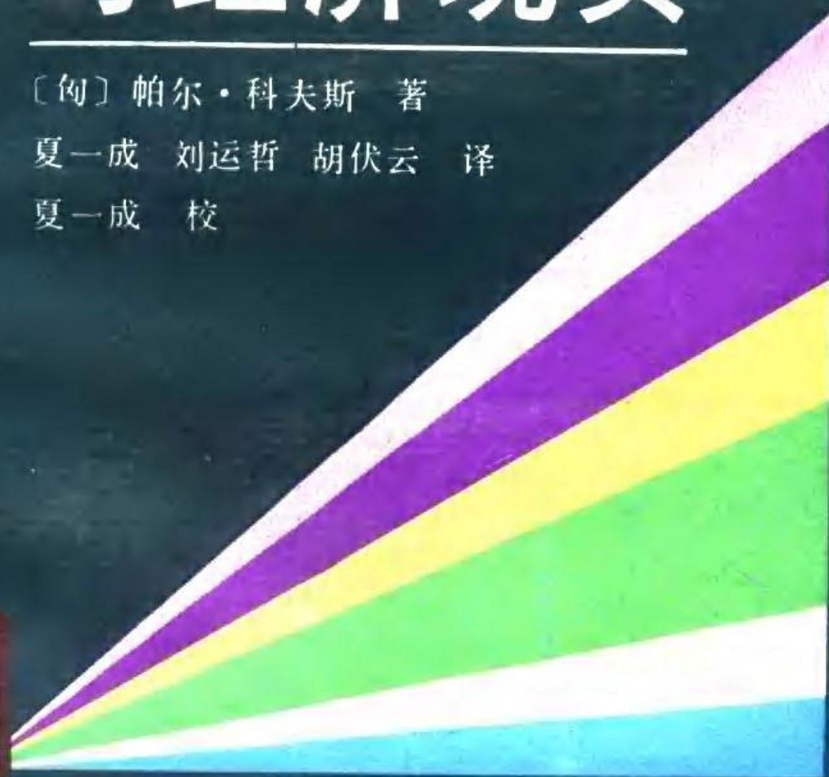


指数理论 与经济现实

[匈] 帕尔·科夫斯 著

夏一成 刘运哲 胡伏云 译

夏一成 校



中国统计出版社

Pál Köves

Index Theory and Economic Reality

Translated by Ferenc Szirbik

Translation Revised by László Mihályffy

Académiai Kiado, Budapest, 1983

本书根据1983年英译本译出

指数理论与经济现实

ZHISHU LILUN YU JINGJI XIANSHI

[匈] 帕尔·科夫斯 著

夏一成 刘运哲 胡伏云 译

夏一成 校

*

中国统计出版社出版

新华书店北京发行所发行

北京通县永乐印刷厂印刷

*

850×1168毫米 32开本 8.75印张 22万字

1990年5月第1版 1990年5月北京第1次印刷

印数: 1—3,000

ISBN 7-5037-0350-4/F·155

定价: 4.90元

译者的话

我国十多年来经济体制改革的实践证明：价格体制改革的成败是决定整个经济改革成功与否的关键问题之一。物价指数能否正确反映经济现实，对于价格体制改革能否顺利进行，具有不可忽视的影响。

为了借鉴国外经济改革的经验和教训，学习它们测定和控制物价变动的方法，以及考察和了解世界各国物价理论和方法研究的动态和趋势，我们组织翻译了这本由匈牙利经济学家和统计学家帕尔·科夫斯于1981年所著的关于价格变动测定方法的新作。

全书共分八章，首先，对物价指数的起源、发展、完善和应用的全过程，及其产生的理论基础作了历史的、深入浅出的分析和论述；其次，将现代数理统计学等数量分析方法的新思想引入指数理论研究，并应用于实践计算之中，这为指数理论研究和实际应用开辟了赏心悦目的新天地；第三，以匈牙利首都——布达佩斯市场物价的实际统计资料为基础，应用新方法、新理论测定价格的变动，取得了令人满意的结果；最后，还向我们介绍了有关国际比较项目（ICP）中的基本理论和方法。全书结构严谨、论述清晰，并注重理论和实践的结合，是一部适合物价理论研究工作、物价统计的实际工作者、大专院校经济类师生的极好参考书。

