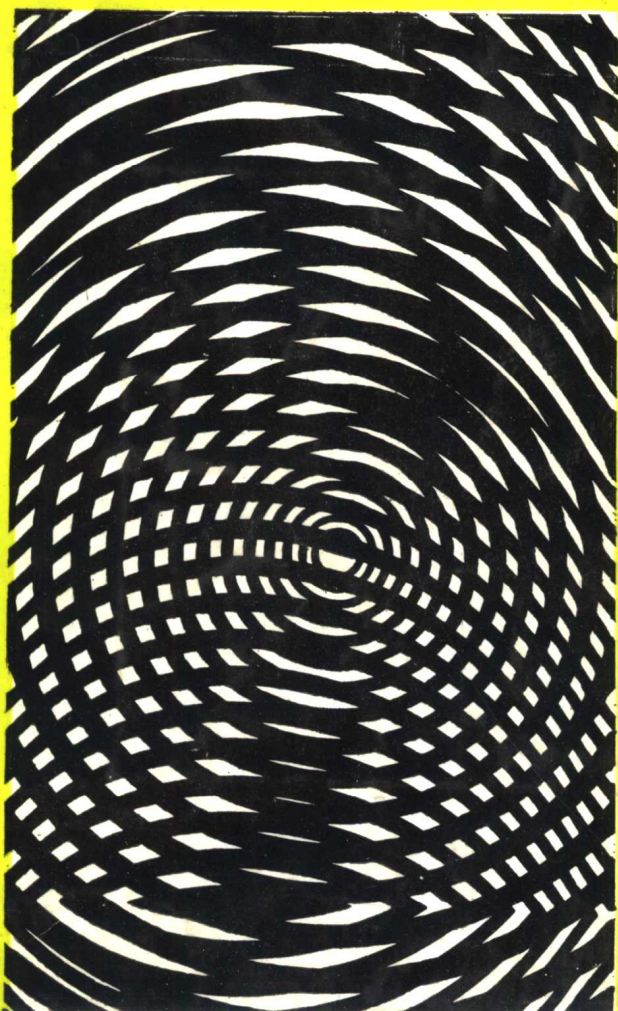


相干计量仪器与技术

卓永模 包正康 编著

浙江大学出版社



相干计量仪器与技术

卓永模 包正康 编著

浙江大学出版社

(浙)新登字 10 号

内 容 简 介

本书详细介绍了相干计量与测试仪器的设计理论、仪器结构及测试方法。内容包括干涉计量仪器与测试、全息干涉仪器与测试、散斑干涉计量与测试,及光纤干涉传感测试,并以较大篇幅介绍近年来发展的实时相干计量测试技术。

本书内容除加强了系统性及实用外,还把近年来新发展的相干计量与测试技术编入教材,使教材具有较强的系统性、实用性和先进性。

本书可作为理工科大学仪器仪表、光学仪器及精密计量与测试专业的专业课教材,也适合大专院校,研究部门及工厂从事相干计量与测试工作的科技人员、教师用作参考书。

相干计量仪器与测试

章永耀 包正康 编著

责任编辑 陈子桡

★ 浙江大学出版社

浙江大学出版社出版

德清第二印刷厂印刷

浙江省新华书店发行

开本 787×1092 1/16 印张:15.75 字数:403 千

1992 年 12 月第 1 版 1992 年 12 月第 1 次印刷

印数:0001—1500

ISBN 7-308-01022-8

TH·036 定价:4.45 元

前 言

本书系根据浙江大学“八五”期间教材出版计划编写的。随着科学技术与生产的发展,相干计量仪器与测试技术越来越得到广泛的应用。各高等院校的仪器仪表、光学仪器及精密仪器等专业纷纷开设并加强相干计量仪器及测试技术方面的课程建设。但是,目前国内尚没有这方面比较系统的教材,因此,编写一本比较系统而又能反映发展实际的相干计量仪器的教科书,是形势发展的需要。

本书内容包括四个部分:1. 干涉仪的理论基础及其应用;2. 全息干涉计量技术的理论及其应用;3. 散斑计量技术的理论及应用;4. 光纤干涉的理论及应用。这四部分内容分八章编写:第一章简要论述干涉的基础知识;第二章系统地论述干涉仪设计的基本理论,并联系典型仪器进行应用分析;第三章系统地论述激光干涉测长仪器(包括干涉测振仪,干涉表面轮廓仪等)的设计理论及测试技术;第四章论述用于现场干涉检测的干涉仪——共路干涉仪的理论及应用;第五章论述近年来发展的各种实时检测干涉仪及其测试技术;第六章系统地论述全息干涉计量技术及仪器的理论及应用;第七章系统地论述激光散斑计量技术及仪器的理论及应用;第八章系统地论述光纤的特性,光纤干涉测试技术及各种光纤干涉传感器。作者在编写本书时,十分注意加强内容的系统性、实用性,加强理论与实际的紧密联系,并尽量把近年来相干计量仪器及技术的新发展充实到各章中去。本书第1、2、3、4、5、7章由卓永模副教授编写。第6、8章由包正康高级工程师编写。

