

工程力学

主编 赵芳印

副主编 万 杰 徐元庆

主审 陈天佑

中国地质大学出版社

内 容 简 介

本书适用于70~90学时高等专科学校非机(非土建)各专业教学使用,也可供有关工程技术人员参考。

全书共分静力学、材料力学以及运动学和动力学三篇。包括静力学基础、平面汇交力系、力矩和平面力偶系、平面任意力系、摩擦、空间力系和重心;拉伸和压缩、剪切和挤压、扭转、弯曲、应力状态和强度理论、组合变形、压杆稳定、动载荷和交变应力;点的运动、刚体的运动、质点动力学、刚体动力学以及功和功率等十九章内容。为配合教学,章后选编了适量的习题,书后附有答案。

工 程 力 学

主 编 赵芳印
副主编 万 杰 徐元庆
主 审 陈天佑
责任编辑 方 菊

*

中国地质大学出版社出版发行

(武汉市喻家山)

郑州人民印刷厂印刷

开本 787×1092 1/16 印张14.25 字数346千字

1989年10月第1版 1989年10月第1次印刷

印数 1—7000册

ISBN 7-5625-0348-6/0·18

定 价: 3.95元



前 言

为满足教学的需要,适应高等工业专科学校教学的特点,编写了工程力学这本教材,它可供70~90学时非机(非土建)各专业使用。本书是在郑州机械专科学校等四所专科学校于1983年合编的“工程力学”讲义的基础上修改编写的,在编写中吸取了同类教材的优点,融合了几年来教学改革的经验,力图做到文字简明,内容精练,知识面宽,结合工程实际,便于教学使用。

本教材共分三篇:第一篇静力学,第二篇材料力学,第三篇运动学和动力学。对于少学时的可只讲前两篇,适合70学时左右教学采用,而对于多学时的,则可以再增选第三篇的内容,全书适合90~100学时采用。为便于教学每章后附有习题,书后并有答案,书中带“*”号的内容供教师授课时选用。

本教材的第一、二、三章由华中工学院汉口分院张仲毅编写,第四、五章由上海轻工业专科学校陈位宫编写,第六、八章由郑州机械专科学校赵芳印编写,第七章由盐城工业专科学校施慰连编写,第九、十三章由郑州职工大学赵明久编写,第十章内力和应力由河南省机电专科学校方润亭编写,第十章变形和第十四章由郑州机械专科学校胡德金编写,第十一、十二章由盐城工业专科学校万杰编写,第十五、十六章由河南省纺织工业专科学校徐元庆编写,第十七、十八和十九章由河南省纺织工业专科学校蔡崇田编写。本书由洛阳建材专科学校陈天佑和孙继业负责审稿。赵芳印任主编,万杰和徐元庆任副主编,陈天佑任主审。

由于水平所限,经验不足,书中定有不少缺点和错误,恳请读者给以批评指正。

编者

1989年3月10日

目 录

第一篇 静力学

引 言	(1)
第一章 静力学基础	(1)
§ 1-1 静力学的基本概念	(1)
§ 1-2 静力学公理	(2)
§ 1-3 约束和约束反力	(3)
§ 1-4 受力分析与受力图	(5)
习 题	(7)
第二章 平面汇交力系	(9)
§ 2-1 平面汇交力系合成的几何法	(9)
§ 2-2 力在轴上的投影 合力投影定理	(11)
§ 2-3 平面汇交力系合成的解析法	(12)
习 题	(14)
第三章 力矩和平面力偶系	(16)
§ 3-1 力对点的矩	(16)
§ 3-2 平面力偶系	(17)
§ 3-3 力的平移定理	(18)
习 题	(19)
第四章 平面任意力系	(21)
§ 4-1 平面任意力系向一点的简化	(21)
§ 4-2 平面任意力系简化结果的讨论 合力矩定理	(23)
§ 4-3 平面任意力系的平衡方程	(24)
§ 4-4 平面平行力系的平衡方程	(26)
§ 4-5 物体系统的平衡 静定与静不定问题的概念	(27)
习 题	(29)
第五章 摩擦	(33)
§ 5-1 摩擦概述	(33)
§ 5-2 滑动摩擦	(33)
§ 5-3 摩擦角和自锁现象	(34)
§ 5-4 考虑摩擦时的平衡问题	(36)

§ 5-5 滚动摩擦	(37)
习 题	(38)
第六章 空间力系 重心	(40)
§ 6-1 力在直角坐标轴上的投影	(40)
§ 6-2 力对轴的矩	(41)
§ 6-3 空间力系的平衡方程	(42)
§ 6-4 重心	(46)
习 题	(50)

第二篇 材料力学

引 言	(33)
第七章 轴向拉伸和压缩	(55)
§ 7-1 轴向拉伸和压缩的概念	(55)
§ 7-2 内力 截面法 轴力图	(55)
§ 7-3 截面上的应力	(57)
§ 7-4 材料在拉压时的机械性质	(58)
§ 7-5 拉伸和压缩时的强度计算	(62)
§ 7-6 轴向拉压杆的变形	(64)
§ 7-7 拉压静不定问题	(65)
习 题	(68)
第八章 剪切和挤压	(72)
§ 8-1 剪切的观念和实用计算	(72)
§ 8-2 挤压的观念和实用计算	(73)
习 题	(75)
第九章 圆轴的扭转	(77)
§ 9-1 圆轴扭转的概念	(77)
§ 9-2 扭矩和扭矩图	(77)
§ 9-3 纯剪切 剪切虎克定律	(79)
§ 9-4 圆轴扭转时的应力和强度计算	(80)
§ 9-5 圆轴扭转时的变形和刚度计算	(83)
§ 9-6 提高圆轴扭转时强度和刚度的措施	(85)
习 题	(86)
第十章 直梁的弯曲	(88)
§ 10-1 直梁弯曲的概念	(88)
§ 10-2 梁的载荷和支反力	(88)
§ 10-3 剪力和弯矩	(90)
§ 10-4 剪力图和弯矩图	(91)
§ 10-5* 弯矩、剪力和载荷集度之间的关系	(93)

