} \cdot \frac{\cos \theta_0}{\cos \theta_1} \\ &= \frac{2 N_0 \cos \theta_0}{N_0 \cos \theta_1 + N_1 \cos \theta_0} = \frac{2 \sin \theta_1 \cos \theta_0}{\sin(\theta_0 + \theta_1) \cos(\theta_0 - \theta_1)} \end{aligned} \quad (1-50)$$

$$t_s = \left( \frac{E_1}{E_0^+} \right)_s = \frac{E_{1t}}{E_{0i}^+} = \frac{2 \eta_{0s}}{\eta_{0s} + \eta_{1s}} = \frac{2 N_0 \cos \theta_0}{N_0 \cos \theta_0 + N_1 \cos \theta_1} = \frac{2 \sin \theta_1 \cos \theta_0}{\sin(\theta_0 + \theta_1)} \quad (1-51)$$

能量反射率是

$$\begin{aligned} R &= \left( \frac{\eta_0 - \eta_1}{\eta_0 + \eta_1} \right)^2 \\ &= \begin{cases} \left( \frac{N_0 \cos \theta_1 - N_1 \cos \theta_0}{N_0 \cos \theta_1 + N_1 \cos \theta_0} \right)^2 = \frac{\operatorname{tg}^2(\theta_1 - \theta_0)}{\operatorname{tg}^2(\theta_1 + \theta_0)} & (p\text{-偏振}) \\ \left( \frac{N_0 \cos \theta_0 - N_1 \cos \theta_1}{N_0 \cos \theta_0 + N_1 \cos \theta_1} \right)^2 = \frac{\sin^2(\theta_1 - \theta_0)}{\sin^2(\theta_1 + \theta_0)} & (s\text{-偏振}) \end{cases} \end{aligned} \quad (1-52)$$

由于透射光束和入射光束的截面积不同, 所以在透射率表达式中需乘上  $\cos \theta_1 / \cos \theta_0$  的截面比例因子。故透射率为

$$\begin{aligned} T &= \frac{N_1 \cos \theta_1}{N_0 \cos \theta_0} |t|^2 \\ &= \begin{cases} \frac{4 N_0 N_1 \cos \theta_0 \cos \theta_1}{(N_0 \cos \theta_1 + N_1 \cos \theta_0)^2} = \frac{\sin 2\theta_0 \sin 2\theta_1}{\sin^2(\theta_0 + \theta_1) \cos^2(\theta_0 - \theta_1)} & (p\text{-偏振}) \\ \frac{4 N_0 N_1 \cos \theta_0 \cos \theta_1}{(N_0 \cos \theta_0 + N_1 \cos \theta_1)^2} = \frac{\sin 2\theta_0 \sin 2\theta_1}{\sin^2(\theta_0 + \theta_1)} & (s\text{-偏振}) \end{cases} \end{aligned} \quad (1-53)$$

式(1-48)~(1-51)就是菲涅尔公式, 是薄膜光学中最基本的公式之一。因为光在薄膜中的行为, 实际上是光波在分层介质的诸界面上的菲涅尔系数相互迭加的结果, 所以可用这些系数表示多层膜的解。

#### 四、第二介质是吸收介质的情况

上面讨论了两种介质都是非吸收介质的情况, 但即使第二介质是吸收介质, 菲涅尔公式也是有效的。与上述情况不同的只是这种介质的折射率  $N_1$  为复数,  $N_1 = n_1 - ik_1$ 。由折射定律

$$n_0 \sin \theta_0 = (n_1 - ik_1) \sin \theta_1$$

得

$$\sin \theta_1 = \frac{n_0 \sin \theta_0}{(n_1 - ik_1)} \quad (1-54)$$

可见  $\theta_1$  为复数, 并且除了  $\theta_0 = \theta_1 = 0$  的特殊情况外,  $\theta_1$  不再代表折射角。仅在  $\theta_0 = \theta_1 = 0$  这种特殊情况下, 菲涅尔反射系数(对二偏振分量均相同)才能易于求出。

$$r_p = r_s = \frac{n_0 - n_1 + ik_1}{n_0 + n_1 - ik_1} \quad (1-55)$$

反射率则为

$$R_p = R_s = \frac{(n_0 - n_1)^2 + k_1^2}{(n_0 + n_1)^2 + k_1^2} \quad (1-56)$$

当光束倾斜入射时, 情况要复杂得多。这时菲涅尔反射系数为

$$r_s = |r_s| e^{i\varphi_s} = \frac{n_0 \cos \theta_0 - N_1 \cos \theta_1}{n_0 \cos \theta_0 + N_1 \cos \theta_1}$$

$$r_p = |r_p| e^{i\varphi_p} = \frac{n_0 \cos \theta_1 - N_1 \cos \theta_0}{n_0 \cos \theta_1 + N_1 \cos \theta_0}$$