本书适用于高等院校仪器仪表、光学仪器、精密计量与测试等专业的专业课教科书,也可用于从事上述专业方面的研究人员、教师、研究生作参考书。

由于作者水平有限,书中错漏之处在所难免,敬请读者批评指正。

作者

1992.6 于浙江大学

目 录

第一章 光干涉的基础知识	1
§ 1-1 相干光场的性质	1
§ 1-2 两个相干波的相加	2
一、两个平面波的叠加;二、柱面波(或球面波)与平面波的叠加;三、两个柱面波(或球面波)的叠加。	
§ 1-3 部分相干理论	5
一、两个部分相干准单色光场的叠加;二、两个部分相干准单色光束的干涉;三、两个部分相干多色光束的干涉;四、时间相干度和空间相干度。	
参考文献	12
第二章 干涉仪器的设计理论	13
§ 2-1 干涉仪概述	13
§ 2-2 干涉仪的设计理论	14
一、干涉条纹形状、间隔和方向的确定及其调整;二、干涉仪的光源选择与照明系统;三、干涉体系的设计;四、干涉仪的接收部分和接收器;五、干涉仪中主要光学元件的质量要求;六、干涉仪机械结构的要求与特点。	
§ 2-3 总体设计——激光波面干涉仪	39
一、波面干涉仪主要技术指标的制定;二、波面干涉仪总体方案;三、对机械结构的要求和微调机构的计算;四、扩束准直照明系统的要求;五、波面干涉仪的接收部分。	
参考文献	46
第三章 激光干涉测长仪器设计	47
§ 3-1 激光干涉测长仪器设计中的几个问题	48
一、动镜的设计问题;二、干涉测长仪动镜移动的方向判别和四倍频计数;三、对氦氖激光器的要求;四、干涉条纹的移相;五、空气折射率的修正;六、激光干涉测长仪的数值有理化;七、干涉测长仪中起点和终点的定位(或对准)。	
§ 3-2 一米激光测长机	63
一、基本组成及工作原理;二、光学系统;三、仪器底座变形的自动补偿;四、减少测量压力的影响;五、传动系统;六、精度分析。	
§ 3-3 白光定位的激光量块干涉仪	70
一、测量原理;二、白光干涉定位技术。	
§ 3-4 线纹尺干涉比长仪	73
一、测量原理;二、仪器的机械结构;三、线纹尺干涉比长仪的光电显微镜。	
§ 3-5 激光干涉测振仪	79
一、激光干涉振动校准原理;二、贝塞尔函数测振法。	
§ 3-6 激光外差干涉测长	85
一、双频激光外差干涉仪;二、双频激光干涉仪的其它应用;三、双频激光束频差的确定;四、激光外差测振仪;五、激光外差表面微观轮廓仪;六、具有光程锁定的激光外差测振。	
§ 3-7 绝对长度(距离)干涉计量(无导轨测长)	98
一、条纹小数重合法;二、红外双线 He-Ne 激光绝对干涉测长系统。	
参考文献	104

第四章 共路干涉仪	106
§ 4-1 散射板分束器及散射干涉仪	106
一、散射板分束器;二、散射干涉仪。	
§ 4-2 萨瓦(Savart)偏振分束器及萨瓦干涉仪	113
一、萨瓦分束器;二、萨瓦干涉仪。	
§ 4-3 渥拉斯顿棱镜分束器及其在干涉测试中的应用	115
一、渥拉斯顿棱镜分束器;二、渥拉斯顿棱镜干涉仪。	
§ 4-4 双焦透镜分束器和双焦透镜干涉仪	117
一、双焦透镜分束器;二、双焦透镜干涉仪。	
§ 4-5 点衍射板分束器和点衍射干涉仪	119
一、点衍射板分束器;二、点衍射干涉仪。	
§ 4-6 波面错位干涉仪	121
一、横向错位干涉测量原理;二、纵向错位共路干涉仪。	
参考文献.....	133
第五章 波面位相的实时检测技术	134
§ 5-1 条纹扫描波面位相实时检测	134
一、基本原理;二、条纹扫描干涉仪;三、系统误差的消除;四、波面拟合处理;五、波面位相的连续化处理;六、软件框图及功能。	
§ 5-2 共路错位扫描干涉仪	141
一、共路错位扫描干涉的基本原理;二、提高位相调制速度的方法。	
§ 5-3 实时横向错位干涉仪	141
一、工作原理;二、干涉仪的光学系统;三、干涉仪的电子系统;四、被测件的对准;五、仪器测量精度的考虑。	
§ 5-4 外差干涉位相检测	141
§ 5-5 锁相干涉术	150
一、基本原理;二、锁相干涉仪的组成。	
§ 5-6 双波长条纹扫描干涉仪	152
§ 5-7 空间调制的波面位相检测	157
一、一维空间调制的傅里叶变换法;二、空间载波 f_0 的确定。	
参考文献.....	157
第六章 全息干涉术及其应用	158
§ 6-1 全息术原理	158
一、引言;二、全息原理;三、全息图的数学描述。	
§ 6-2 全息干涉计量技术	162
一、两次曝光全息干涉技术;二、单次曝光全息干涉技术;三、时间平均法;四、其他全息干涉技术。	
§ 6-3 全息干涉技术的应用举例	171
一、缺陷检验;二、内孔精密测量。	
§ 6-4 计算全息技术	177
一、概述;二、罗曼型二元计算全息图;三、干涉型计算全息图;四、计算全息干涉计量中的应用。	
§ 6-5 全息干涉实验技术	183

一、基本设备;二、全息光学系统的基本要求;三、记录技术。

参考文献	188
第七章 散斑干涉计量	189
§ 7-1 散斑的基本概念	189
一、散斑的形成;二、散斑的大小;三、客观散斑与主观散斑;四、散斑的纵向大小;五、散斑场的光强分布。	
§ 7-2 激光散斑计量术	191
一、聚焦散斑照相法;二、离焦散斑照相法;三、客观散斑法;四、散斑干涉术;五、散斑错位干涉术;六、白光散斑技术;七、电子散斑干涉计量术。	
§ 7-3 散斑技术的其他应用	206
一、用激光散斑测量振动;二、激光散斑用于精密对焦;三、激光散斑用于人眼视度的检测;四、散斑在光学信息处理中的应用;五、散斑在天文观测中的应用。	
参考文献	212
第八章 光纤干涉技术	213
§ 8-1 光纤传光原理及传输特性	213
一、概述;二、光纤的结构和种类;三、光纤的传输模式	
§ 8-2 光纤干涉检测技术	218
一、概述;二、光导纤维位相调制原理;三、光纤干涉仪及其信号检测。	
§ 8-3 马赫—陈德尔型光纤干涉仪	225
一、马赫—陈德尔光纤干涉机械量传感器;二、单模光纤位相干涉型温度传感器;三、光纤干涉悬臂梁测试装置。	
§ 8-4 萨那克(Sagnac)光纤干涉仪	230
一、概述;二、萨那克效应;三、萨那克干涉仪工作原理;四、光纤陀螺的实现技术;五、几种高性能的光纤陀螺。	
§ 8-5 法布里—珀罗型光纤干涉仪	235
§ 8-6 光纤实用技术	237
一、光纤的选择;二、光纤的处理方法;三、光纤中的光耦合。	
参考文献	242

