

华罗庚数学



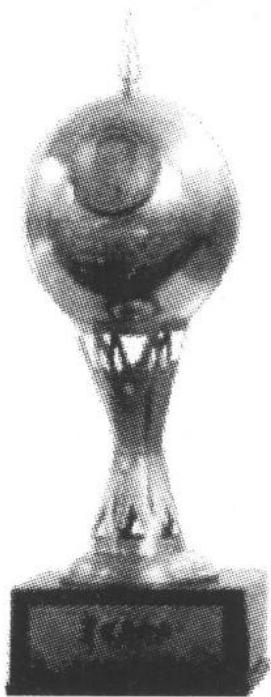
奥林匹克教材

小学四年级



知藏出版社

华罗庚数学奥林匹克教材编写组



四年级

华罗庚数学奥林匹克教材

知能出版社

MAF 01/10

封面设计:可一工作室

图书在版编目(CIP)数据

华罗庚数学奥林匹克教材:小学四年级 / 单墫主编; 陈联生编著. - 北京: 知识出版社, 2000. 1

ISBN 7 - 5015 - 2459 - 9

I. 华… II. ①单… ②陈… III. 数学课 - 小学 - 教学参考资料

IV. G634. 61

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 72799 号

编 者: 华罗庚数学奥林匹克教材编写组

出版发行: 知识出版社(北京阜成门北大街 17 号)

印 刷: 芜湖金桥印刷有限责任公司

经 销: 全国新华书店

版 次: 2001 年 5 月第 1 版

印 次: 2002 年 2 月第 2 次印刷

印 张: 8. 25

开 本: 850 × 1168 1/32

字 数: 19. 8 万字

印 数: 1 - 20,000

ISBN 7 - 5015 - 2459 - 9/G · 1209

定 价: 9. 00 元

华罗庚数学奥林匹克教材编委会

总 编:单 塼(南京师范大学数学系教授、博士生导师)

一年级主编:韩素珍 中学高级教师

(南京市1—6届“华杯赛”集训队教练)

二年级主编:狄昌龙 小学特级教师

(南京市1—2届“华杯赛”集训队教练)

三年级主编:陈连生 小学高级教师

(金坛市3届、5届、6届、7届“华杯赛”集训队教练,
被“华杯赛”组委会授于“金牌教练”称号)

四年级主编:陈连生 小学高级教师

(金坛市3届、5届、6届、7届“华杯赛”集训队教练,
被“华杯赛”组委会授于“金牌教练”称号)

五年级主编:冯惠愚 中学特级教师

(中国数学奥林匹克高级教练、南京市1—7届“华
杯赛”教练)

六年级主编:潘娉姣 中学特级教师

(南京市1—4届“华杯赛”集训队教练)

初一年级主编:单 塼 教授、博士生导师

(“华杯赛”4—7届的主试委员)

*

*

*

本册编著:陈连生 吴春耕 赵建华

前 言

华 博

华罗庚先生(1910—1984)是本世纪的一位大数学家。他对我过数学界的影响极为巨大,在一定意义上可以说:“没有华罗庚,就没有现代的中国数学”。

华先生不仅在数学研究上具有国际一流的水准,而且热心于数学普及与人才的培养。他亲自撰写了许多通俗的数学读物,发起并主持我国的数学竞赛。他还给青少年作讲座,介绍自己的经验和心得。华先生是青少年学习的楷模,他“精勤不倦、自强不息”的精神,永远激励着广大青少年奋发向上。

为了纪念华罗庚先生,在他的家乡江苏金坛有华罗庚中学,而且自1985年在全国范围内举行了华罗庚金杯少年数学邀请赛(本书简称为“华杯赛”)。我们这套教材称为《华罗庚数学奥林匹克教材》,也正是为了纪念华罗庚先生诞辰90周年而出版的。

这套教材是由江苏省暨金坛市从事数学竞赛培训的大、中、小学教师编写的,其中有博士生导师、教授、特级教师、校长、教研员及“华杯赛”的教练。它可以为各种数

学竞赛提供系统全面的训练，从小提高学生的数学能力，具有很强的针对性与实用性，尤其适用于“华杯赛”。

本教材，可用于数学兴趣学校和各种奥林匹克学校的课堂教学。每一册供一个年级使用。每册分为上、下两分册，用于上、下两个学期。每一分册约 15 讲，每讲至少 6 道例题，用于 100 分钟（两节课）的教学，内容由浅入深，循序渐进，适合学生的年龄特点与知识结构。每讲配备较多的习题，习题均有详细解答，可供教师及有条件辅导的家长使用。

一、二册，用于小学低年级，目的在培养学生学习数学的兴趣与数学的感觉，力求图文并茂，由较多的图画自然地向较多的数学言语与文学叙述过渡。三、四、五册目的在打好基础，开拓眼界，逐步向“华杯赛”的要求靠拢。六、七两册，完全瞄准数学竞赛，相当于百米比赛的冲刺阶段，其中有较难的问题，并为临赛前的强化训练，各编写了 10 套综合练习，供培训选手的指导教师选用。

