



小学四年级

数 学

通用各科 奥林匹克教材

数学奥林匹克工作室 编

首都师范大学出版社

tongyong geke
aolinpike
jiaocai

奥林匹克

奥

- ◆ 《通用各科奥林匹克教材》
小学数学系列 共4册 供三、四、五、六年级使用
- ◆ 《通用各科奥林匹克ABC卷及解析》
小学数学系列 共4册 与教材配套使用
- ◆ 《数学奥林匹克教材》（普及本修订版）
小学系列 共4册 供三、四、五、六年级使用
- ◆ 《小学数学奥林匹克常规训练试题库》（修订版）
共3册 供三及四、五、六年级使用
- ◆ 《小学数学奥林匹克赛前强化训练试题库》（修订版）
全一册
- ◆ 《通用小学数学奥林匹克模拟试卷》
全一册

OLYMPIC

总体策划 / 董凤举 责任编辑 / 董凤举 封面设计 / 郑 法

ISBN 7-81039-877-6/G · 725

ISBN 7-81039-877-6



9 787810 398770 >

定价：7.50 元

编辑委员会

主 编 吴建平 郜舒竹

编 委 (以姓氏笔划为序)

于金海 方运加 王进明 李念伟

吴建平 郜舒竹 晋泉增 董凤举

本册主编 于金海

本册作者 于金海 刘效丽 郜舒竹

图书在版编目 (CIP) 数据

通用数学奥林匹克小学教材: 四年级/数学奥林匹克工作室
编. —北京: 首都师范大学出版社, 1997. 9(2000 修订)
(GMOS 丛书/吴建平主编)

ISBN 7-81039-877-6

I. 通… II. 数… III. 数学课-小学-教材 IV. G624.501

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (97) 第 19121 号

首都师范大学出版社

(北京西三环北路 105 号 邮政编码 100037)

北京嘉实印刷有限公司印刷 全国新华书店经销

2000 年 1 月第 2 版 2002 年 4 月第 7 次印刷

开本 850 × 1168 1/32 印张 6.125

字数 132 千 印数 85,501~96,000 册

定价: 7.50 元

写在前面

应首都师范大学出版社之约，我们组织编写了这套《通用数学奥林匹克小学教材》。从确定选题之日起，郇舒竹同志和我就在考虑如何写这个“写在前面”。由于受命带队来阿根廷参加第38届国际数学奥林匹克(IMO)，从今年三月份开始就忙于我国队员的选拔与培训事宜，故迟迟未能动笔。

学生的考试是在7月24日和25日两天进行的，29日上午经领队大会投票决定，金牌线划在35分，这样我代表队六名选手全部获得金牌(三个38分，两个37分，一个35分)，并以223分的总成绩列各队之首。这已是中国队在IMO参赛史上第三次取得“6块金牌、总分第一”的好成绩了。能亲身参与其中，看到同学们取得如此好的成绩，自然很兴奋，恐怕此时来写这段文字应该是很特别的事情。

记得几天前阿根廷《号角》报的记者在采访中国队时，向我提了这样一个问题：中国队这些年来取得了这么好的成绩，你们有什么秘密武器？这是个老问题了，今年是我们第13次参加IMO，共计六次取得总分第一名，共获得金牌48块，银牌19块，铜牌5块。这样的成绩不光新闻界有兴趣，各国数学界也很关心。我反问记者，阿根廷的足球水平很高，你们有什么秘密？她回答得很简单，在阿根廷踢足球的人太多了，我说这也正是我对你的问题的回答，在中国参与数学奥林匹克的孩子太多了。这是中国队在IMO中取得优异成绩的群众基础，正像金字塔一样，长宽高的比是固定的，底面积越大，高度就越高。国内在组织数学竞赛活动时所坚持的就是这个原则，即“普及与提高相结合，在普及的基础上提高”。