第一章 光干涉的基础知识

§ 1-1 相干光场的性质

通常一个光场可以写成依空间坐标 x 与时间坐标 t 的函数。假定光具有很窄的频谱宽度, 则光场可写成函数 $E(x, t)$ 。一般说来, 光场是一个复函数。光波的固有频率为 10^{14} Hz, 通常是用一个检测器来检测这一光场, 它只能在一个比 10^{-14} 秒长得多的时间间隔内取积分, 因此, 检测器检测到的量是光强 $I(x)$, 其定义为

$$I(x) = \langle E(x, t) E^*(x, t) \rangle \quad (1-1)$$

式中 $\langle \rangle$ 尖括号代表时间平均; 星号代表复数共轭。式(1-1)对非相干光场、部分相干光场或相干光场均适用。

若光场中任一点的光在时间平均意义上与光场中其它点的光完全无关, 则此光场就认为是非相干的。以 $E(x_1, t)$ 表示 x_1 点处的光场, $E(x_2, t)$ 为在相同时刻 x_2 处的光场, 若这两点上场的时间平均互相关为零, 则认为 x_1 和 x_2 两点光场是非相干的, 即

$$\langle E(x_1, t) E^*(x_2, t) \rangle = 0 \quad (1-2)$$

若这一关系对光场中所有的 x_1 和 x_2 都成立, 则整个光场是非相干的。一切非相干光源都可定义成满足上述条件, 但严格地讲, 非相干光场是不能实现的。

与此相比较, 也能够定义一个完全相干的光场, 若

$$\langle E(x_1, t) E^*(x_2, t) \rangle = \text{最大值} \quad (1-3)$$

则在 x_1 和 x_2 处的光场是相干的, 即在 x_1 处随时间起伏准确地与 x_2 处的起伏相一致。若对任意的 x_1 和 x_2 点都能达到最大值, 则此光场是相干的。此时, 即使仍作时间平均测量, 互相关的值与时间过程无关。因此, 描述光场的函数中与时间有关的部分和与空间有关的部分能够分离开, 所以可写成

$$E(x, t) = A(x) e^{i\omega x t} \quad (1-4)$$

式中 $A(x)$ 是光场的复振幅, ω 是光波频率, 因此式(1-3)变成

$$\langle E(x_1, t) E^*(x_2, t) \rangle = A(x_1) A^*(x_2) \quad (1-5)$$

在 x_1 和 x_2 处的光强分别为

$$I(x_1) = \langle E(x_1, t) E^*(x_1, t) \rangle = A(x_1) A^*(x_1) \quad (1-6a)$$

$$I(x_2) = \langle E(x_2, t) E^*(x_2, t) \rangle = A(x_2) A^*(x_2) \quad (1-6b)$$

即使进行时间平均也并不改变所涉及的函数值, 但光强仍然是在时间平均上测量的。

考虑式(1-5)的归一化是很有益的, 就是将式(1-5)除以单个光强乘积的平方根, 即

$$\frac{\langle E(x_1, t) E^*(x_2, t) \rangle}{[I(x_1) I(x_2)]^{1/2}} = \frac{A(x_1) A^*(x_2)}{[I(x_1) I(x_2)]^{1/2}} \quad (1-7)$$

对相干光场, 有

$$\frac{A(x_1) A^*(x_2)}{[I(x_1) I(x_2)]^{1/2}} = 1 \quad (1-8a)$$

对式(1-7)可实行同样的归一化,可得到归一化互相关项的大小为零,即对非相干光场,有

$$\frac{A(x_1)A^*(x_2)}{[I(x_1)I(x_2)]^{1/2}} = 0 \quad (1-8b)$$

由此可以看出归一化的重要意义。

由于 $A(x)$ 是一复数,把此量用一对函数——实部和虚部,或振幅和位相来表示是很方便的。在光学中通常研究复振幅的振幅和位相,因此可写成

$$A(x) = a(x)e^{i\phi(x)} \quad (1-9)$$

式中 $a(x)$ 是振幅且是一个实的正函数, $\phi(x)$ 是位相,于是可得

$$I(x) = A(x)A^*(x) = a^2(x) \quad (1-10)$$

$$A(x_1)A^*(x_2) = a(x_1)a(x_2)e^{i[\phi(x_1) - \phi(x_2)]} \quad (1-11)$$

$$\frac{A(x_1)A^*(x_2)}{[I(x_1)I(x_2)]^{1/2}} = e^{i[\phi(x_1) - \phi(x_2)]} \quad (1-12)$$

式(1-12)很重要,因为它表示归一化互相关的大小为 1,而合位相取决于光场中的两点的位相差。也就是说, x_1 点的光与 x_2 点的光是相干的,并且有某个固定的位相关系。相干性意味着有一个固定的位相关系,但不必是同位相的关系。

在相干光的许多场合下,有必要考虑两束光的相加,它既适用于干涉计量术,也适用于全息术及光学信息处理等。令 $A_1(x)$ 和 $A_2(x)$ 是两个要研究的光场的复振幅函数,则合成复振幅可由下式给出:

$$A(x) = A_1(x) + A_2(x) \quad (1-13)$$

或

$$a(x)e^{i\phi(x)} = a_1(x)e^{i\phi_1(x)} + a_2(x)e^{i\phi_2(x)} \quad (1-14)$$

式中, $a(x)$ 、 $a_1(x)$ 、 $a_2(x)$ 是相应的振幅函数,而 $\phi(x)$ 、 $\phi_1(x)$ 、 $\phi_2(x)$ 是相应的位相函数。

我们感兴趣的是测定这个合光场的光强

$$\begin{aligned} I(x) &= A(x)A^*(x) = [A_1(x) + A_2(x)][A_1^*(x) + A_2^*(x)] \\ &= a_1^2(x) + a_2^2(x) + a_1(x) \cdot a_2(x)e^{i[\phi_1(x) - \phi_2(x)]} \\ &\quad + a_1(x)a_2(x)e^{-i[\phi_1(x) - \phi_2(x)]} \end{aligned} \quad (1-15)$$

在研究全息术时,把合光场的光强写成上式的形式是有益的,然而在干涉计量术中传统上是把上式写成干涉定律的形式,即

$$I(x) = I_1(x) + I_2(x) + 2[I_1(x)I_2(x)]^{1/2}\cos[\phi_1(x) - \phi_2(x)] \quad (1-16)$$

式中, $I_1(x)$ 和 $I_2(x)$ 分别是相应的光场 1 和 2 的强度。

§ 1-2 两个相干波的叠加

现在有必要将上面讨论转入较实际的(实验上可以实现的)情况中去。为此有必要简述一些有关光的传播问题。光场 $E(x \cdot t)$ 按照波动方程进行传播:

$$\nabla^2 E(x, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} E(x \cdot t) \quad (1-17a)$$

式中 ∇^2 是对空间坐标的二阶偏导数, c 是光速。当光是相干,则光场可用式(1-14)描述,并把它代入方程(1-17a),以得到复振幅传播的波动方程(亥姆霍兹方程)

$$\nabla^2 A(x) + k^2 A(x) = 0 \quad (1-10)$$

式中 $k=2\pi/\lambda$, λ 是光的波长。这个波动方程给出以下二个重要解:

(1) 平面波沿着光轴(z 轴)传播

$$A(z) = Be^{ikz} \quad (1-18)$$

式中 B 是一常数

(2) 会聚(负指数)球面波和发散(正指数)球面波的解是

$$A(r) = Be^{\pm ikr}/r \quad (1-19)$$

式中 r 是球面波的半径。

一个理想的点光源将引起一个发散的球面波,而在无穷远的点光源将产生一个平面波。

一、两个平面波的叠加

考虑两个理想的、位于无穷远处的点光源,它们产生两列平面波,若彼此间的夹角为 2θ , 这两列平面波与它们相互作用的记录平面成 $\pm\theta$ 角(图 1-1)。设这两光波在 o 点有相同的位相。根据式(1-14),合成后的复振幅为

$$a(x)e^{i\phi(x)} = a_0 e^{ikx \sin\theta} + a_0 e^{-ikx \sin\theta} \quad (1-20)$$

若夹角 θ 很小($\sin\theta \approx \theta$),则合强度 $I(x)$ 由下式给出

$$I(x) = 2I_0(1 + \cos kx 2\theta) \quad (1-21)$$

式中 I_0 是每个单独的平面波的恒定光强。上式还可写成

$$I(x) = 4I_0 \cos^2 kx \theta \quad (1-22)$$

从全息术的观点来看,将式(1-21)写成式(1-15)更为有用,即

$$I(x) = 2I_0 + I_0 e^{ikx 2\theta} + I_0 e^{-ikx 2\theta} \quad (1-23)$$

如果用全息照相方法记录 $I(x)$,然后用与 $e^{i\phi_0}$ 相干的光波照明,则第二项和第三项将重现原始波和它的共轭波。

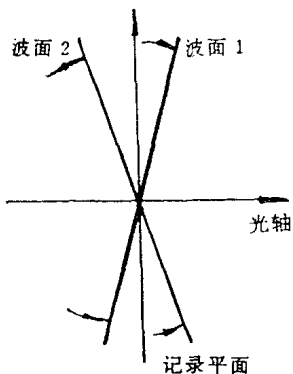


图 1-1 相对于光轴对称的两列平面波的叠加

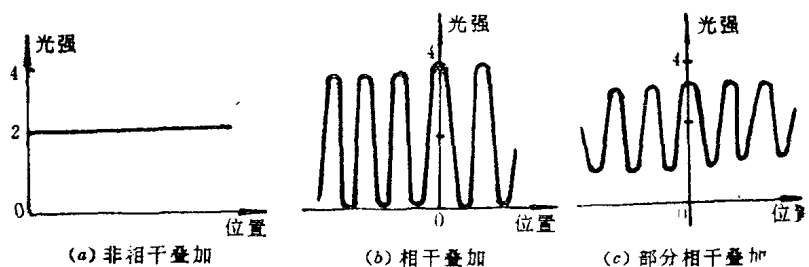


图 1-2 两个波叠加时形成的归一化合光强图

由式(1-22)得到的合光强是一组余弦平方的干涉条纹,图 1-2(b)描述了这个结果。当然当光波非相干时,它们仅仅是强度叠加而产生一个合光强 $2I_0$,不会出现任何干涉条纹[图 1-2(a)],最一般的情况是两光波既不是完全相干,又不是完全不相干的情况,图 1-2(c)所示的即是两束部分相干光波叠加的结果(详见 § 1-3)。

二、柱面波(或球面波)与平面波的叠加

假定平面波是沿着系统的光轴传播的,且平面波与柱面波在 o 点处为零光程差(即位相差

为零),如图 1-3 所示。当 r 是柱面波半径,且波面切线与平面波的夹角很小,则此两波面间的光程差就是 $x^2/2r$,其位相差为 $kx^2/2r$,则 x 平面处的合振幅可写成

$$a(x)e^{i\phi(x)} = a_0 + a_0 e^{ikx^2/2r} \quad (1-24)$$

和

$$\begin{aligned} I(x) &= I_0 [2 + e^{ikx^2/2r} + e^{-ikx^2/2r}] \\ &= 2I_0 [1 + \cos(kx^2/2r)] \\ &= 4I_0 \cos^2(kx^2/4r) \end{aligned} \quad (1-26)$$

合光强的轮廓是一组余弦平方的干涉条纹,此条纹的间隔随空间坐标 x 的平方而变化,如图 1-4 所示。若讨论的是球面波与平面波叠加的问题,则所得结果类似于式(1-26)所给出的结果,只是此时直线坐标就成为径向坐标,合光强的轮廓是径向对称的,条纹为同心圆环。

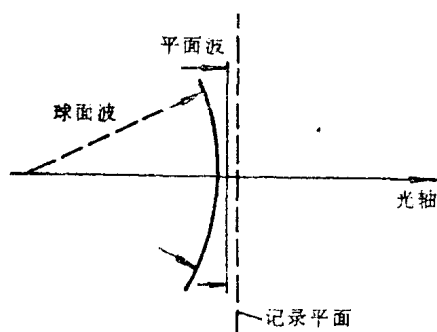


图 1-3 平面波与柱面波的叠加

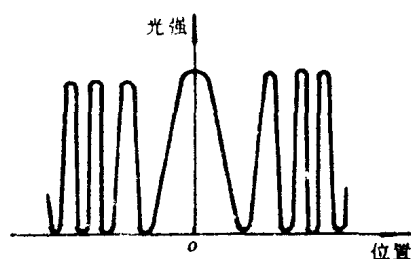


图 1-4 平面波与柱面波叠加的光强分布

三、两个柱面(或球面)波的叠加

类似于上面两种情况的分析方法,令 r_1 和 r_2 是两柱面波的半径[图 1-5(a)],则合光强由下式给出:

$$I_0(x) = 4I \cos^2 \frac{kx^2}{4} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (1-27)$$

式中,同样假定两柱面波在光轴上某点具有零位相差,此点确定了光强记录平面 x 坐标的原点。若两柱面波或球面波并不以它们的法线沿着光轴传播[图 1-5(b)],则公式中将存在一个