本书是根据英译本转译的。对英译本排印中的一些疏忽之处，在译为中文时已尽可能随手更正。在这里，我特别要感谢蒋光远同志，他对全部译文提出了许多指正，给予了大力支持和热情帮助。

最后，期待读者的教益。

夏一成

1989.6.21 于昆明

目 录

第一章	引言	(1)
第二章	指数理论的发展趋势	(11)
第三章	两个时期的对比：指数公式的系谱	(19)
§ 3.1	简单公式——第一代指数公式	(20)
§ 3.2	加权公式——第二代指数公式	(27)
§ 3.3	交叉时间对偶——第三代指数公式	(33)
§ 3.4	指数公式系谱总览	(37)
§ 3.5	关于 I. Fisher 方法的理论基础	(40)
第四章	相加性结构指数公式	(45)
§ 4.1	经济内涵与直观解释	(45)
§ 4.2	表示各类公式结果偏差的因子	(47)
§ 4.3	相加性结构指数公式的交叉	(61)
§ 4.4	因子—商指数	(77)
§ 4.5	非对称数量指数和价格指数	(79)
第五章	相乘性结构指数公式	(86)
§ 5.1	再论简单几何平均数及其交叉	(86)
§ 5.2	加权几何平均数一些重要的关系	(89)
第六章	时间和地区指数序列	(96)
§ 6.1	对比和指数计算体系	(97)
§ 6.2	开放型的指数计算体系	(100)
§ 6.3	Divisia 指数	(114)
§ 6.4	封闭体系和多位置交叉	(123)
§ 6.5	国际对比中的其它公式	(134)
第七章	再论指数理论趋势	(147)
§ 7.1	从分布方面出发的指数算法	(147)

§ 7.2 关于指数计算的基本原则和指数检验·····	(150)
§ 7.3 有关无差异曲线的争论·····	(162)
第八章 为建立统一的指数理论而努力 ·····	(179)
§ 8.1 理论趋势与经济现实·····	(179)
§ 8.2 综合指数的“自然发展史”·····	(182)
§ 8.3 关于公式的选择·····	(197)
参考文献 ·····	(211)
增补·····	(220)
公式一览表 ·····	(256)
公式目录 ·····	(259)
索引·····	(264)

第一章 引言

经济发展的强度、发展的绝对水平和动态的国际对比都是经济理论的中心问题，也是经济和政治实践活动的中心内容。随着世界大部分地区价格水平的惊人上涨，人们对价格形成的兴趣也与日俱增，所有这些都要求发展统计学方法，以应当务之急。在统计方法的发展中，指数的计算、分析和对比方法的发展起着突出的作用。

本书的目的是研究指数理论，即研究经济学和统计学的理论、方法中，以及数理统计学中的一些特殊问题。在这个范围内，我们将特别注重某些权数体系的正确选择问题，换句话说，就是指数公式的研究；这些公式与它们所要描述的经济现实之间的关系，又将是具有决定意义的问题。

不难发现，每当价格水平急剧变化时，指数理论就会走到举世瞩目的地位。出现于 18 世纪的指数算法本身就是这种因素的产物。发现美洲大陆后接踵而至的欧洲的物价上涨，或总的说来，资本主义的发展，要求对货币购买力的变化加以测定。对数量变化方面进行计量的思想则是以后才出现的。

两次世界大战期间的价格变化也加速了指数理论和指数算法的发展。这不难在第一次世界大战后的 10 年中找到佐证。在指数算法的发展史中，没有哪一时期能与本世纪 20 年代相比。正是在这一时期，I. Fisher 的重要著作，统计指数理论的“圣经”