近年来对数学奥林匹克在数学教育实践中的地位、作用，各

方人士讨论得很多。

首先，数学奥林匹克不是每个学生都要参加的活动，而是“学有余力，学有兴趣”的学生们参加的活动。“学有余力”是强调首先要学好课内知识，在此基础上学习课外知识；“学有兴趣”是指对数学有兴趣，正像有那么多“学有余力”的学生在画画、弹琴和唱歌一样。只要这两方面结合得好，关键是学生有了兴趣，他们自然就不会感到有负担。

其次，在开展数学奥林匹克活动中，要坚持“不超前、不超纲”和“大众化、普及型”的命题原则和组织原则。前者是强调课内课外的结合与一致，课内是基础、课外是补充；后者是强调内容不易过难，不要让参与活动的学生感到高不可攀，而要让每个参与的学生，不同层次基础的学生，均得到应有的收获和提高。

第三，选材要精炼，不可面面俱到。开展这项活动的目的是为学生们营造一个环境和氛围，提供处理问题方法上的指导，使学生在积极参与的基础上，通过典型的、探索性很强的问题的讨论，在认识上（包括学习方法和知识内容）有一个“升华”，其结果就是素质的提高。

基于以上认识所编写的这套教材共包括四册，分别供小学三、四、五、六年级的学生使用，每册分第一、二学期两部分，每学期各有12个专题讲座，一份自测试卷。在编写过程中我们注意了课内外的结合、问题的趣味性和探索性以及数学思想方法的渗透。

限于水平，书中难免有疏漏错误之处，恳请各位读者批评指正。

吴建平

1997年7月29日午夜
于阿根廷的马德普拉塔

413A/5945

编辑委员会

主 编 吴建平 郜舒竹

编 委 (以姓氏笔划为序)

于金海 方运加 王进明 李念伟

吴建平 郜舒竹 晋泉增 董凤举

本册主编 于金海

本册作者 于金海 刘效丽 郜舒竹

目 录

第一学期	(1)
一、填补不完整的算式	(1)
二、数字谜(一)	(9)
三、数字谜(二)	(15)
四、图形的个数(一)	(20)
五、图形的个数(二)	(25)
六、巧解方阵问题	(32)
七、运用假设法解应用题(一)	(37)
八、运用假设法解应用题(二)	(41)
九、运用对应法解应用题(一)	(46)
十、运用对应法解应用题(二)	(50)
十一、逻辑推理初步(一)	(54)
十二、逻辑推理初步(二)	(60)
自测试题(一).....	(68)
第二学期	(71)
一、找出数列的排列规律(一)	(71)
二、找出数列的排列规律(二)	(76)
三、学高斯,巧求和(一).....	(81)
四、学高斯,巧求和(二).....	(86)
五、学高斯,巧求和(三).....	(91)
六、合理安排	(97)
七、数阵图(一)	(103)
八、数阵图(二)	(111)

九、平均数应用题	(118)
十、追及问题	(123)
十一、行船问题	(127)
十二、最大与最小	(131)
自测试题(二).....	(137)
期末测试.....	(139)
第一学期练习题解答.....	(141)
第二学期练习题解答.....	(163)

第一学期

一、填补不完整的算式

大家知道,所谓“计算”就是根据算式中给出的数据、运算符号以及运算顺序求出一个算式的结果. 在小学数学竞赛中有一种与“计算”有关,但又不同的“填补不完整算式”题目,在这些不完整的算式中,或缺少数字,或缺少运算符号. 填补这些不完整的算式,需要灵活地运用运算法则、整数的性质等. 这一节,我们将介绍一些解决这类问题的基本方法.

例 1 把下面乘法算式中缺少的数字补上.

$$\begin{array}{r} \square \square 5 \\ \times 1 \square \square \\ \hline 2 \square \square 5 \\ 1 3 \square 0 \\ \square \square \square \\ \hline 4 \square 7 7 5 \end{array}$$

分析与解答 想一想,应该先填哪些空格呢? 不难看出,在这个乘法算式中只要把两个乘数先填出来,其它的空格根据竖式乘法的法则就都可以填出来了. 因此,应首先填出两个乘数中的空格. 我们把这一分析叫做**选择解题突破口**.