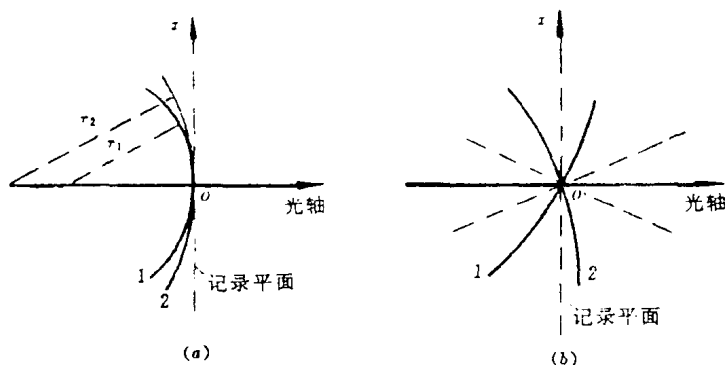


图 1-5 两个柱面波沿着(a)相同的方向;(b)彼此有一夹角的方向传播时的叠加

x 的一次项和一个 x 的二次项,即

$$a(x)e^{i\phi(x)} = a_0 e^{ik(\frac{x^2}{2r_1} - x\theta)} + a_0 e^{ik(\frac{x^2}{2r_1} + x\theta)} \quad (1-28)$$

和

$$I(x) = 4I_0 \cos^2 k \left[\frac{x^2}{4} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + x\theta \right] \quad (1-29)$$

式(1-29)包含了式(1-22)与式(1-27)组合的结果。

现在我们可以向实际情况更进一步,考虑一个假想实验,来自 P_1 和 P_2 两个理想的、等强度的点光源发出的光(图 1-6)照明一与之相距为 z 的平面 x ,并假定 z 远大于 $2d$ 和 x 的最大值,则从 P_1 和 P_2 两点发出的光波到达 x 平面上某任意点的光程差,其在两波面夹角 θ 很小的情况下为 $2dx/z$,因此

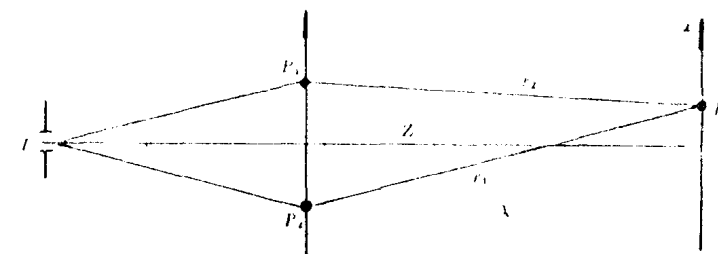


图 1-6 来自 P_1, P_2 两光源发出的光的干涉

$$I(x) = 4I_0 \cos^2(kdx/z) \quad (1-30)$$

上式与两平面波叠加时的式(1-26)基本相同。实际上,在平方项远远小于线性项时,它是式(1-29)的近似式。

方程(1-30)是干涉定律的一种形式,此方程描述的干涉条纹图通常称为 * 杨氏条纹,若两干涉光束的强度不同,则有

$$I(x) = I_1 + I_2 + 2(I_1, I_2)^{1/2} \cos(2kdx/z) \quad (1-31)$$

§ 1-3 部分相干理论

前二节解释了光场中两相干光点和非相干光点的意义,并定义了相干光场和非相干光场。然而实际的普遍情况是光场中两光点既非全相干光场,也非全是非相干光场,它们是一范围较宽的部分相干光场,现在我们就来讨论这种情况下光场中两点 x_1 和 x_2 有关的问题。

光场中在 x_1 和 x_2 两点处的时间平均互相关既非最大,也不为零。这个时间平均互相关函数是 x_1 和 x_2 之间的互强度,且定义为

$$\Gamma(x_1, x_2) = \langle E(x_1, t) E^*(x_2, t) \rangle \quad (1-32)$$

x_1 点和光场中其他点之间互强度称之为互强度函数 $\Gamma(x_1, x_2)$,这个函数是个实际可测量的量。当 $x_1 = x_2$ 时,它就简化成通常的可测量的量——光强。互强度函数可用上节中描述相干情况的同样方法写成归一化的形式,因此有

$$\frac{\langle E(x_1, t) E^*(x_2, t) \rangle}{[I(x_1) I(x_2)]^{1/2}} = \frac{\Gamma(x_1, x_2)}{[I(x_1) I(x_2)]^{1/2}} = \gamma(x_1, x_2) \quad (1-33)$$

式中 $\gamma(x_1, x_2)$ 称为光场的复相干度,且

$$0 \leq |\gamma(x_1, x_2)| \leq 1 \quad (1-34)$$

一、两个部分相干准单色光场的叠加

考虑两个具有固定相干度光场的叠加,即在光场中任何点处两光场的相干度是恒量而与所选取的点无关,为了方便起见,定义这个互强度的常数值为 Γ_{12} ,用函数 $E_1(x, t)$ 和 $E_2(x, t)$ 来定义这两个光场,则具有相同窄频谱宽度(它们是准单色的)的两光场叠加在一起,其结果是

$$E(x, t) = E_1(x, t) + E_2(x, t) \quad (1-35)$$

$$\begin{aligned}
 I(x) &= \langle E(x, t) E^*(x, t) \rangle \\
 &= \langle [E_1(x, t) + E_2(x, t)] [E_1^*(x, t) + E_2^*(x, t)] \rangle \\
 &= I_1(x) + I_2(x) + \Gamma_{12} + \Gamma_{12}^*
 \end{aligned} \quad (1-36)$$

$$I(x) = I_1(x) + I_2(x) + 2[I_1(x)I_2(x)]^{1/2}R_r\gamma_{12} \quad (1-37)$$

式中 R_r 表示复数的实部。复相干度 γ_{12} 可用其模和位相来表示, 即

$$\gamma_{12} = |\gamma_{12}|e^{i\beta_{12}}$$

则式(1-37)变为

$$I(x) = I_1(x) + I_2(x) + [I_1(x)I_2(x)]^{1/2}|\gamma_{12}|\cos(\beta_{12}) \quad (1-38)$$

上式中: 当 $|\gamma_{12}|=0$ 时, 就变成两个光场的非相干叠加; 而当 $|\gamma_{12}|=1$ 时, 就成为两光场的相干叠加(但两光场具有弱相差 β_{12}); 当 $|\gamma_{12}|=1$ 且 $\beta_{12}=0$ 时, 表示两个光场同位相相加叠加。

二、两个部分相干准单色光束的干涉

两个匀强的部分相干光束的干涉具有式(1-31)的普遍形式, 考虑上节中图 1-6 所示的光路布置, 不过现在来自 x_1 和 x_2 的光是部分相干的, 因此式(1-31)变成

$$I(x) = I_1 + I_2 + 2(I_1I_2)^{1/2}|\gamma_{12}|\cos\left(\frac{2kx}{z} + \beta_{12}\right) \quad (1-39)$$