于1922年出版^①；稍后(1924年)，A.Konüs的论文奠定了“经济指数理论”的基础，和I.Fisher的理论相对立。不久以后，F.Divisia于1925年发表了同样具有革命性的指数公式(“各瞬间的连锁”)；这一期间发表另一些重要论著的还有L.Bortkiewicz，A.L.Bowley，F.Y.Edgeworth，G.Gini，M.Persons，W.L.March，G.M.Walsh，以及其他一些作者。肇始于20年代的这股勃勃生气一直持续到30年代，这时，Ragnar Frisch的早期著作问世了。

第二次世界大战后，指数公式理论没有特殊的发展。这是一个“消化”老问题、重温旧争议的时期。然而，另一方面，为了澄清在应用指数计算领域中的各种具体经济问题，人们做了大量的工作。自本世纪50年代(Gilbert-Kravis的著作，1954年)以来，作为国际对比的工具，应用指数计算的重要性有增无已。

看来，从事指数理论研究的学者所面临的一个现实问题就是怎样彻底弄清“公式”问题的实质。自本世纪初以来，对这一问题的争论旷日持久。有关这一主题的著作、文献(无论是著名统计学家所写的、还是经济理论专家所写的^②)，可以说是汗牛充栋。因此，若把指数公式问题移交给下一个世纪，那将是令人遗憾的事情。

有人认为，选择指数公式造成的不确定性在大多数情况下无关宏旨，与主要由于实际的原因所导致的计算上的不确定性相比，其重要性更是微乎其微(参见Drechsler，1974年)^③。

有人认为，用不同方法加权的指数间的差异不大于1%，这种

① 指I.Fisher的《指数的编制》(*The Making of Index Number*)一书。

② 除以上介绍了其著作的Edgeworth，Fisher和Frisch之外，这里值得一提的还有以下几位著名的经济学家，他们是：Keynes，Leontief，Theil和Samuelson。

③ 这是本书采用的一种简洁的引证方法，其意思是“参看Drechsler 1974年的著作”，该著作的具体名称，见本书末“参考文献”，以下同。——译者

结论是根据短期对比的经验得出的。但是，在较长时间水平对比的情况下，或在某一时期国际对比的情况下，差别可达百分之几，有时甚至多达 30—50 %（这可以从本书的某些示例中得到证明）。同时，从事实际工作的统计学家，深知在收集和整理资料时使用估计法必有误差，从而倾向于不必怀疑最终结果的可靠性。无论如何，基本资料的随机误差大部分抵消了。另一方面，单向的系统误差有些可以修正，另一些则可以在时间对比中消除。通过严密细致的考虑，最终误差总是比想象的要小。当然，它还是比较显而易见的，不能略而不计。

指数理论的经典学者 Fisher 在他的主要著作（1922 年）中所论述的是公式问题，但他认为也有必要详尽地阐述资料中误差的作用。他的结论之一，是“只要资料充足，即使粗糙一些，也是有价值的”。可是，Fisher 无论如何也想象不到，匈牙利统计学家用来进行指数计算的资料是如此丰富多样，而且绝大部分资料相当可靠（社会主义国家统计部门能获得如此充分的资料，致使许多其他国家的指数计算专家羡慕不已）。

一般而言，尽管有的作者对加权问题的重要性并不十分在意，但是，那些强调其它误差来源的学者却很重视这个问题；这不难从对这一问题持有不同见解的作者所写的大量文章中得到证实。请参看 Drechsler 1962、1966、1973、1974 年的著作，及 Wagenführ 1962 年的著作。

如上所述，解决指数公式问题的设想是一项实际的任务。一方面，根据大量的实际经验和理论成果，我们对指数计算的可能性和局限性多少已经有些了解；另一方面，许多不同的研究方法和不一致的观点，又使任何谋求问题统一解决的努力更为困难。因此说，任务是很清楚的，但不易解决。

倘若考察一下指数计算学者“纵向的”劳动分工，我们自然可以把他们划分为理论专家和实际应用专家。但是，这种划分显然过于简单。因为实际的情形远为复杂。就我们书中涉及的理论