为了分析时叙述方便起见,我们设被乘数是 $\overline{ab5}$,乘数是 $\overline{1cd}$ ($\overline{ab5}$ 表示百位数字是 a ,十位数字是 b ,个位数字是 5 的三位数),如下面的算式:

$$\begin{array}{r}
 a b 5 \\
 \times 1 c d \\
 \hline
 2 \square \square 5 \dots\dots\dots \text{第一个部分积} \\
 1 3 \square 0 \dots\dots\dots \text{第二个部分积} \\
 \square \square \square \dots\dots\dots \text{第三个部分积} \\
 \hline
 4 \square 7 7 \square \dots\dots\dots \text{乘积}
 \end{array}$$

根据竖式乘法的法则,有下面的关系:

$$\begin{array}{l}
 \overline{ab5} \times d = 2\square\square 5 \dots\dots\dots \text{第一个部分积} \\
 \overline{ab5} \times c = 13\square 0 \dots\dots\dots \text{第二个部分积} \\
 \overline{ab5} \times 1 = \square\square\square \dots\dots\dots \text{第三个部分积}
 \end{array}$$

由乘法竖式可以看出,第一个部分积 $2\square\square 5 = 2\square 75$,由于它的个位数字是 5,所以 d 只能取奇数但不能是 1,即 $d = 3, 5, 7, 9$.

由于第二个部分积 $13\square 0$ 的个位数字是 0,所以 c 只能取偶数,即 $c = 2, 4, 6, 8$.

由于乘积的最高位数字是 4,所以第三个部分积 $\square\square\square$ 的最高位数字只能是 2 或 3,也就是说, $a = 2$ 或 3.

下面我们试验到底 a 取什么数值:

(1) 如果 $a = 2$,那么求第一个部分积的算式变为 $\overline{2b5} \times d = 2\square 75$,由这个算式可推得 $b = 7, d = 9$,即 $275 \times 9 = 2475$. 这时求第二个部分积的算式变为 $275 \times c = 13\square 0$,经试验可知,无论 c 取任何数值这个等式都不能成立. 这说明 a 不能取 2.

(2) 如果 $a = 3$,那么求第一个部分积的算式变为 $\overline{3b5} \times d = 2\square 75$,由这个算式可推得 $b = 2, d = 7$,即 $325 \times 7 = 2275$. 这时求第二个部分积的算式变为 $325 \times c = 13\square 0$,经试验可知 $c = 4$,即 $325 \times 4 = 1300$. 因此,得被乘数 $\overline{ab5} = 325$,乘数 $\overline{1cd} = 147$,这样其余的空格根据竖式乘法法则就可很容易填出来了. 求得的解如下:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r} \boxed{3} \boxed{2} 5 \\ \times 1 \boxed{4} \boxed{7} \\ \hline 2 \boxed{2} \boxed{7} 5 \\ 1 3 \boxed{0} 0 \\ \hline \boxed{3} \boxed{2} \boxed{5} \\ \hline 4 \boxed{7} 7 7 5 \end{array}
 \end{array}$$

通过上面的例题我们可知,填算式时不能盲目地乱填乱试,而是应该经过认真地思考之后再填写.分析思考时应注意以下几点:

(1) 认真分析算式的特征及其数量关系等,它们是确定各空格填什么数字的主要依据;

(2) 注意选择解题突破口,这是填算式的关键.由此例可以看出,填乘法竖式的空格时应选择被乘数、乘数中的空格作为解题突破口;

(3) 求解过程中经常进行试验,试验之前应先分析估算所求数字的取值范围,这样可以减少试验的次数.