§ 10-6	纯弯曲时梁横截面上的正应力	(95)
§ 10-7	截面惯性矩和平行移轴公式	(97)
§ 10-8	弯曲正应力强度条件	(99)
§ 10-9*	直梁弯曲时的剪应力	(101)
§ 10-10	梁弯曲变形时的挠度和转角	(103)
§ 10-11	梁的挠曲线近似微分方程及其积分	(104)
§ 10-12	按叠加原理求梁的挠度和转角	(106)
§ 10-13	梁弯曲时的刚度计算	(109)
§ 10-14	提高梁弯曲时强度和刚度的途径	(110)
§ 10-15	用变形比较法解简单静不定梁	(112)
习 题		(113)
第十一章	应力状态和强度理论	(118)
§ 11-1	应力状态的概念	(118)
§ 11-2	平面应力状态分析	(119)
§ 11-3	应力圆	(120)
§ 11-4	二向应力状态的最大应力	(122)
§ 11-5	三向应力状态的最大剪应力	(124)
§ 11-6	广义虎克定律	(124)
§ 11-7	强度理论概述	(125)
§ 11-8	四个基本的强度理论	(126)
习 题		(130)
第十二章	组合变形下的强度计算	(132)
§ 12-1	概述	(132)
§ 12-2	拉伸(压缩)与弯曲组合变形的强度计算	(132)
§ 12-3	扭转与弯曲组合变形的强度计算	(135)
习 题		(138)
第十三章	压杆稳定	(140)
§ 13-1	压杆稳定的概念	(140)
§ 13-2	计算临界压力的欧拉公式	(140)
§ 13-3	欧拉公式的适用范围 临界应力总图	(142)
§ 13-4	压杆稳定校核 提高压杆稳定性的措施	(144)
习 题		(145)
第十四章	动载荷和交变应力概述	(147)
§ 14-1	动载荷的概念	(147)
§ 14-2	匀加速运动构件的应力计算	(147)
§ 14-3	受冲击构件的动荷系数	(149)
§ 14-4	交变应力下材料的疲劳破坏	(151)
§ 14-5	交变应力的循环特征	(152)

§ 14-6	材料的持久极限	(153)
§ 14-7	应力集中的概念	(154)
§ 14-8	影响构件持久极限的主要因素	(154)
习 题		(155)

第三篇 运动学和动力学

引 言	(157)
第十五章 点的运动	(157)
§ 15-1	确定点的运动、速度和加速度的矢量表示法 (157)
§ 15-2	确定点的运动、速度和加速度的直角坐标法 (159)
§ 15-3	确定点的运动、速度和加速度的自然坐标法 (161)
§ 15-4	点的合成运动 (166)
习 题	(170)
第十六章 刚体的运动	(172)
§ 16-1	刚体的平动 (172)
§ 16-2	刚体的定轴转动 (173)
§ 16-3	转动刚体上各点的速度与加速度 (175)
§ 16-4	刚体的平面运动 (177)
§ 16-5	平面图形上各点速度分析的基点法 (178)
§ 16-6	平面图形上各点速度分析的瞬心法 (180)
习 题	(184)
第十七章 质点动力学	(186)
§ 17-1	动力学基本定律 (186)
§ 17-2	质点运动微分方程 (187)
§ 17-3	质点动静法 (189)
习 题	(191)
第十八章 刚体动力学	(193)
§ 18-1	刚体定轴转动的微分方程 (193)
§ 18-2	转动惯量 (194)
§ 18-3	刚体定轴转动微分方程的应用 (195)
习 题	(197)
第十九章 功和功率	(199)
§ 19-1	力的功 (199)
§ 19-2	几种常见力的功 (200)
§ 19-3	功率 (201)
习 题	(202)
附录 型钢规格表	(204)
习题答案	(214)

第一篇 静力学

引言

日常生活和工程实践中，最常见的一种运动就是机械运动。所谓机械运动，就是物体在空间的相对位置随时间发生改变的现象。它是自然界中最普遍、最基本的运动形式。机械运动中还包括一种特殊的形式，即平衡。所谓平衡，是指物体相对于地面处于静止或匀速直线运动的状态。静力学研究物体在力的作用下处于平衡的规律。其主要内容有：物体的受力分析，力系的简化，以及物体在力作用下处于平衡的条件。静力学是学习本书第二篇材料力学和第三篇运动学和动力学的基础，它也可以直接用来解决工程实际中的许多问题。

第一章 静力学基础

§ 1-1 静力学的基本概念

一、力的概念

用手推小车，由于手对小车的作用使小车由静止开始运动；用弹簧提重物，由于重物对弹簧的作用使弹簧发生变形。这种使小车运动状态发生改变和使弹簧发生变形的作用就是力。通过大量类似的实例研究，人们提出了力的概念：力是物体间的相互机械作用，这种作用使物体的运动状态或形状发生改变。