而言，它包含着众多不同学科的知识。一方面，它是统计学家的研究范围，另一方面，又是经济理论学者涉足的领域。统计学者既要“对实践”负责，即对某些应用指数计算方法的组织负责；又要对“统计科学”的研究负责，这就是说，统计学者的实践效果应该与整个统计理论相一致。而对于经济学家来说，指数理论是经济学或经济计量学理论的一部分，对自己所创造的指数公式在运用中会产生什么问题却不必费心。不同的研究学科支系有时确实会各行其是，彼此缺乏照应。

我在本书中的任务是把指数理论的各种不同发展趋势当做一个整体来考察。这是弄清指数理论和经济现实之间关系的唯一途径，也是本书冠以这样一个书名的初衷所在，我认为应该强调的是，与经济现实相对立的，并不是指数计算的实践，而是指数理论本身；进而言之，与指数理论相对立的，也并不是实践中指数计算所涉及的经济问题，而是经济现实的这样一些总特征。这些特征显然可以借助经济理论和统计方法来研究，指数理论的研究也应该以此为目标。

根据我的目标和这一论题派生的特点，我不拟过多地讨论有关指数计算的各种重要的实践方面和经济方面，如基本资料的搜集方法，资料的准确性，抽样问题，指数计算的产品代表品的选择，本质上取决于调查范围的(数量及单位价格的)资料的正确处理，平均价格问题，隐含的价格变化，应用指数计算的特殊问题，等等。

我不论述上面提到的这些方面的问题，并非意味着它们无足轻重。作为指数理论研究的专著，本书中略去的这些问题，并非在作者的全部思想中毫无立足之地，只是因为与指数计算的整个方法体系相比，本书所包括的内容比较狭窄。我略去的这些问题的内容在它们各自的领域内并未失其有效性和重要性。当然，在指数计算的实践中，为了求得最佳方案，所有理论的、方法的以及实践的观点都应该同时加以考虑。

如上所述，本书对指数的考察仅限于比指数计算方法论更为狭窄的范围。同时，按照第二章中将要讨论的一种指数理论研究方法，指数理论无论如何也不能置于指数计算方法论，或统计理论框架之内。我认为，不论我们讲的是指数理论还是指数计算(方法论)，所讨论的总是统计科学的某一部分或某一分支。

正如我在其他著作中(1956、1963年)更全面地阐述过的那样，我总以为我们可以象在统计方法论的其他方面所作的一样，用统计的基本概念来给指数计算下定义。因此可以说，我们所考察的一定范围内的产品构成一个统计总体，这总体中的个体都在这样一种特定的数量尺度方面各各不同，而这许多特定数量尺度的值只能间接地用其他尺度加以概括。

在我的早期著作中，我认为“经典的”指数概念和“指数方法”的概念是不同的，但它们不一定是不能相容的研究方法(1956年，第123—126页)。后者强调的是：复杂过程中某因素的影响，可以通过消除另一个因素，或另一些因素的影响而揭示出来。

“指数方法”这一名称及其相应的内容，首先传播于苏联和其他一些社会主义国家。其原因是，除本书中研究的价值指数，数量指数，价格指数这一“经典”体系外，以标准化复合比率，或换言之，以主要的平均数为基础的体系在这些国家里也有重大的意义。用“指数方法”这一名称来概括两种指数体系的共同点的确是非常适合的。这与“经典”体系并无冲突，因此，对来自两个体系中所阐述的有益思想的任何忽视，无疑是错误的。

在社会主义国家的文献中，波兰学者 W. Welfe 于1966年综合地论述了指数计算的各种问题以及不同的发展趋势。他对以无差异曲线为基础的指数理论进行了马克思主义的批判。苏联也发表了几种关于指数计算方面的专著，例如 Плошко 和 Перегудов 1958年的著作，值得一提的还有 Бакланов 较短的著作(1972年)。