例 2 把下面除法算式中缺少的数字补上.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r} \square \square \\ 6 \square \square \overline{) \square \square \square 4} \\ \underline{\square \square 7} \\ \square \square \square \square \\ \underline{\square \square 7 4} \\ 0 \end{array}
 \end{array}$$

分析与解答 (1) 设商数为 \overline{AB} , 除数为 $\overline{6CD}$. 如下所示:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r} \boxed{A} \boxed{B} \\ 6 \boxed{C} \boxed{D} \overline{) \square \square \square 4} \\ \underline{\square \square 7} \\ \square \square \square \square \\ \underline{\square \square 7 4} \\ 0 \end{array}
 \end{array}$$

根据竖式除法法则，有下面的数量关系：

$$\overline{6CD} \times A = \square\square7\dots\dots \text{一式}$$

$$\overline{6CD} \times B = \square\square74\dots\dots \text{二式}$$

(2) 我们知道，被除数 = 商数 × 除数，因此如果能先填出商数和除数，那么被除数就是已知的了，再根据竖式除法法则其余的空格就都可填出了。所以解此题的突破口是先填出商数和除数。

(3) 试验求解：

① 由一式 $\overline{6CD} \times A = \square\square7$ 可知 $A = 1, D = 7$ 。

② 由二式 $\overline{6C7} \times B = \square\square74$ 可知 $B = 2$ 。

因此，商数 $\overline{AB} = 12$ 。

③ 由二式 $\overline{6C7} \times 2 = \square\square74$ 可知 $C = 3$ 或 8 。

试验 当 $C = 3$ 时，除数 $\overline{6C7} = 637$ 。这时 $637 \times 2 = 1274$ 符合题意。

当 $C = 8$ 时，除数 $\overline{6C7} = 687$ 。这时 $687 \times 2 = 1374$ 符合题意。所以，除数是 637 或 687 。

当除数是 637 时，被除数是 $12 \times 637 = 7644$ 。

当除数是 687 时，被除数是 $12 \times 687 = 8244$ 。

有了被除数、除数之后，其它的空格都可填出来了。我们把解写在下面，此题有两个解：

$$\begin{array}{r} \overline{12} \\ 6 \overline{37} \overline{)7644} \\ \underline{637} \\ 1274 \\ \underline{1274} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overline{12} \\ 6 \overline{87} \overline{)8244} \\ \underline{687} \\ 1374 \\ \underline{1374} \\ 0 \end{array}$$

由例 2 可以看出：

(1) 填除法竖式时可选商数和除数作为解题的突破口。

(2) 这类题目的答案可能不只是一个，今后填算式时不一定

把所有的答案都求出来,只要求出一个答案就可以了.

例 3 在下面算式的 \square 内,各填一个合适的数字,使算式成立.

$$\begin{array}{r}
 \square \square \square \overline{) \square \square \square \square \square \square} \\
 \underline{\square \square \square \square} \\
 \square \square \square \\
 \underline{\square \square \square} \\
 \square \square \square \square \\
 \underline{\square \square \square \square} \\
 \square \square \square \square \\
 \underline{\square \square \square \square} \\
 0
 \end{array}$$

分析与解答 我们看到,在整个算式中只有一个数字8是已知的.因此有人把这样的算式叫做“孤独的8”,在一个算式中,如果缺的数字很多,一般来说比较难解.

设商数为 $\overline{a8b}$,除数为 \overline{xyz} . 如下面的算式.

$$\begin{array}{r}
 \overline{a} \ 8 \ \overline{b} \\
 \overline{xyz} \overline{) \square \square \square \square \square \square} \\
 \underline{\square \square \square \square \dots \dots} \text{第二行} \\
 \square \square \square \dots \dots \text{第一余数} \\
 \underline{\square \square \square \dots \dots} \text{第四行} \\
 \square \square \square \square \dots \text{第二余数} \\
 \underline{\square \square \square \square \dots} \text{第六行} \\
 0
 \end{array}$$

请你试一试:自己找出算式中的数量关系和解题的突破口.

下面试验求解:

(1) 因为 $\overline{xyz} \times 8 = \square \square \square$ (就是算式中的第四行),这个积是三位数,所以 $x = 1$.