若 $I_1=I_2=I_0$, 则上式可简化为

$$I(x) = 2I_0[1 + |\gamma_{12}|\cos\left(\frac{2kx}{z} + \beta_{12}\right)] \quad (1-40)$$

上式中, I_0 、 $|\gamma_{12}|$ 和 β_{12} 在这一特殊情况中均为常数, 在图 1-2 中已经说明了这个结果, 并与相干情况和非相干情况的结果作了比较, 在实际的干涉仪中, 完全相干是不可能实现的, 人们只能通过精心设计干涉仪, 使部分相干尽可能接近完全相干, 这一直是干涉仪设计者的努力目标之一。

干涉条纹的对比度是干涉条纹的一重要特征, 由式(1-40), 干涉条纹的对比度可定义为

$$K = (I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min}) = |\gamma_{12}| \quad (1-41)$$

式中

$$I_{\max} = 2I_0[1 + |\gamma_{12}|] \quad (1-42)$$

$$I_{\min} = 2I_0[1 - |\gamma_{12}|] \quad (1-43)$$

因此在两部分相干光束强度相同的条件下, 干涉条纹对比度是两干涉光束之间复相干度模的量度, 光场的相干度可以选择各个点对进行测量, 并把测量到的条纹可见度作为这两个点位置的函数。

三、两个部分相干多色光束的干涉

现在把准单色光扩展到有限频谱宽度的情况进行研究。有限频谱宽度可以包括在相干函数中, 只要在此函数中包含一个时间延迟 τ (此处 τ 是图 1-6 中从 P_1 和 P_2 点到达 P 点的光程差相联系的时间差), 则互相干函数 $\Gamma(P_1, P_2, \tau)$ 即可定义为

$$\Gamma(P_1, P_2, \tau) = \langle E(P_1, t) E^*(P_2, t + \tau) \rangle \quad (1-44)$$

则复干度为

$$\gamma(P_1, P_2, \tau) = \frac{\langle E(P_1, t) E^*(P_2, t + \tau) \rangle}{[I_1(x)I_2(x)]^{1/2}} \quad (1-45)$$

则两光束干涉定律的式(1-39)变成

$$I(x) = I_1 + I_2 + 2(I_1, I_2)^{1/2} |\gamma_{12}(\tau)| \cos\left[\frac{2kx}{z} + \beta_{12}(\tau)\right] \quad (1-16)$$

若 $I_1 = I_2 = I_0$, 则有

$$I(x) = 2I_0 \{1 + |\gamma_{12}(\tau)| \cos\left[\frac{2kx}{z} + \beta_{12}(\tau)\right]\} \quad (1-17)$$

现在, 总的条纹对比度取决于 τ 值, 即取决于条纹场中的实际位置, 条纹的位相还随 $\beta_{12}(\tau)$ 的值而改变, 图 1-7 给出了一组恒定对比度和变化对比度的干涉条纹场, 以作比较, 在条纹场的中央部分两种情况是相同。图 1-7(c) 给出了条纹对比度作条纹场位置的关系曲线。

四、时间相干度和空间相干度

(一) 时间相干度

现在来研究用上面相干性理论来描述光的时间相干性。假定图 1-6 中的光源是一个准单色点光源, 且到 P_1 和 P_2 等距, 这样 P_1 和 P_2 两点的光场相同, 设它们同为 $E(t)$ 。按照干涉定律, P 点的干涉效应取决于 P_1 和 P_2 两点的互相干函数, 即

$$\gamma_{12}(\tau) = \gamma(\tau) = \frac{\langle E_1(t) E_2^*(t+\tau) \rangle}{I_0} \quad (1-48)$$

中, I_0 是一个小孔单独在 P 点产生的强度。从式 (1-48) 可以看出, 由于 P_1 和 P_2 两点的光场相同, 因此两点间的互相干函数实际上变成自相干函数, 通常把归一化的自相干函数 $\gamma(\tau)$ 称为 P 点的时间相干度, 它是经历不同时间从 P_1 和 P_2 传播到 P 点的两个光场之间时间相干性的定量描述。

还可以从另一个角度来考察场的时间相干性, 就是 P_1 和 P_2 合为一点的情况。在实际中, 可以利用如图 1-8 (a) 和 (b) 的装置来实现, 准单色光束入射到平行平板, 在 A 点被分成两束, 它们经历不同的路程, 因而以不同的时间到达 P 点, 发生干涉。显然, 在这种情况下, P 点的干涉效应取决于入射点 A 处场的归一化自相干函数, 即时间相干性。