在社会主义国家中，讨论“指数方法”的应用的文章很多，两

种指数体系都谈到了。这里我们不可能一一罗列作者的姓名，只能提及其中的一部分。除了上面提到过的作者外，对指数计算（以及统计问题的其他领域）作过研究的还有苏联的 Юренбург，П.Казинец，Н.Ряузов，罗马尼亚的 E.Biji，L.Tövissi，波兰的 R.Kulczycki，B.Szulc，捷克斯洛伐克的 J.Mach，德意志民主共和国的 G.Forbrig，保加利亚的 K.Gatev，以及南斯拉夫的 M.Draskovic 等。

匈牙利的学者对指数理论的发展同样作出了贡献。第二次世界大战以后，匈牙利政府对统计机构作了必要的调整，此后，涌现了不少标志匈牙利指数计算的发展的学者，他们是：J.Arday，L.Drechsler，ö.Éltető，Gy.Hajpal，R.Hoch，O.Kerekes，F.Laczó，O.Lukács，A.Marton，T.Molnárfi，V.Nyitrai，G.Párniczky，Z.Román，Gy.Szilógyi，S.Tüü，L.Vita，M.Zafir。他们的著述涉及了指数理论的广泛领域。在匈牙利指数计算的早期发展中，I.Varga，L.Sohweng 和 E.Theiss 的开创性工作，为匈牙利指数计算后来的发展奠定了基础。

和以 Yule 及 Kendall 的名著^①为代表的英美数理统计学派相比，欧洲大陆的趋势大致可说是更确定地保留了那些产生于社会科学的“家族意识”，在这一流派中，经济统计学起着更重要的作用。在这里，统计学的一般理论不能与数理统计学相混淆（在一定发展阶段上，这一流派还具有反数理学派的特征）。

代表欧洲大陆趋势的一些统计理论学者，试图建立一套用数学和逻辑学充分武装起来的最现代化的统计科学的观念体系，在这一理论体系中，指数理论也占有一席之地。有些人，如联邦德国的 Menges，似乎对指数理论的前景并不乐观。在他的统计理论三部曲的第二卷中（1973 年），他写道：“我们可以说指数问题仍悬而未决。这就是说，在指数理论中不存在、事实上也不可能

^① 指《统计理论导论》(An Introduction to The Theory of Statistics)一书。
——译者

存在解决这一问题的正确答案”。

在论及 Menges 的观念体系的作者中，瑞士科学家 A.Vogt 1976 年曾试图把数量指数和价格指数形成的指数结合起来。这一尝试与前面提到的“指数方法”派是有关联的，而后者直至如今，通常也只是在社会主义国家的文献中才能看到。

为方便读者，在详细论述我们的主题之前，使读者先了解一些有关的专业知识是必要的。

在陈述公式和进行公式的数学推导时，本书所使用的符号体系并不是通篇一致的。有关各种产品(日用品、消费品)的资料，或有关产品总体的资料，一般以“完整的”和“缩写的”两种方式来表示。表 1.1 概述了这两种符号的意义。

为了区别指数公式，我对下面两种情况使用两种不同的符号体系，即：(1)强调不同的公式类别；(2)与不同内容的指数关系(即价值指数、数量指数、价格指数)相比，公式类别的问题是次要的。在前一种情况下，我以小写字母(如 s , a , h , g)表示各种未加权公式，用大写字母表示加权公式。单个的字母既可以表示价格指数，也可以根据其含意表示同一结构的数量指数或价格指数。例如，字母 L 主要表示拉斯派雷斯 (Laspeyres, 以下简称拉氏)价格指数，但是，也可以一般地用来表示拉氏指数公式。如果要区别拉氏价格指数和数量指数，则可以分别用 L 和 L_q ，或 L_p 和 L_q 来表示。帕煦 (Paasche, 以下简称帕氏)价格指数公式的符号为 P 或 P_p ，帕氏数量指数公式的符号则为 P_q 。