(2) 因为 $\overline{xyz} \times a = \square \square \square \square$ (就是算式中的第二行),这个积

是四位数,而 $\overline{xyz} \times 8 = \square\square\square$ 是三位数,所以 $a > 8$,这样 a 只能是9.

同理, $b = 9$. 因此,商数是989.

(3) 因为 $x = 1$,所以第四行的三位数变成 $\overline{1yz} \times 8 = \square\square\square$. 由此式可以看出这个三位数的最高位可能是8或9. 但又由于第一余数减去这个三位数仍得三位数,因此第四行的三位数最高位只能是8,而第一余数的最高位只能是9. 也就是说,

$$\overline{1yz} \times 8 = 8\square\square$$

又由第二行可知, $\overline{1yz} \times 9 = \square\square\square\square$.

为使上述二式都能成立,经试验可知, $\overline{1yz}$ 只能是112. 也就是说,除数是112.

(4) 由商数989,除数112,可求得被除数是 $989 \times 112 = 110768$,这样其它的空格都可填出了. 所得的解如下:

$$\begin{array}{r}
 \overline{989} \\
 112 \overline{)110768} \\
 \underline{11008} \\
 996 \\
 \underline{896} \\
 1008 \\
 \underline{1008} \\
 0
 \end{array}$$

通过此例看出,算式中有些数量关系是隐蔽的. 例如此例中的 $\overline{1yz} \times 8 = 8\square\square$,就是个隐蔽的数量关系,而且它是求出除数112的关键. 所以填算式时必须认真仔细地找出这些隐蔽的数量关系.

练 习 一

1. 在下列各加法算式中, \square 内的数字之和分别是多少?

$$\begin{array}{r}
 (1) \quad \square \square \\
 \quad \quad \square \\
 + \quad \square \\
 \hline
 111
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 (2) \quad \square \square \square \square \\
 \quad \square \square \square \square \\
 + \square \square \square \square \\
 \hline
 29997
 \end{array}$$

2. 把下列加减法算式中缺少的数字补上.

$$\begin{array}{r}
 (1) \quad \square 63 \\
 \quad \quad 7 \square 2 \\
 + \quad 58 \square \\
 \hline
 \square 042
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 (2) \quad \square \square 4 \\
 - \quad \square \square \\
 \hline
 9
 \end{array}$$

3. 把下列乘法算式中缺少的数字补上.

$$\begin{array}{r}
 (1) \quad 6 \square \\
 \times \square \square \\
 \hline
 \square \square \\
 \square \square \\
 \hline
 \square \square 6
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 (2) \quad 285 \\
 \times \square \square \\
 \hline
 1 \square 2 \square \\
 \square \square \square \\
 \hline
 \square 9 \square \square
 \end{array}$$

4. 把下列除法算式中缺少的数字补上.

$$\begin{array}{r}
 (1) \quad \square \square \square \\
 \square \square \square \overline{) \square 2 \square \square} \\
 \underline{\square \square} \\
 \square \square \\
 \underline{\square 3} \\
 \square \square \\
 \underline{ 8 \square} \\
 8
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 (2) \quad \square 3 \\
 3 \square \square \overline{) \square \square \square \square 1} \\
 \underline{\square \square 5} \\
 \square \square 1 \\
 \underline{\square \square 1} \\
 0
 \end{array}$$

5. 把下面除法算式中缺少的数字补上.

(1)

$$\begin{array}{r}
 \square\square 8 \square\square \\
 \square\square \overline{) \square\square\square\square\square\square\square\square} \\
 \underline{\square\square\square} \\
 \square\square \\
 \square\square \\
 \hline
 \square\square\square \\
 \square\square\square \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

(2)

$$\begin{array}{r}
 \square\square 8 \square\square \\
 \square\square\square \overline{) \square\square\square\square\square\square\square\square} \\
 \underline{\square\square\square} \\
 \square\square\square\square \\
 \square\square\square \\
 \hline
 \square\square\square\square \\
 \square\square\square\square \\
 \hline
 0
 \end{array}$$