技工数学

国营湘江机器厂《技工数学》编写组编

JI GONG SHU XUE

湖南科学技术出版社

技 工 数 学

国营湘江机器厂
《技工数学》编写组编
责任编辑：陈清山

*

湖南科学技术出版社出版
（长沙市展览馆路14号）
原湖南人民出版社出版
湖南省新华书店发行　湖南省新华印刷二厂印刷

*

1979年7月新1版　1982年12月第5次印刷
开本：787×1092毫米 1/32　印张：6.75　字数：137,000
印数：192,001——205,000
统一书号：15204·11　定价：0.47元

再 版 说 明

《技工数学》一书，于一九七三年出版后，受到读者的欢迎，不少读者来信要求再版。此次再版，增补了《对数及其运算》和有关附录。

本书根据工厂业余教学和工人业余自学的特点，选编了代数、几何及三角的有关内容。在内容的安排上，注意了数学本身的系统性。在例题和习题的选取上，重点联系了机械加工中经常遇到的一些计算问题。

本书内容由工人、技术员和教师集体讨论后确定，然后由胡学衡、王道玉等同志执笔编写，并经周世忠、黄树龙等同志校核。由于我们水平有限，书中难免存在不少缺点错误，殷切期望读者提出宝贵的意见。

1978年5月

目　录

第一章 代　数

为了解决一些较复杂的问题，我们需要比“算术”更进一步的运算方法，“初等代数”就是其中一种。在这里面，将引进负数的概念和用字母代替数字的运算。

第一节　正、负数及其运算

1.1　负数

我们在学习算术时，被减数必须大于减数。但是在代数里，为了运算方便，被减数可以小于减数。运算时，还是用大数减去小数，只是在得出的差数前面加一个负号（即“－”）。这个负号是表示量的符号，而不是运算符号。这个前面带负号的差数就叫做负数，它比“0”小。

如，$3-5=-2$　　（1）

$$0-\frac{7}{12}=-\frac{7}{12} \qquad (2)$$

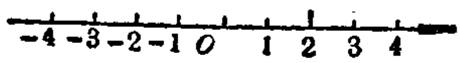
在（1）式中，得出的差数是整数，叫负整数；在（2）式中，得出的差数是分数，叫负分数。

由于引进了负数的概念，我们把在算术里运算的数叫做正数，而在数的前面加一个正号（即“＋”），不过这个正号在运算中可以省略不写。

从量的角度来理解，负数的意义和正数是相反的。例如，我

们所熟悉的温度表，把水的冰点温度定为零度（0 ℃），在零度以上的温度为正，而在零度以下为负。又如在某一容器中，我们可以说液面的上升为正，则液面的下降为负。其它如机件的前进与后退、方向的正与反等等，都可以引进正和负的概念。

从数的角度来理解，我们可以说，负数是小于 0 的数，正数是大于 0 的数。如下图所示，在数轴上大于零的数在零的右方，小于零的数在零的左方。



1.2 绝对值

不考虑数的正、负号时，叫做数的绝对值。

绝对值的表示符号是｜ ｜（两条竖的直线段）。

如 $+5$ 的绝对值是 5，表示为 $|+5|=5$

-5 的绝对值也是 5，表示为 $|-5|=5$

1.3 正、负数的运算法则

加法：具有相同符号的两数相加时，将它们的绝对值相加，所得的和数的符号与两数相同；具有不同符号的两数相加时，用大的绝对值减去小的绝对值，符号与绝对值大的数的符号相同。

如，$(+8)+(+12)=+(8+12)=20$

$(-8)+(-12)=-(8+12)=-20$

$(-3)+(+15)=+(15-3)=12$

$(-8)+(+2)=-(8-2)=-6$

$$\left(-7\frac{1}{2}\right)+3=-\left(7\frac{1}{2}-3\right)=-4\frac{1}{2}$$

减法：减法可以用加法代替，这时被减数符号不改变，减数符号改变以后相加。

如，$(+7)-(-4)=(+7)+(+4)=11$

$(-7)-(+3)=(-7)+(-3)=-10$

$(-1.47)-\left(-3\frac{47}{50}\right)=(-1.47)+(+3.94)=2.47$

乘法：两数相乘时，将两数的绝对值相乘，如果两乘数符号相同，则乘积的符号为正号；如果两乘数符号相反，则乘积的符号为负号。

如，$(+7)\times(+2)=14$

$(-7)\times(-4)=28$

$\frac{2}{5}\times\left(-\frac{3}{7}\right)=-\frac{6}{35}$

零与任何数的乘积都是零

如，$(+8)\times 0=0$

$(-7.2)\times 0=0$

除法：两数相除时，将被除数的绝对值除以除数的绝对值，如果两数符号相同，则所得商数的符号为正号；如果两数符号相反，则商数的符号为负号。零不能做除数。

如，$(+6)\div(+3)=2$

$(-15)\div(-2)=7.\dot{5}$

$(+9)\div(-3)=-3$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)\div\frac{2}{5}=-\left(\frac{2}{3}\times\frac{5}{2}\right)=-\frac{5}{3}$$