我们必须记住  $N_1 \cos \theta_1$  值是一个复数值,

$$N_1 \cos \theta_1 = (n_1^2 - k_1^2 - n_0^2 \sin^2 \theta_0 - 2i n_1 k_1)^{1/2}$$

它必须在第四象限。如今

$$N_1 \cos \theta_1 \equiv u_1 + i v_1$$

则必须有  $u_1 > 0$ ,  $v_1 < 0$ 。这可以容易地得到证明。在吸收介质中传播的波可以写成如下形式:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 &= \mathbf{E}_{01} \exp \left\{ i \left[ \omega t - \frac{2\pi N_1}{\lambda} (x \sin \theta_1 + z \cos \theta_1) \right] \right\} \\ &= \mathbf{E}_{01} \exp \left( \frac{2\pi}{\lambda} z v_1 \right) \exp \left\{ i \left[ \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} (x N_1 \sin \theta_1 + z u_1) \right] \right\} \end{aligned}$$

只有当  $v_1 < 0$ , 才表示电场强度沿着  $z$  方向按指数衰减。同时由于  $n_1 > 0$ ,  $k_1 > 0$ , 所以  $(n_1^2 - k_1^2 - n_0^2 \sin^2 \theta_0 - 2i n_1 k_1)$  必须在第三或第四象限, 而它的平方根则在第二或第四象限。因为  $v_1 < 0$ , 所以  $u_1$  必须大于零。

于是菲涅尔反射系数可改写成如下形式

$$r_s = \frac{n_0 \cos \theta_0 - (u_1 + i v_1)}{n_0 \cos \theta_0 + (u_1 + i v_1)} \quad (1-57)$$

$$r_p = \frac{n_0(u_1 + i v_1) - [(u_1 + i v_1)^2 + n_0^2 \sin^2 \theta_0] \cos \theta_0}{n_0(u_1 + i v_1) + [(u_1 + i v_1)^2 + n_0^2 \sin^2 \theta_0] \cos \theta_0} \quad (1-58)$$

对在吸收介质中传播的波, 菲涅尔透射系数没有实际意义, 因为波的衰减取决于它在介质中的行进路程。复数  $r_p = |r_p| e^{i\varphi_p}$  和  $r_s = |r_s| e^{i\varphi_s}$  的幅角是反射波的位相变化, 反射率由模的平方确定。

图 1-6 表示两种不同金属的  $R_s$  和  $R_p$  随入射角的变化情况。这两种金属在  $\lambda = 546.0 \text{ nm}$  处的光学常数取:  $\text{Ag} (n = 0.055, k = 3.32)$ ;  $\text{Cu} (n = 0.76, k = 2.46)$ 。可以看到,  $R_s$  是  $\theta_0$  的递增函数,  $R_p$  随  $\theta_0$  角的增加先是下降, 然后增加。但没有一个入射角能使  $R_p$  为零, 仅存在一个特定的入射角, 使得反射光中  $P$ -分量最小, 这个角叫做准布儒斯特角。一般来说, 这个角度比较大, 在可见区和红外区至少  $\theta_0 \geq 65^\circ$ 。而  $R_p$  极小值的强度大多是  $k/n$  的函数, 且随着  $k/n$  的增加而增加。

图 1-7 表示反射相移随入射角的变化情况。显然, 不管入射角如何, 反射光的位相变化不再是 0 或  $\pi$ , 而

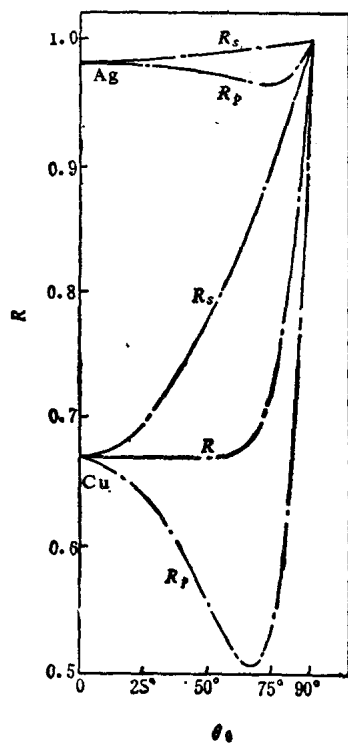


图 1-6 在空气—金属界面处反射率  $R_s$  和  $R_p$  随  $\theta_0$  角的变化



是它们中间的某一角度。同时  $s$ -分量和  $p$ -分量之间有一个不为 0 的相对位相差。因而当入射光为线偏振光，在吸收介质上反射后通常成为椭圆偏振光。正是基于这种认识，利用反射光的椭圆偏振测量，就可确定吸收介质的光学常数。从图上还可看到，当  $R_p$  接近于最小值时  $\Delta = \varphi_s - \varphi_p \approx 90^\circ$ 。