力使物体运动状态发生改变的效应称为力的外效应或运动效应，力使物体产生变形的效应称为力的内效应或变形效应。

力对物体的作用效果取决于力的三个要素：力的大小，力的方向（包括方位和指向）；力的作用点。若受力的区域很小，不影响问题的研究，可认为力作用于一个几何点。

显然，力是矢量。可用一有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 来表示（图1-1）。线段 AB 的长按选定的比例表示力的大小，线段的方位与箭头指向表示力的方向，作用点可用线段的起点或者终点表示。一般用黑体字母 F 表示力。在国际单位制中力的单位为牛顿（N）。

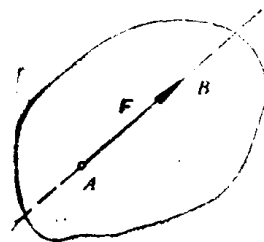


图 1-1

二、刚体的概念

实际物体受力后总会变形。如果某物体受力后变形很小，又不影响研究问题的实质，那

末就可以忽略变形，把它看作是刚体。所谓刚体就是在力的作用下不变形的物体。刚体实际上并不存在，它只是经过抽象的理想力学模型。这种科学的抽象抓住了问题的本质，是必要的合理的。反过来，当所研究的问题不考虑变形便无法解决，也就是当变形成为关键因素时，就不能将物体看作是刚体了。

三、平衡力系与等效力系

作用于物体上的一组力称为力系。若物体在某力系的作用下处于平衡，这个力系就称为平衡力系。作用于同一物体上的两个力系，若产生的外效应完全相同，这两个力系就互为等效力系。将一个复杂的力系化为一个与之等效的简单力系，称为力系的简化。

§ 1-2 静力学公理

静力学公理是在研究力系的平衡和简化中总结出来的最基本的力学规律。这些规律的正确性已为实践反复证明，为大家所公认。通称为静力学公理。

公理一 二力平衡公理 作用在刚体上的两个力，使刚体处于平衡的充分与必要条件是这两个力等值、反向、共线（图 1-2）。

此条件对变形体不是充分的，但是它是必要的。如柔绳受两个等值反向的压力作用就不能平衡。

在两个力作用下处于平衡的物体称为二力体。这种物体多属杆件，也称二力杆。由公理一知道，作用在二力体上的两个力，它们的作用线必通过两力作用点的连线，且等值反向（图 1-3）。

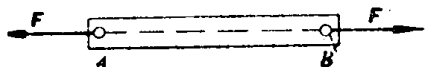


图 1-2



图 1-3

公理二 加减平衡力系公理 在力系上加上或减去任意的平衡力系，不会改变原力系对刚体的作用。这个公理对研究力系的简化很重要。

推论（力的可传性原理） 作用于刚体上某点的力，沿着它的作用线移到刚体内的任一点，并不改变该力对刚体的作用。如图 1-4 所示，作用于车上 A 点的推力 F 可沿其作用线

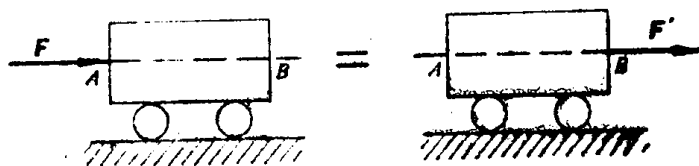


图 1-4

移到 B 点，虽推力变为拉力，但小车的运动不会改变，即效果相同。

公理三 作用于物体上某一点的两个力的合力亦作用于同一点，其大小和方向可由以该两个力矢量为边所做的平行四边形的对角线来确定。原来的两个力称为合力的分力。合力等

于这两个分力的矢量和（图1-5）。即

$$R = F_1 + F_2 \quad (1-1)$$

为了作图方便在求两共点力的合力时，只须画出平行四边形的一半，即三角形即可，其方法是自共力点O先画出一力 F_1 ，然后再由 F_1 的终端画一力矢 F_2 （仅表示 F_2 的大小和方向），最后由O点至力矢 F_2 的终端作一矢量 R ，它就是 F_1 、 F_2 的合力。这种作图法称为力的三角形法则。显然，调换 F_1 、 F_2 的顺序，其结果不变（图1-6）。

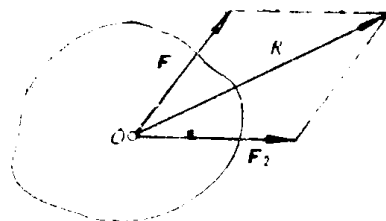


图1-5

推论（三力平衡汇交定理） 当刚体受到同平面内作用线不平行的三个力作用而平衡时，这三个力的作用线必定汇交于一点（图1-7）。此推论的证明留给读者自证。

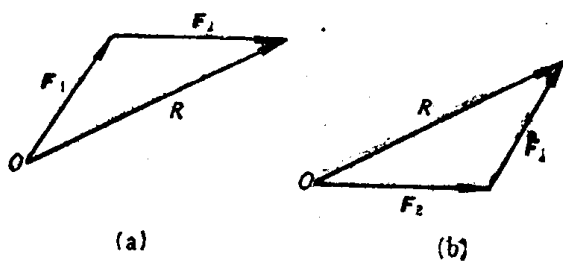


图1-6

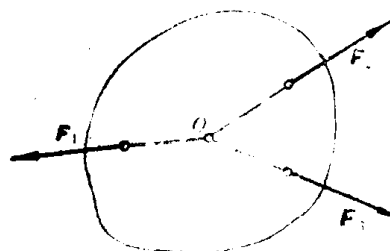


图1-7

公理四 作用和反作用定律 两物体间相互作用的一对力，总是等值、反向、共线，而分别作用在这两个物体上。这两个力互为作用力和反作用力。应注意一对作用与反作用力和一对平衡力之间的区别。