如果我们研究的只是公式这个较小的范围，但要突出指数的内容，那么，在这种情况下，我们就用 Q 表示数量指数，以 P 表示价格指数^①。

在整本书中，我充分地使用了以实际资料为基础的数字实例。除了不常用到的一些例子外，还有一些可以多方面利用的资料，

① 这种情况出现较少，但用到这些符号时总要提出字母 P 在两种符号体系中所指的意思。

表 1.1 说明产品 i 和产品总体的资料所用的符号

名 称	完整符号	缩写符号
时期 $t, 0, 1$ 内, 物理单位表示的数量	q_i^t, q_i^0, q_i^1	q_t, q_0, q_1
时期 t 和 e 的单位价格	p_i^t, p_i^e	p_t, p_e
时期 t 内的价值量	$v_i^t = q_i^t p_i^t$	$v_t = q_t p_t$
虚拟价值量	$v_i^{te} = q_i^t p_i^e$	$v_{te} = q_t p_e$
个体数量指数(报告期数量与基期数量之比)	$q_i^{t/b} = \frac{q_i^t}{q_i^b}, q_i^{1/0}$	$q_{t/b}, q_{1/0}$
个体价格指数	$p_i^{t/b}, p_i^{1/0}$	$p_{t/b}, p_{1/0}$
个体价值量指数	$v_i^{t/b}, v_i^{1/0}$	$v_{t/b}, v_{1/0}$
产品、商品数目	n	n
价值量, 总量	$a_i^{te} = \sum_{i=1}^n v_i^{te}$	$a_{te} = \sum v_{te}$
价值份额	$w_i^t = v_i^t / \sum_{i=1}^n v_i^t$	$w_t = v_t / \sum v_t$
价值量指数(在关系1/0中)	$V_{1/0} = \frac{a^{11}}{a^{00}}$	$V_{1/0}, V = \frac{a_{11}}{a_{00}}$
几个分量的数量向量	$[q_i^t]$	Q^t
几个分量的价格向量	$[p_i^t]$	P^t
总量矩阵	$[a_{te}] [a_{ij}]$	A_{te}, A_{ij}

可以用来说明不同指数公式的计算, 或它们之间的相互依存关系, 也可据此引入一些指数理论的命题。

主要的说明性实例, 是由反映布达佩斯市场年供给量和标准

价格(年平均价格^①)的资料构成的。这些资料来源于布达佩斯统计年鉴，是经各种形式的选择或分组而使用的。该年鉴定期地公布有关 39 种市场商品情况的资料。

例题都以符号表示，这样易于互相参照。布达佩斯市场资料的范围包括 39 种商品，我们以 BP—39 表示之。为表明我们引用的是 1960—1970 年间的资料，便标以 BP—39 (1960—1970 年)。如果只考虑前后两个“界限上的”年份，则以 BP—39 (1960、1970 年)表示之。

这 39 种商品可分为三组：第一组 13 种，由家禽家畜产品组成；第二组 14 种，包括土豆，蔬菜等产品；第三组 12 种产品为国产水果。这三组资料都可分别用作独立的例题，分别以 BP—13，BZ—14，GY—12 来表示。

例 BP—39 的数字结果都接近于匈牙利中央统计局公布的有关布达佩斯市场的指数计算结果。

为了减少计算量和提高综合性，我从 39 种商品中选择了比较重要的 12 种商品进行计算。它们的结果比较接近于例 BP—39 的数字结果。将 12 种商品作进一步的根本性删减，只取例 BP—12 中的开始两项，即活鸡和宰鹅，便得到 BP—2。I. Fisher 那本经典著作(1922 年)中，提供了一个由 1913—1918 年 36 种商品资料组成的例子，看来也必须用到。Fisher 正是依据这批资料，按 134 个公式计算了指数序列。这些计算得到的富有启发性的结果是十分有用的，我们将这一例题表示为 F—36(1913—1918 年)。

我们还有必要介绍一下另一更大规模的例题。在联合国统计司的领导下，由各国国家统计局、宾西法尼亚大学和世界银行合作，于 20 世纪 70 年代开始了一项大规模的国际比较项目(ICP)，