此外我们知道，光由透明介质进入吸收介质时，折射角变成一个复向量，这标志着折射光的等相面与等幅面不再重合，也意味着折射光对入射光有一个位相变化。在吸收介质的消光系数很大而且光的波长又不是很短时，等相面与等幅面二者近乎重合，光将沿着接近于垂直界面的方向运行。但当消光系数不是很大或波长比较短时，光将偏离垂直方向，偏离的大小与入射角有关。这时吸收介质的有效光学常数也随着入射角的变化而变化。

### 五、全反射

全反射是值得专门叙述一下的。在这里，虽然第二介质是透明介质，我们仍然要利用复数折射角的概念。全反射发生在光从光密媒质传播到光疏媒质，即  $n_0 > n_1$  的时候，而且要入射角  $\theta_0$  超过下式所给定的临界角  $\bar{\theta}_0$ 。

$$\sin \bar{\theta}_0 = n_1 / n_0$$

由斯涅尔定律得

$$\sin \theta_1 = \frac{n_0}{n_1} \sin \theta_0$$

当  $\theta_0 = \bar{\theta}_0$  时， $\sin \theta_1 = 1$ ，即  $\theta_1 = 90^\circ$ ，因而光沿着和界面相切的方向射出。如果  $\theta_0$  超过了这个临界角  $\bar{\theta}_0$ ，就没有光进入第二介质。所有入射光全部被反射回入射介质，成为全反射。则有

$$\cos \theta_1 = \pm (1 - \sin^2 \theta_1)^{1/2} = \pm i (n_0^2 \sin^2 \theta_0 / n_1^2 - 1)^{1/2}$$

式中只有取负号才符合物理模型，它表示了电磁场在第二介质中是一指数衰减的衰减场。

为了把菲涅尔公式 (1-57) 和 (1-58) 应用到全反射情况，只需作如下修改，即使  $u_1 = 0$ ， $i v_1 = n_1 \cos \theta_1$ ，于是有

$$r_s = \frac{n_0 \cos \theta_0 - i v_1}{n_0 \cos \theta_0 + i v_1} \equiv |r_s| e^{i \varphi_s} \quad (1-59)$$

$$r_p = \frac{i n_0 v_1 - n_1^2 \cos \theta_0}{i n_0 v_1 + n_1^2 \cos \theta_0} = \frac{n_0 v_1 + i n_1^2 \cos \theta_0}{n_0 v_1 - i n_1^2 \cos \theta_0} \equiv |r_p| e^{i \varphi_p} \quad (1-60)$$

在全反射情况下，反射光将发生位相变化。式(1-59)和(1-60)中， $|r_s| = |r_p| = 1$ 。两式都具有  $\bar{z}(\bar{z}^*)^{-1}$  这种形式，因此如果  $\alpha$  是  $\bar{z}$  的幅角 (即  $\bar{z} = a e^{i\alpha}$ ，其中  $a$  和  $\alpha$  都是实数)，则

$$e^{i\varphi} = \bar{z}(\bar{z}^*)^{-1} = e^{2i\alpha}, \text{ 即 } \text{tg} \frac{\varphi}{2} = \text{tg} \alpha$$

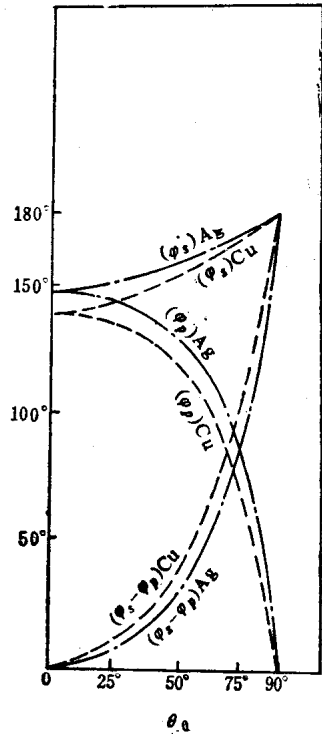


图1-7 反射相移  $\varphi_s$  和  $\varphi_p$  以及位相差  $\Delta = \varphi_s - \varphi_p$  随  $\theta_0$  的变化