§ 1-3 约束和约束反力

在空间可以自由运动而获得任意位移的物体称为自由体。如飞机、火箭等。而在某些方向不能自由运动的物体称为非自由体。对非自由体的某些运动起限制作用的周围物体称为约束。如机车是非自由体，铁轨为约束，机车只能在轨道上运动。

当物体沿着约束所限定的方向运动或有运动趋势时，约束对物体必产生一作用力。通常将约束作用于非自由体上的力称为约束反力。约束反力的方向总是与约束所能限制运动的方向相反。为了区别于约束反力，把只能主动引起物体运动或使物体有运动趋势的力称为主动力。下面介绍几种工程上常见的约束类型。

一、柔性约束

柔软绳索对物体的约束反力作用在连系点，它只能是拉力。即仅当柔绳张紧时，起不让物体沿绳的方向离开的作用。所以柔性体的约束反力总是沿着绳索而背离所系的物体。链条、皮带等也属于此类约束（图1-8）。

二、光滑接触面约束

若物体相互接触处光滑，摩擦力可以忽略不计，那末可将其中一个物体看作另一个物体的约束，光滑接触面约束只能限制物体沿接触表面法线並朝向约束内部的运动，而不能限制

沿接触表面切线的运动。所以光滑面对物体的约束反力，作用在接触点处，方向沿接触表面的公法线，並指向受力物体。通常称这种约束反力为法向反力（图 1 - 9 ）。

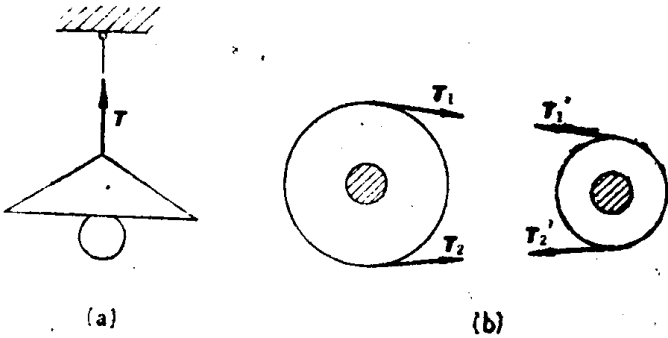


图 1 - 8

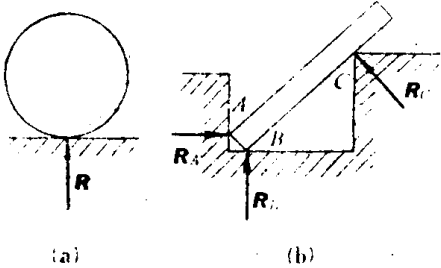


图 1 - 9

三、光滑圆柱铰链约束

两个开有同样大小圆孔的零件用一直径略小于孔径的销钉连接起来，便构成了圆柱铰链约束（图 1 - 10 ），其中（b）图为其简图。这种约束只限制被铰接物体在连接处不能分开，但它们可以绕销钉轴转动。不计摩擦，铰链中圆柱形销钉与圆孔之间可看作光滑接触，而接触点可为圆周上任一点。所以约束反力 R 总是沿着接触点的公法线，即通过圆柱铰链中心。由于 R 的大小和方向都未知，一般可将它分解为互相垂直的两个分力 R_x 和 R_y （图 1 - 11 ）。

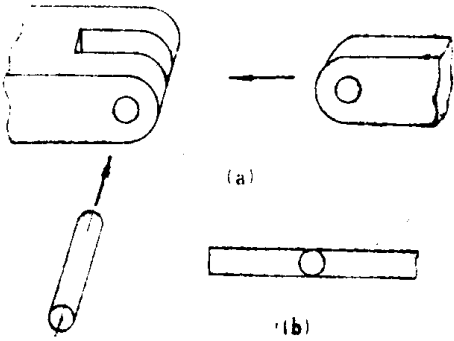


图1-10

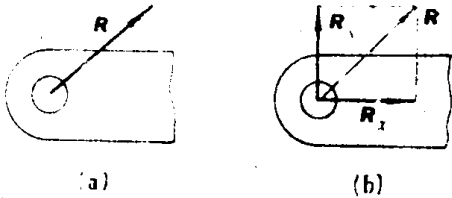


图1-11

若构成圆柱铰链约束中的一个零件固定不动，则称此铰链为固定铰链支座，和前面一样，其约束反力仍用两个正交的分力来表示（图 1 - 12 ）。

将构成圆柱铰链约束中的一个零件放在一个光滑接触面上，如图 1 - 13 所示，就构成了活动铰链支座。这种支座的性质和光滑接触面相同，其约束反力沿光滑接触面的法线，且通过铰链中心。

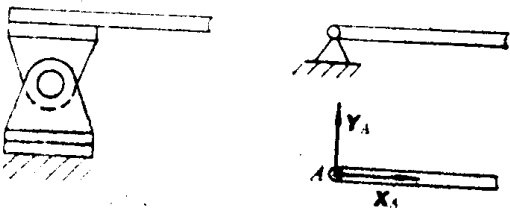


图 1 - 12

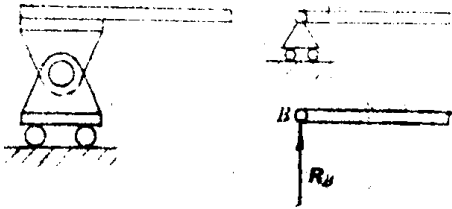


图 1 - 13

§ 1-4 受力分析与受力图

要研究物体受力时的效应，首先应该分析物体受到哪些力的作用，它们的性质如何，也就是对物体作受力分析。为此首先要将所研究的物体从与它相联系的周围物体中分离出来，单独画出其图形，然后画出它所受的主动动力，以及周围物体对该物体的约束反力。这种图就称为受力图。被分离出来的物体称为分离体或研究对象。