混合运算：正、负数的混合运算也是先乘除，后加减，先括号内，后括号外，与算术里运算的情形一样。

如，$(-4)\times 6+(-10)\div 2=-24+(-5)=-29$

$8\div[10+(-6)]=8\div 4=2$

$(-2)\times(4+4)=(-2)\times 8=-16$

习 题 一

计算下列各题：

（1） $45-58$

（2） $\frac{1}{3}-\left(-\frac{5}{8}\right)$

（3） $\left(-\frac{1}{3}\right)-\frac{1}{5}$

（4） $23-(-11)-15$

（5） $6\times(-8)$

（6） $(-0.7)\times(+0.001)$

（7） $41\div(-4)$

（8） $\left(-1\frac{3}{7}\right)\times\left(-2\frac{1}{3}\right)$

（9） $\left(-\frac{1}{2}\right)\times(0.6)$

（10） $\left(-12\frac{1}{4}\right)\div 1\frac{1}{6}$

（11） $(-2)\times(-3)\times 4$

（12） $3\times(-2)+(-5)$

1.4 正、负数的乘方

乘方是相同数连乘的简写。

如，$(-2)\times(-2)\times(-2)=(-2)^3$

$(+3)\times(+3)\times(+3)\times(+3)=(+3)^4$

指数

一般地，$\underbrace{a\times a\cdots\cdots\times a}_{m\text{个}}=\boxed{a^{m}}$ ←幂

底数

a^m读作“a的m次方”

如，a^2读作a的二次方，二次方也常常称为平方。

正、负数乘方运算的符号规则，可以直接由正、负数乘法的符号规则得出。例如计算：

$$2^1=2$$

$$2^2=2\times2=4$$

$$2^3=2\times2\times2=8$$

$$2^4=2\times2\times2\times2=16$$

$$(-2)^1=-2$$

$$(-2)^2=(-2)\times(-2)=+4$$

$$(-2)^3=(-2)\times(-2)\times(-2)=-8$$

$$(-2)^4=(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)=+16$$

从上面例子的分析和对比中，我们便可以得出正、负数乘方运算的一般规则：

正数的任何次方都是正数；负数的奇次方是负数，负数的偶次方是正数（奇数就是单数的意思，偶数是双数的意思）。

例如：

$$4^2=4\times4=16$$

$$(0.2)^4=+(0.2\times0.2\times0.2\times0.2)=0.0016$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^5=-\left(\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\right)=-\frac{32}{243}$$

例 1　一块薄钢板，它的每边长都是 2 米，问它的面积是多少？

解：$S=2\times2=2^2=4(米)^2$

例 2　一块方钢，它每边长都是$3cm$，问它的体积是多少？

解：$V=3\times3\times3=3^3=27(cm)^3$

1.5 正数的开平方

前面我们已经学习了乘方的运算。现在我们提出这样一个问题：一块正方形的钢板，若知道它的面积为 4 平方米，问它的每边长是多少？若它的面积为 $361(cm)^2$，它的每边长又是多少呢？用式子表示出来，就是这样一个问题：

$$(\ ?\ )^2=4$$

$$(\ ?\ )^2=361$$

已经知道了某底数的二次幂，求这个底数的运算就叫开平方，所以开方是乘方的逆运算。

在上面提出的问题中，容易知道正方形的边长为 2 米和 $19cm$，这个“2”和“19”就叫做 4 和361的平方根，因为$2^2=4$，$19^2=361$，表示为$\sqrt{361}=19$，$\sqrt{4}=2$。

但是，我们知道$(-2)^2=(-2)\times(-2)=4$

$$(-19)^2=(-19)\times(-19)=361$$

所以 4 开平方，不仅仅得2，还有一个(-2)，361开平方不仅仅得19，还有一个(-19)。于是我们把$(+2)$、(-2)都叫做 4 的平方根；$(+19)$、(-19)都叫361的平方根。$(+2)$，$(+19)$

叫做正根；(-2)，(-19)叫做负根，记为$\pm\sqrt{4}=\pm2$，$\pm\sqrt{361}=\pm19$。也就是说，引进了正、负数以后，数a开平方应得两个根，一个是正根$\sqrt{a}$，另一个是负根$-\sqrt{a}$。例如，81开平方应有：$\pm\sqrt{81}=\pm9$。但在一般情况下常取正根。

如果我们对于乘方运算比较熟练的话，那么，对于个别简单的数开方并不困难，例如$\sqrt{144}=12$，$\sqrt{169}=13$等等。但是对于一般的数，如5，7，826，1769等等，就不能一下子求出它的平方根来。