① 当使用这一例题中的资料进行计算时，由于给定的单位价格是年平均价格，从而有可能引出的问题被置之度外。

就十个国家 1970 年^①的国内生产总值和货币购买力进行了对比。本书中，我将对这个项目所采用的方法进行讨论，并根据我个人的研究，对上述项目公布的结果进行考察。此外，我还将利用已发表的包括 150 多种产品的资料，经过必要的修正和一些重新计算，使其结果自成一体。这就是形成例 ICP—150 的情况。

^① 继 10 国对比之后，又在 ICP 中对 16 个国家 1973 年的情况进行了分析，类似的工作现在依然在进行

第二章 指数理论的发展趋势

继 1922 年 Fisher 的著作之后, Ragnar Frisch 的著作问世 (1936 年), 标志着指数理论的发展又进入了一个新的重要阶段。R. Frisch 在他的研究中, 把指数理论的发展区分为这样两个主要趋向, 即: 原子论方法和函数论方法。

原子论方法是把单个产品的数据 q_i 与 $p_i (i=1, 2, \dots, n)$ 看作是独立的变量。我们要解决的问题就是确定这 $2n$ 个独立变量的函数, 以表示“总的价格变化”。R. Frisch 引用了其他一些学者, 特别是 Edgeworth 于 1909 年提出的解释(他称之为随机论)。根据他的解释, 我们假定“‘价格水平’的任何变化都应该表明其自身是所有价格的比例变化。与这一严格比例性的任何偏离都不能看作是我们谈论价格水平变化时所考虑到的那些原因引起的, 而必须看作是其它原因引起的……。”

“要使该分析法进一步完善, 必须对个体价格比率 p_i^1/p_i^0 ……的统计分布进行研究^①, ……这一研究使我们在选择平均数时不能用算术平均数, 特别是, 在偏态分布的情况下, 要用几何平均数。……”(第 4 页)

同 Keynes 的观点一样, R. Frisch 认为价格水平的随机论定义犯了“本末倒置的错误”, 但仍认为有必要对分布进行考察。在

① 换句话说, 本书中以 $p_i^1/p_i^0 = p_i^{1/0}$ 表示的个体价格的变化对所讨论的任何产品 i , 是一个随机变量, 其期望值是价格的变化。

在他看来，检验方法和 Marshall 提出的环比方法是很有用的，尽管它们在消除原子论方法中那些不可避免的不确定性方面并不是十分令人满意的实验。

R. Frisch 对指数理论的另一个发展趋势作了如下描述：“在函数论方法中，对价格和数量之间存在一定的特征关系的假定，改变了问题的全部性质。在原子论方法中，不可能对指数下一个合乎逻辑的、唯一的定义，而在函数论方法中，却可以做到这一点”（第3页）。

函数论方法认为不可能有那种理想的情况出现，即各单个价格会以同样的比例变化。“我们正视与比例性的偏离，只把它们看作是赋予指数以经济意义的那些系统的关系的表现。倘若可以得到必要的资料，那么，由此得到的指数，其精确性原则上会象单个商品的价格一样显著。这种资料所包括的不仅仅是与每一情形相联系的一组价格和一组数量^①。当然，在实际中很难获得完整的资料，因此，这就导致了近似方法和极限方法的应用……”（第10页）。正如 Frisch 指出的一样，采用可靠性受到限制的近似方法，在许多情况下，意味着应用原子论方法中所阐述的公式。但是，如果我们不用“许多”一词，而用“所有”一词，或许更加确切。

函数论方法的中心内容是效用函数，需求函数，以及来自新古典经济理论中的无差异曲线和无差异面。效用函数

$$u(Q) = u(q_1, q_2, \dots, q_n) \quad (2.1)$$

可用来确定消费者的满足水平以及消费者从所消费的消费品总量中得到的利益。从函数论的指数理论角度来看，函数 $u(Q)$ 可以有多种不同的实际形式，其中有些甚至“有待于观察”。我们设 $n = 2$ ，则可得到下面的效用函数：

① 这意味着根据价格确定数量（或反过来，以数量表现价格）的函数为已知，不仅对实际存在的价格与数量如此，而且对任何可能的 p_i 与 q_i 的值都应该如此。