有时分析问题需要以若干物体组成的系统为研究对象。系统内各物体间的相互作用力称为内力；系统外的物体作用于该系统中各物体的力称为外力。内力和外力不是绝对的，随着研究范围的改变，内力和外力是可以相互转化的。然而一旦确定了研究对象，内力和外力的划分也就完全明确了。由于内力在系统内成对出现，作用相互抵消，所以在画物体系统受力图时只需画外力而不画内力。

例 1-1 一重为 G 的均质杆 AB 放在半球形的光滑槽内，如图 1-14(a) 所示。试分析杆的受力情况，并画出受力图。

解 取 AB 杆为研究对象。因 AB 杆为均质，故主动力 G 作用在 AB 杆的中点 C ，方向垂直向下。此外在解除约束后，

杆 AB 还受到槽对它的约束反力 R_A 及 R_D 的作用，根据光滑接触面的特点，知 R_A 、 R_D 应分别沿着杆与槽在 A 、 D 处的公法线，且指向杆 AB ，即 R_A 的作用线通过球心；而 R_D 的作用线垂直于杆 AB 。又因 AB 杆在 G 、 R_A 及 R_D 三力作用下处于平衡，所以它们的作用线必汇交于一点，如图 1-14(b) 所示。

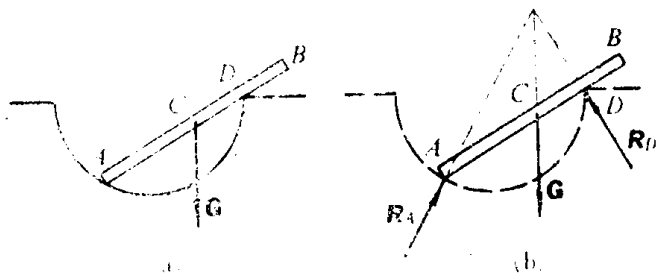


图 1-14

例 1-2 承重支架由 AB 和 CD 两杆组成， A 、 C 、 D 均为光滑圆柱铰链。已知 $AD = BD = AC$ ， AB 杆的 B 端受一力 P 的作用，如图 1-15(a) 所示。试分析杆 AB 及 CD 的受力情况，并画出它们的受力图。杆重均不计。

解 取 CD 杆为研究对象。由于不计杆重， CD 杆上无主动力作用，在解除约束的 C 、 D 处，各受一约束反力 R_C 、 R_D 的作用， CD 杆在这两个力的作用下处于平衡，所以它是二力杆。根据二力杆的受力特点，知 R_C 、 R_D 一定大小相等、方向相反，且其作用线通过 C 、 D 两点的连线，画出其受力图，如图 1-15(b)。再取 AB 杆为研究对象，其端点 B 作用有主动力 P ，在 A 、 D 处受到约束反力 R_A 、 R_D 的作用。因 R_D' 与 R_D 互为作用力和反作用力，故其方向可根据 R_D 确定。因 AB 杆是在 P 、 R_D' 和 R_A 三力作用下处于平衡，由三力平衡汇交定理，知 R_A 的作用线既通过 A 点，又通过 P 与 R_D' 二力作用线的交点 E ，由此可画出 AB 杆的受力图，如图 1-15(c) 所示。

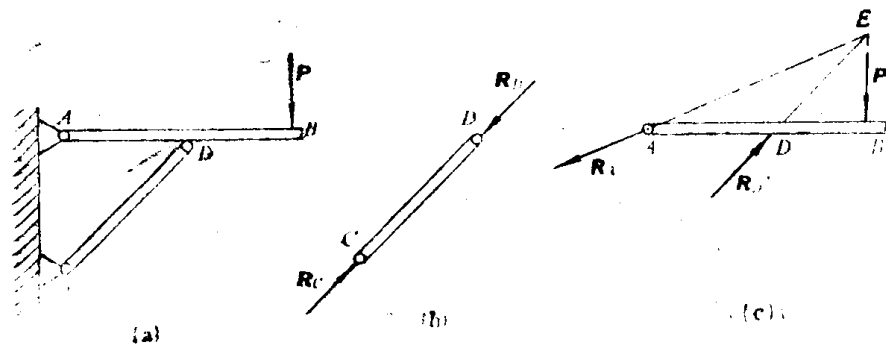


图 1-15

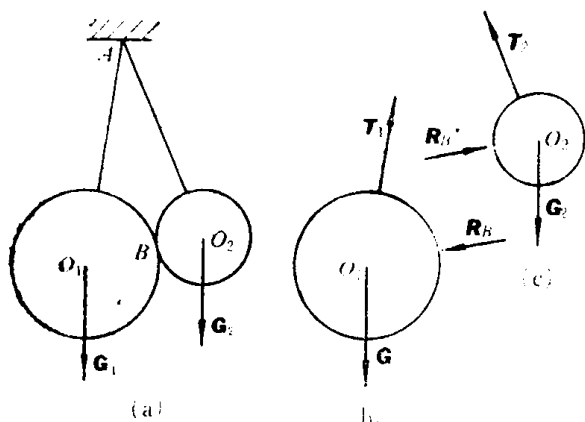


图 1-16

例 1-3 重量为 G_1 和 G_2 的两个圆球 O_1 和 O_2 ，用绳索悬吊在同一点 A ，如图 1-16(a) 所示。试画出球 O_1 及球 O_2 的受力图。