下面讨论时间相干度应如何计算的问题。因为入射光是准单色光, 可以把它视为由一段段波列组成, 且每一段波列持续时间为 Δt (相干时间), 在这段时间内场作正弦

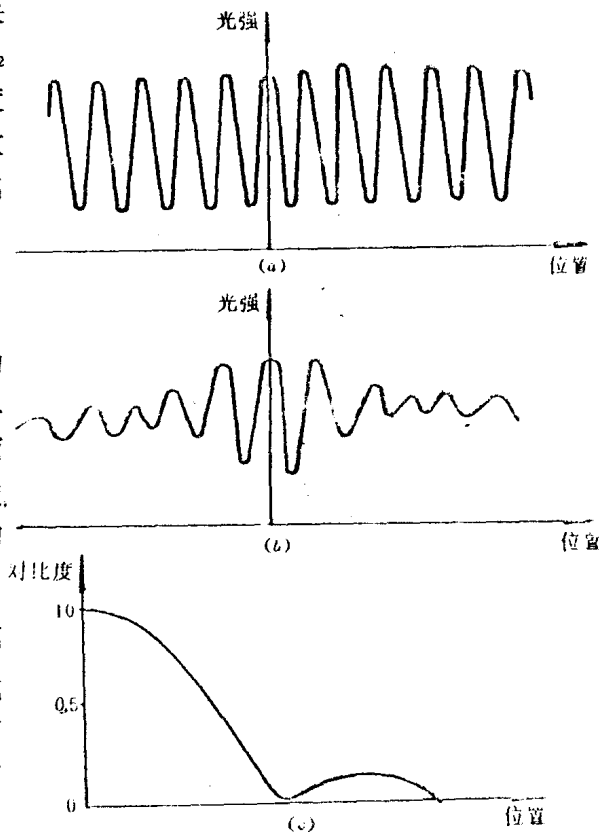


图 1-7 两束光的干涉条纹
(a) 恒定的对比度; (b) 变化的对比度;
(c) 对比度随干涉场中位置的关系曲线。

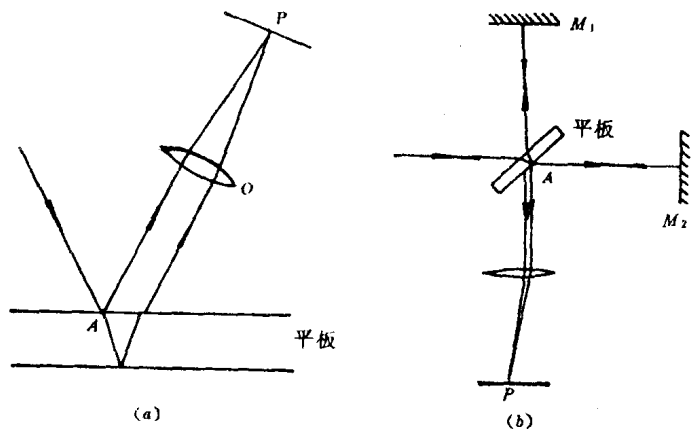


图 1-8 平板干涉装置考察时间相干性

变化,但是,前后各段波列之间没有固定的位相关系,它们的位相改变在 0 到 2π 之间作无规则变化。根据这种关系,可把准单色光场对时间的依赖关系表示为

$$E(t) = Ae^{-i\omega t}e^{i\phi(t)} \quad (1-49)$$

当 $j\Delta t < t < (j+1)\Delta t$ 且 $j=0,1,2,\dots$ 时, $\phi(t)=C_j$ 。式中, A 是场振动的振幅, ω 是角频率, C_j 是一个无规常数数列,其变化如图 1-9 所示。由式(1-48),时间相干性为

$$\begin{aligned} \gamma(\tau) &= \frac{\langle E(t)E^*(t+\tau) \rangle}{I_0} \\ &= \langle e^{-i\omega\tau} e^{i[\phi(t+\tau) - \phi(t)]} \rangle \\ &= e^{-i\omega\tau} \frac{1}{T} \int_0^T e^{i[\phi(t+\tau) - \phi(t)]} dt \end{aligned} \quad (1-50)$$

式中, T 是比相干时间 Δt 大得多的观察时间。为了求出上式中的积分,我们来考察第一个相干

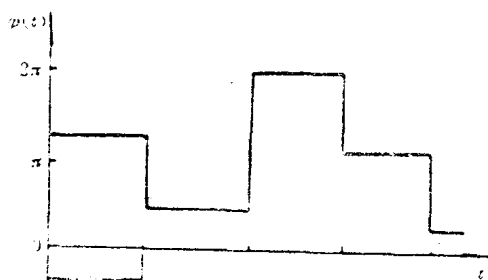


图 1-9 准单色光的位相 $\phi(t)$ 是一无规常数

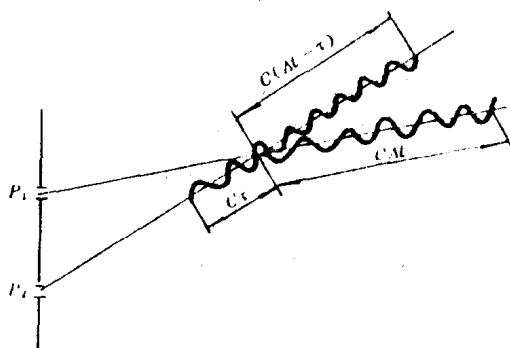


图 1-10 两相干波列的时间差为 $\Delta t - \tau$

时间间隔 $(0 < t < \Delta t)$ 内的位相差 $\phi(t+\tau) - \phi(t)$ 。如图 1-10 所示,设光波从 P_2 传播到 P 与从 P_1 传播到 P 的时间差为 τ ,那么,在 $0 < t < \Delta t - \tau$ 时间内, $\phi(t+\tau) - \phi(t) = 0$, (在这段时间内 ϕ 是常数);而在 $\Delta t - \tau < t < \Delta t$ 时, $\phi(t+\tau) - \phi(t) = \delta_{12}$, 这里 δ_{12} 是第一个和第二个相干时间间隔波列的位相差。这样,对第一个相干时间间隔求平均值:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} e^{i[\phi(t+\tau) - \phi(t)]} dt \\ &= \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t - \tau} dt + \frac{1}{\Delta t} \int_{\Delta t - \tau}^{\Delta t} e^{i\delta_{12}} dt \\ &= \frac{\Delta t - \tau}{\Delta t} + \frac{\tau}{\Delta t} e^{i\delta_{12}} \end{aligned}$$

同样,这个结果也适用于继后的各个相干时间间隔,只是相邻波列的位相差 δ_{12} 应取 0 和 2π 之间的某一无规值,即 δ_{12} 是无规位相差。因此,对 0 到 T 求平均值,则包含 $e^{i\delta_{12}}$ 项的平均值为零,而对 $\frac{\Delta t - \tau}{\Delta t}$ 一项,因为对所有时间间隔均相同,故 0 到 T 的平均值也等于这一项。所以,在 $\tau < \Delta t$ 的情况下,式(1-50)的结果是

$$\gamma(\tau) = \left(1 - \frac{\tau}{\Delta t}\right) e^{-i\omega\tau} \quad (1-51)$$

当 $\tau > \Delta t$ 时,由于 $\phi(t+\tau) - \phi(t)$ 总是无规则的,所以式(1-50)的积分为零,即 $\gamma(\tau) = 0$ 。

时间相干性 $\gamma(\tau)$ 的模值为

$$|\gamma(\tau)| = \begin{cases} 1 - \frac{\tau}{\Delta t} & \tau < \Delta t \\ 0 & \tau \geq \Delta t \end{cases} \quad (1-52)$$