为了求出一个数的平方根，我们介绍两种办法：一是直接查平方根表，二是笔算的办法。关于查表的方法，可见本书后面的附录中的说明，这里只介绍笔算的方法：

第一步　把要开方的数，从右向左，每两位分成一节，用撇号分开。

第二步　求初商，使初商的平方小于或等于第一节数，而（初商+1）的平方大于第一节数。

第三步　从第一节数减去初商的平方，在差数的右边移下第二节数，合起来叫做第一余数。

第四步　用20倍初商作试除数，试除第一余数，以求次商。要使（20倍初商+次商）×（次商）的乘积等于或略小于第一余数，而〔20倍初商+（次商+1）〕×（次商+1）的乘积大于第一余数。这个次商就是平方根的第二位上的数。

第五步　从第一余数减去（20倍初商+次商）×（次商），在差数右边移下第三节数，合起来叫第二余数。如此余数为零，那么要开方的数正好被开尽；如果余数不为零，把初商、次商两

位数当成初商，重复第四步方法，继续计算下去。

例 1　计算$\sqrt{1296}$

解：

```
                         初  次
                         商  商
                         3   6
                       ┌───────
                      √ 12,96
                         9
试除数 2 0×3 ＝6 0 │ 3 9 6 ……………第一余数
             ＋ 6 │
完全除数…………66 │ 3 9 6
                  └───────
                        0 ……………第二余数
```

故$\sqrt{1296}=36$

如果带有小数的数，求它的平方根时，分节应从小数点开始，小数点前面整数部份，从右向左每两位数分成一节；小数点后面小数部份，从左向右每两位数分成一节，最后一节如果只有一位数，可以用 0 补足成两位。

例 2　计算$\sqrt{316.4841}$

解：

```
                          初  次 三 四
                          商  商 商 商
                          1   7. 7  9
                        ┌──────────────
                       √ 3,16.48,41
                          1
   20×1＝20            │2 16 ……………第一余数
       ＋ 7            │
   ─────────           │1 89
        27              ──────────
   20×17＝340            27 48…………第二余数
        ＋  7
   ──────────            24 29
        347             ──────────
   20×177＝3540           3 19 41 ……第三余数
         ＋   9           3 19 41
   ───────────          ──────────
         3549                   0
```

故$\sqrt{316.4841}=17.79$

对于开不尽的数可以添加小数点，在小数点后面补 0 继续开方，每次补两个 0 作为一节，可以无限止地继续下去。

例 3　计算$\sqrt{3}$

解：

$$
\begin{array}{rr}
 & 1.\ 7\ \ 3\ \ 2 \\
 & \sqrt{3,00,00,00} \\
 & 1 \\ \cline{2-2}
20\times1=20 & \multicolumn{1}{|l}{2\ 00} \\
+\ 7 & \multicolumn{1}{|l}{} \\ \cline{1-1}
27 & \multicolumn{1}{|l}{1\ 89} \\ \cline{2-2}
20\times17=340 & 11\ 00 \\
+\ \ 3 & \\ \cline{1-1}
343 & 10\ 29 \\ \cline{2-2}
20\times173=3460 & 71\ 00 \\
+\ \ \ 2 & 69\ 24 \\ \cline{1-2}
3462 & 1\ 76
\end{array}
$$

还可以继续计算下去，通常计算到小数点后面三位已够精度。故$\sqrt{3}=1.732$

例 4　计算$\sqrt{0.000576}$

解：

$$
\begin{array}{rr}
 & 0.\ 0\ \ 2\ \ 4 \\
 & \sqrt{0.00,05,76} \\
 & 4 \\ \cline{2-2}
20\times2=40 & \multicolumn{1}{|r}{1\ 76} \\
+\ 4 & \multicolumn{1}{|r}{1\ 76} \\ \cline{1-2}
44 & 0
\end{array}
$$

故$\sqrt{0.000576}=0.024$

习 题 二

1.计算

$(0.3)^2$；　　2^5；　　$\left(-\frac{1}{3}\right)$；　　$(-1.3)^3$

2.下列等式是否成立？

$(-3)^2=(-3)\times 2$；　　$(-7)^3=-7^3$；

$(-7)^2=-7^2$

3.计算

$\sqrt{225}$；　　$\sqrt{425}$；　　$\sqrt{11.78}$；

$\sqrt{132.3}$；　　$\sqrt{0.00121}$；　　$\sqrt{2}$。

第二节　代数式的运算

在代数里常用字母来代表数，用运算符号将数字和字母连结起来的式子就叫代数式。如

a^3，$2\pi r$，$3+a+5\times y$，$\sqrt{a^2+b^2}$，x^2+4x+2，

$\frac{a+b}{c}$等等，都是代数式。

在算术里，有整数、分数。在代数里，我们也把代数式分成整式、分式、根式三类。如

a^3，$2\pi r$，x^2+4x+2就叫做整式。

$\frac{a+b}{c}$、$\frac{a+1}{x}$就叫做分式。

$\sqrt{a^2+b^2}$，$\sqrt{b^2-4ac}$就叫根式。