解 取球 O_1 作为研究对象。解除约束，画出球 O_1 。球 O_1 上的主动力为重力 G_1 ，它作用在球心，方向铅直向下。球 O_1 受到吊绳的约束，根据柔绳约束的特点，它只能是拉力，方向沿着绳而背离球 O_1 ，用 T_1 表示。此外球 O_1 还受到球 O_2 的约束，如不计摩擦，则两球为光滑接触，其约束反力应沿接触点的公法线而指向球 O_1 的球心，用 R_B 表示。这些力画在球 O_1 上便得到受力图 1-16(b)。根据类似的分析，也可画出球 O_2 的受力图 1-16(c)。

例 1-4 简易起重支架如图 1-17(a) 所示，杆 AD 、 BC 不计自重， DG 、 EF 为柔绳。试分析 AD 、 BC 杆及整个支架的受力情况，并画出它们的受力图。

解 (1) 取 AD 杆为研究对象。先画出其图形，其上重物的重力是主动力，它通过柔绳作用在 D 点，方向铅垂向下，仍用 G 表示。在 A 、 C 处，杆受到铰链约束反力的作用，因约束反力的大小和方向暂时还不知道，可分别用一对相互垂直的约束反力 X_A 、 Y_A 及 X_C 、 Y_C 表示。在 E 处杆还受到柔绳 EF 对它的约束反力，其方向沿着 EF 而背离 AD 杆，用 T 表示，如图 1-17(b) 所示。

(2) 取 BC 杆为研究对象。画出其图形，因不计杆重，故 BC 杆上无主动力作用。在 B 处是活动铰链支座，约束反力应通过 B 点垂直向上，用 R_B 表示。在 C 处所受的约束反力与杆 AD 在 C 点受到的约束反力互为作用力和反作用力，可用 X'_C 、 Y'_C 表示。此外在 F 处，杆还受到柔绳 EF 的约束反力 T' 的作用，如图 1-17(c) 所示。

(3) 取整个支架为研究对象。由于研究范围的扩大，前面分析中的 X_C 、 Y_C 、 X'_C 、 Y'_C 及 T 、 T' 皆属内力，不必画出。整个支架上只有主动力 G 及约束反力 R_B 、 X_A 、 Y_A ，如图 1-17(d)。