图 1-11 给出 $|\gamma(\tau)|$ 随 τ 的变化。在两束干涉光束振幅相等的情况下, $|\gamma(\tau)|$ 就等于条纹的对比度。

由图可见, 当 $\tau \geq \Delta t$ 时, 条纹对比度降为零。若入射光是严格单色光的情形, 由于 $\phi(t+\tau) - \phi(t) \equiv 0$, 所以

$$\gamma(\tau) = e^{-i\omega\tau} \quad (1-53)$$

$\gamma(\tau)$ 的模 $|\gamma(\tau)| = 1$, 因此得到完全相干性。 $\gamma(\tau)$ 的幅角为 $-\omega\tau$, 正是相隔时间为 τ 的两个场的位相差 $\phi_1 - \phi_2$, 它将决定干涉效应加强或减弱的程度, 取 $\gamma(\tau)$ 的实部代入式 (1-37), 且令 $I_1 = I_2 = I_0$, 则得

$$I = 2I_0[1 + \cos(\phi_1 - \phi_2)]$$

上式与式 (1-16) 所给出的两个单色点光源产生的条纹强度分布相同。

(二) 空间相干度

假定图 1-6 中光源的光谱宽度很窄, 但光源不是点光源, 而是一个扩展光源, 那么此时空间相干性将是主要的, 按照干涉定律, 场上 P 点的干涉效应取决于 P_1 和 P_2 两点的互相干函数 $\gamma_{12}(\tau)$ 。如果考察干涉场上 P_0 点 (它到 P_1 和 P_2 等距) 附近的条纹, 由于 $P_1P_0 - P_2P_0 = 0$, $\tau = 0$, 因此该处条纹的强度分布取决于

$$\gamma_{12}(0) = \frac{\langle E_1(t)E_2^*(t) \rangle}{[I_1I_2]^{1/2}} \quad (1-54)$$

$\gamma_{12}(0)$ 是 P_1 和 P_2 两点空间相干性的定量量度, 称为这两点的空间相干度。

当 P_1 和 P_2 两点处的光强相等时, 空间相干度的模 $|\gamma_{12}(0)|$ 等于 P_0 点附近条纹的对比度。因此空间相干度的大小可以通过计算扩展光源时干涉场上 P_0 点附近的条纹的对比度来获得,

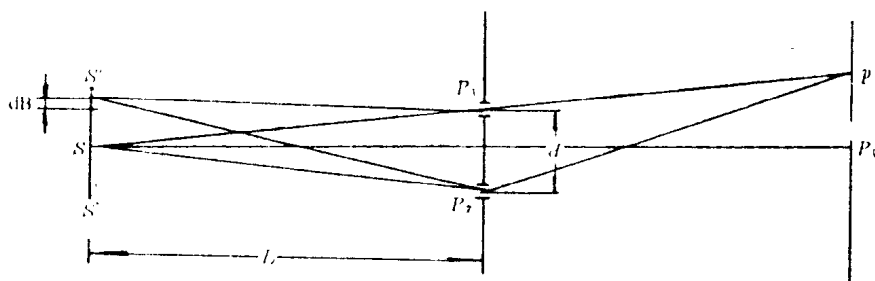


图 1-12 把扩展光源分成许多元素光源

如图 1-12 所示, 扩展光源在干涉场上产生的强度是它所包含的各个发光点在干涉场上产生的强度之和。设想把光源分成许多无穷小的元光源, 则整个扩展光源产生的强度便是这些无穷小元光源产生的强度积分。设每一个元光源的宽度为 dx , 它们发出的光通过 P_1 或 P_2 到达干涉场的光强度都为 $I_0 dx$ 。考察干涉场某一点 P , 显然, 位于光源中点 S 的元光源在 P 点产生的光强度为

$$dI = 2I_0(1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} \Delta) dx \quad (1-55)$$

式中, Δ 是元光源发出的光波经 P_1 和 P_2 到达 P 点的光程差。对于距 S 点为 x 的 C 点处的元光

源,它在 P 点产生的光强度为

$$dI = 2I_0(1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} \Lambda') dx \quad (1-56)$$

式中, Λ' 是 C 点处的元光源发出且经 P_1 和 P_2 到达 P 点的两支相干光的光程差。

在图 1-12 中, 设 $l \gg d$, 则有

$$CP_2 - CP_1 \approx \frac{xd}{l} = x\beta$$

因此, $\Lambda' = \Lambda + x\beta$, 所以式(1-56)又可写为

$$dI = 2I_0[1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} (\Lambda + x\beta)] dx$$

于是, 宽度为 b 的扩展光源在 P 点产生的光强度为

$$\begin{aligned} I &= \int_{-b/2}^{b/2} 2I_0[1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} (\Lambda + x\beta)] dx \\ &= 2I_0b + 2I_0 \frac{\lambda}{\pi\beta} \sin \frac{\pi b\beta}{\lambda} \cdot \cos \frac{2\pi}{\lambda} \Lambda \end{aligned} \quad (1-57)$$

式中 第一项与 P 点的位置无关, 表示干涉场的平均强度; 第二项表示干涉场的光强度周期性地随 Λ 变化。由于第一项表示的平均强度随着光源宽度的增大而增强, 而第二项不超过 $2I_0 \frac{\lambda}{\pi\beta}$, 所以随着光源宽度增大, 条纹的对比度下降。由式(1-57)得干涉场的极大强度

$$I_M = 2I_0b + \left| \frac{2I_0\lambda}{\pi\beta} \sin \frac{\pi b\beta}{\lambda} \right|$$

极小强度

$$I_m = 2I_0b - \left| \frac{2I_0\lambda}{\pi\beta} \sin \frac{\pi b\beta}{\lambda} \right|$$

因此条纹的对比度

$$K = \left| \frac{\lambda}{\pi b\beta} \sin \frac{\pi b\beta}{\lambda} \right| \quad (1-58)$$

空间相干度的模 $|\gamma_{12}(0)|$ 等于 P_0 点附近条纹的对比度, 因此

$$|\gamma_{12}(0)| = K = \left| \frac{\lambda}{\pi b\beta} \sin \frac{\pi b\beta}{\lambda} \right| \quad (1-59)$$

图 1-13 给出条纹对比度 K 或 $|\gamma_{12}(0)|$ 随光源宽度 b 变化的曲线。由图可见, 随着 b 的增大, 对

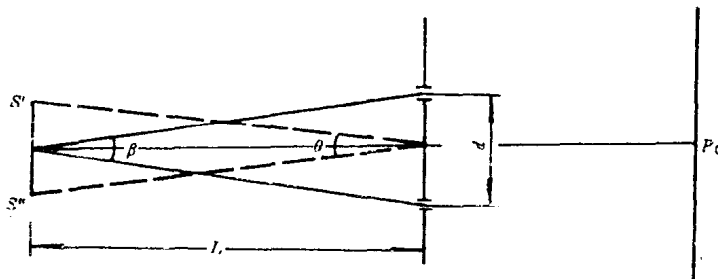


图 1-13 扩展光源的双孔干涉

比度 K 通过一系列次极大和零值后逐渐趋于零(次极大值实际上很小)。第一个零值对应于 $b = \lambda/\beta$, 这时的光源宽度称为临界宽度。当 $b = \lambda/4\beta$ 时, $K \geq 0.9$, 这时的光源宽度称为允许宽度。在干涉仪设计中, 可用上式来确定光源的容许宽度。