从以上的解题过程可归纳出画受力图的步骤：

(1) 由题意选择适当的研究对象，画出其图形。

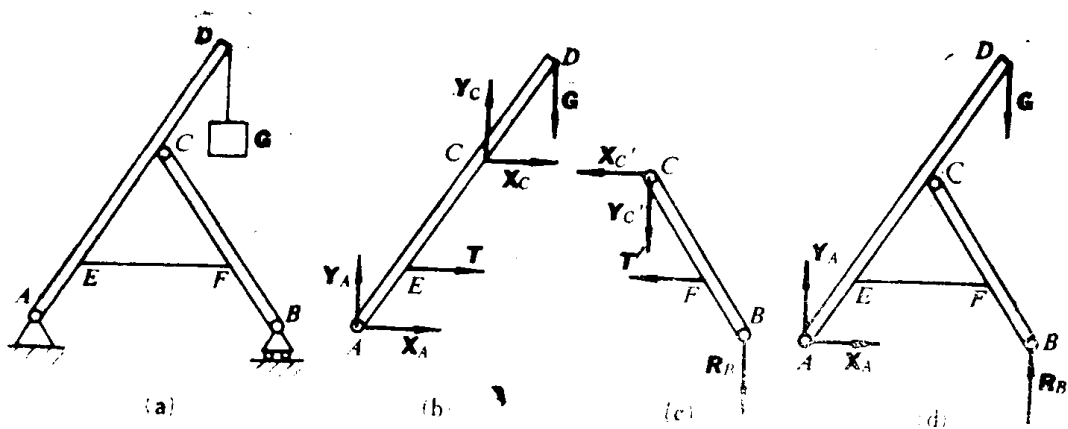


图1-17

(2) 先画出作用在研究对象上的主动力。应注意不要遗漏。

(3) 在解除约束处，画出相应的约束反力，约束反力的方向应根据约束的类型，必要时可应用三力平衡汇交定理。

(4) 在分析两物体间的相互作用时，要注意作用力和反作用力之间的关系，若作用力的方向暂时已定，反作用力的方向就只能与它相反。

习 题

1-1 “分力一定小于合力。”这种说法对不对？为什么？试举例说明。

1-2 二力平衡条件与作用和反作用定律都是说二力等值、反向、共线，二者有何区别，试举例说明。

1-3 什么叫二力体？分析二力体受力时与它的形状有无关系？

1-4 画出下列有字符标注物体的受力图，设各接触面皆为光滑面，未画重力的物体的重量不计。

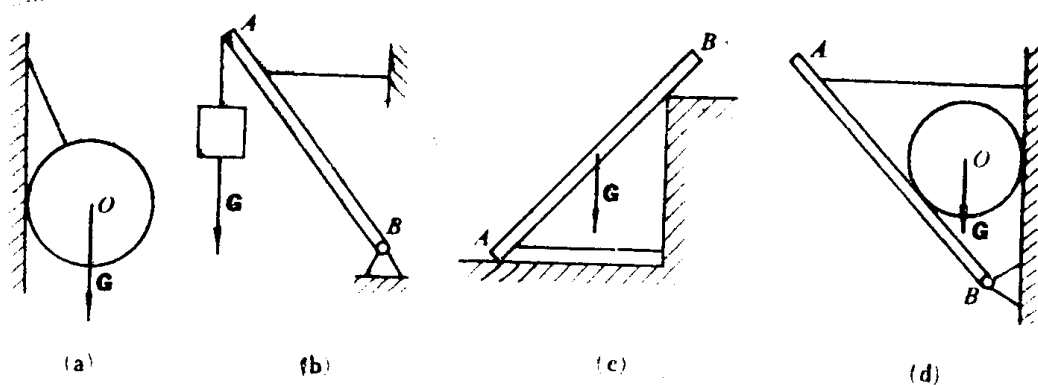
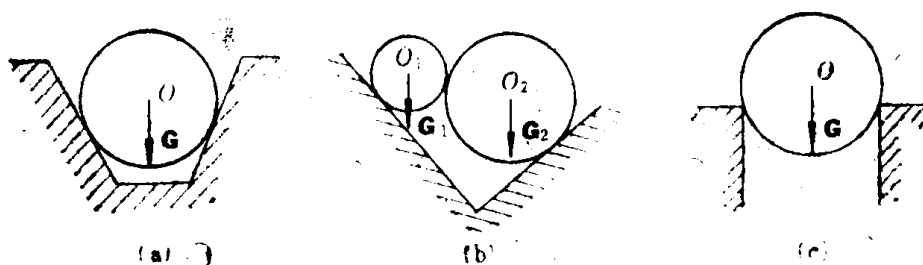


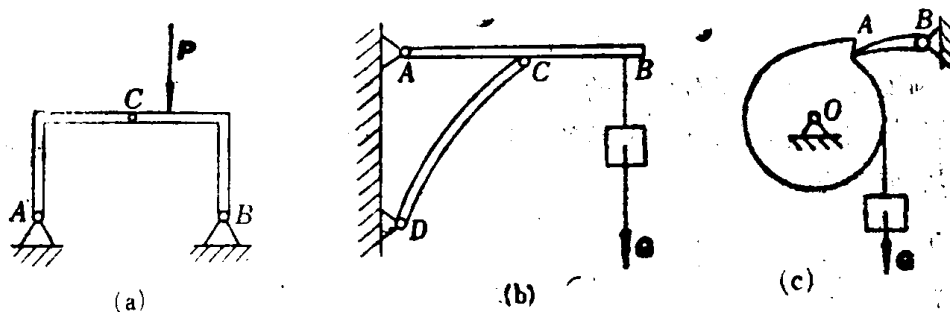
图1-4图

1-5 画出下列有字符标注物体的受力图，设各接触面皆为光滑面。



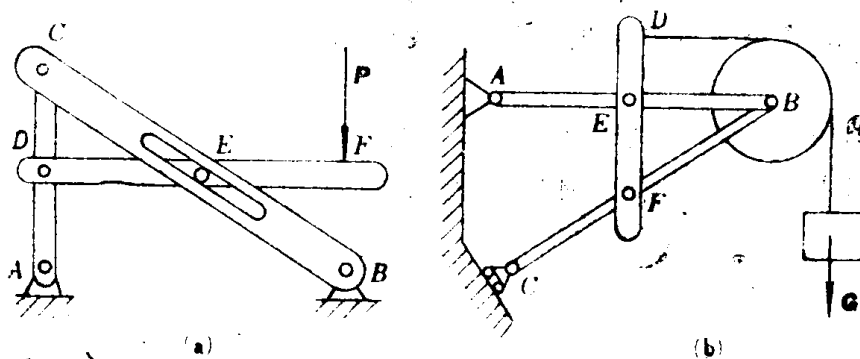
题 1-5 图

1-6 画出下列有字符标注物体的受力图，设接触面皆为光滑面，未画重力的物体重量均不计。



题 1-6 图

1-7 画出下列有字符标注物体的受力图及整个系统的受力图。摩擦不计。



题 1-7 图

第二章 平面汇交力系

§ 2-1 平面汇交力系合成的几何法

各力的作用线在同一平面内，且相交于一点的力系称为平面汇交力系。由于作用在刚体上的力是可沿其作用线随意移动的，因此可以将平面汇交力系中各力沿其作用线移到汇交点而得到一平面共点力系。因此，当研究对象为刚体时，对平面共点力系研究所得的结论完全适用于平面汇交力系。

一、合成的几何法

设刚体上作用有平面共点力系 F_1 、 F_2 、 F_3 、 F_4 ，各力的作用点为 O ，如图2-1(a)。为求此力系的合力，可先将 F_1 和 F_2 按力的三角形法则合成为 R_1 ，接着将 R_1 和 F_3 合成得到 R_2 ，最后将 R_2 与 F_4 合成得到整个力系的合力 R 如图2-1(b)。从作图的过程容易发现，求力系的合力时，不需求出 R_1 和 R_2 ，只要从 O 点开始，依次首尾相接地作出各力的力矢，则以 O 点为起点，最后一力矢的终点为终点，作一个力矢量，即得到整个共点力系的合力，如图2-1(c)。这种求合力的作图法称为力多边形法则。应该注意的是，合力矢与各力矢首尾相接的顺序相反，它是力多边形的逆向封闭边。作图时调换各力的顺序，虽然所得力多边形会发生改变，但其合力的大小和方向是不会改变的。如图2-1(d)所示。

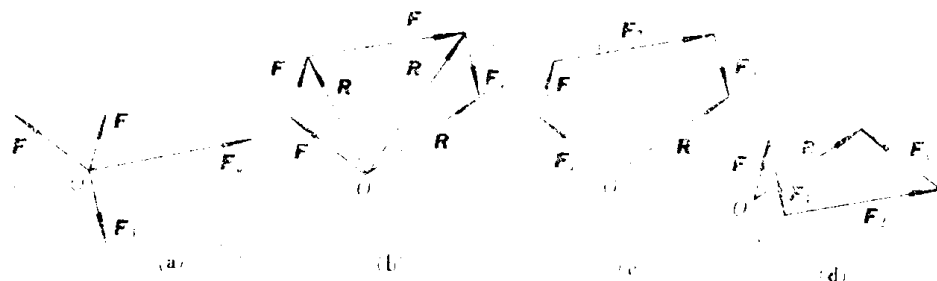


图 2-1

上述方法可推广到 n 个力的情况，若用矢量式表示，可写为

$$R = F_1 + F_2 + \dots + F_n = \Sigma F \quad (2-1)$$

即平面汇交力系合成的结果是一个合力，合力的大小和方向等于力系的矢量和，合力的作用线通过力系的汇交点。

二、平衡的几何条件

根据前面的讨论可知，平面汇交力系平衡的充要条件是该力系的合力等于零，即

$$R = \Sigma F = 0 \quad (2-2)$$

由力的多边形法则，不难看出，平衡时力多边形中最后一力矢的终点与第一个力矢的起点重合，此时的力多边形称为封闭的。因此，平面汇交力系平衡的几何条件是：力系的力多边形是封闭的。

例 2-1 工件放在V形铁内, 如图 2-2 (a) 所示, 若已知压板的夹紧力为 $Q = 400\text{N}$, 求工件对V形铁的压力。

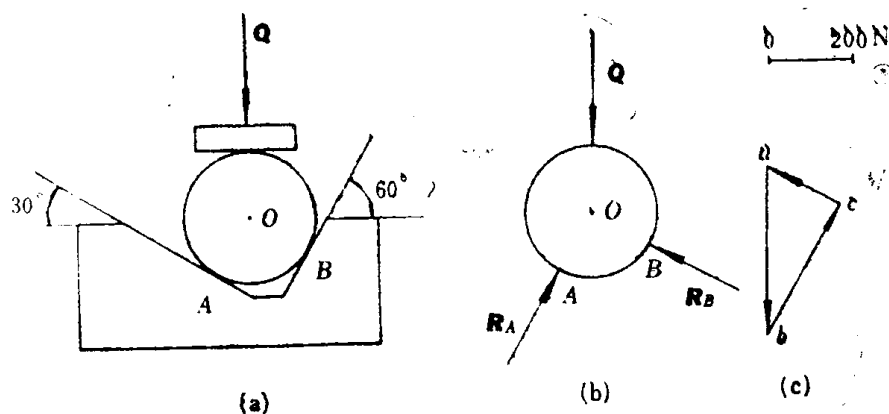


图 2-2

解 取工件为研究对象。假设忽略工件的自重, 不计摩擦, 可知工件除受垂直向下的主动力 Q 作用外, 在 A 、 B 两点还受到法向反力 R_A 和 R_B 的作用, 其受力图为图 2-2 (b)。由于工件在三力作用下处于平衡, 可知由它们可做成封闭的力三角形。先按图示的比例画出力 Q 的力矢 $\vec{ab}$, 再由 a 、 b 分别画 BO 和 AO 的平行线, 它们相交于 c 点, 于是得到封闭的力三角形 abc , 如图 2-2 (c)。量出 $\vec{bc}$ 和 $\vec{ca}$ 的长度按比例换算可得

$$R_A = 346\text{N}, R_B = 200\text{N}$$

由作用和反作用的关系, 工件对V形铁的压力与它们的数值相等, 方向相反。

利用正弦定理, 在 $\triangle abc$ 中有

$$\frac{R_A}{\sin 60^\circ} = \frac{R_B}{\sin 30^\circ} = \frac{Q}{\sin 90^\circ}$$

所以

$$R_A = Q \sin 60^\circ = 400 \times 0.866 = 346.4\text{N}$$

$$R_B = Q \sin 30^\circ = 400 \times 0.5 = 200\text{N}$$

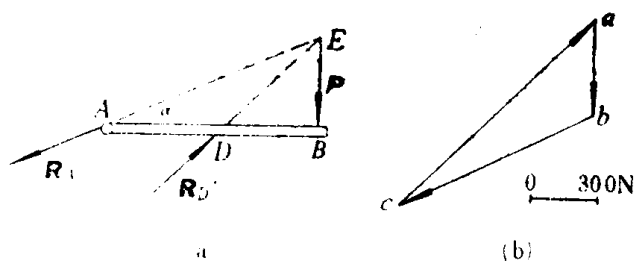


图 2-3

例 2-2 设例1-2中的力 $P = 500\text{N}$, 试求铰链 A 处的约束反力。

解 根据例 1-2 的分析已得到 AB 杆的受力图 2-3 (a)。因 AB 杆在 P 、 R_D' 、 R_A 三力作用下处于平衡, 所以, 它们构成封闭的力三角形。先按图中的比例作出

力 P 的力矢 $\vec{ab}$, 然后通过 a 、 b 分别作 DE 及 AE 的平行线, 相交于 c , 于是得到封闭的力三角形 abc , 如图 2-3 (b)。量出 $\vec{bc}$ 的长度按

比例换算可得

$$R_A = 1100\text{N}$$

设其作用线与水平线的夹角为 α , 由图 2-3 (a) 知

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{1}{2} = 26^\circ 33' 36''$$