各册既互相联系，又独立成书，内容上略有重叠，这正好形成螺旋式的教学，对学生的学习是有益的。

例题、练习尽量选自各种竞赛，并注明出处，这也是本书的特色之一（为适合本书的体例，不少数学题目的文字作了一点修改）。

（单墫总编系南京师范大学数学系教授、博士生导师）

纪念华罗庚先生
诞辰九十周年

目 录

上 册

第一讲 速算与巧算(一).....	(1)
第二讲 速算与巧算(二).....	(5)
第三讲 奇思巧解.....	(9)
第四讲 鸡兔同笼问题	(15)
第五讲 长方形的面积	(21)
第六讲 行程问题(一)	(28)
第七讲 行程问题(二)	(34)
第八讲 定义新运算	(40)
第九讲 幻方	(46)
第十讲 数阵图	(53)
第十一讲 牛吃草问题	(60)
第十二讲 行程问题(三)	(67)
第十三讲 行程问题(四)	(74)
第十四讲 竞赛题选讲(一)	(81)
第十五讲 竞赛题选讲(二)	(85)

下册

第一讲 加法原理	(89)
第二讲 乘法原理	(95)
第三讲 排列	(101)
第四讲 组合	(107)
第五讲 逻辑问题(一)	(115)
第六讲 逻辑问题(二)	(123)
第七讲 游戏与对策	(131)
第八讲 简单的规划问题(一)	(139)
第九讲 简单的规划问题(二)	(148)
第十讲 简单的规划问题(三)	(155)
第十一讲 巧算面积	(162)
第十二讲 图形的切拼(一)	(168)
第十三讲 图形的切拼(二)	(174)
第十四讲 竞赛题选讲(一)	(179)
第十五讲 竞赛题选讲(二)	(183)
参考答案	(187)

上 册

第一讲 速算与巧算(一)

三年级时, 我们已经讲了速算与巧算的一种方法——凑整. 本讲重点讲解如何利用乘法运算定律进行速算和巧算.

【例1】 计算 $1966 + 1976 + 1986 + 1996 + 2006$ 这五个数的总和是多少?

(第一届华杯赛初赛试题)

分析 利用等差数列或平均数进行计算.

解 原式 = 1986×5

$$= 19860 \div 2$$

$$= 9930$$

说明 1986 正好是五个加数的平均数.

【例2】 计算 $125 \times 25 \times 32$

分析 将 32 折成 (8×4) , 然后运用乘法交换律和结合律进行“凑整”计算.

解 原式 = $125 \times 25 \times (8 \times 4)$

$$= (125 \times 8) \times (25 \times 4)$$

$$= 1000 \times 100 = 100000$$

说明 根据有些数相乘可凑整的特点,如 5 和 2 相乘得 10, 25 和 4 相乘得 100, 125 和 8 相乘得 1000……将式子进行变形处理,可凑整时尽量进行凑整,使计算简便.

【例 3】 计算:(1) $567 \times 422 + 567 + 577 \times 567$

$$(2) 5328 \times 9999$$

分析 可根据乘法分配律进行“凑整”计算.

解 (1) 原式 = $567 \times (422 + 1 + 577)$

$$= 567 \times 1000$$

$$= 567000$$

(2) 原式 = $5328 \times (10000 - 1)$

$$= 5328 \times 10000 - 5328 \times 1$$

$$= 53280000 - 5328$$

$$= 53274672$$

说明 当几个数都乘以或除以同一个不为 0 的数, 然后再加减时, 可利用乘法分配律进行简算. 尤其在这些数的和或差是整十、整百、整千时, 更应当用这一方法.

【例 4】 计算 $99999 \times 22222 + 33333 \times 33334$

分析 注意 $99999 = 33333 \times 3$, 然后利用分配律.

解 原式 = $33333 \times 3 \times 22222 + 33333 \times 33334$

$$= 33333 \times 66666 + 33333 \times 33334$$

$$= 33333 \times (66666 + 33334)$$

$$= 33333 \times 100000$$

$$= 3333300000$$

说明 在计算中, 要善于观察, 利用运算定律进行巧算.

【例 5】 计算 $1991 \times 199219921992 - 1992 \times 199119911991$

(《小学生数学报》第五届数学竞赛初赛试题)

分析 利用 $199219921992 = 1992 \times 100010001$,

$$199119911991 = 1991 \times 100010001.$$

解 原式 $= 1991 \times 1992 \times 100010001 - 1992 \times 1991 \times 100010001$

$$= 0$$

【例 6】 计算 $1234 + 3142 + 4321 + 2413$

分析 数字 1、2、3、4 在个位、十位、百位、千位上均各出现一次.

解 原式 $= (1+2+3+4) \times (1000+100+10+1)$

$$= 10 \times 1111$$

$$= 11110$$

小结 简便运算中, 常常利用乘法的运算定律.

练习一

1. 计算 $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+\cdots+99+100$
2. 计算 $3600000 \div 125 \div 32 \div 25$
3. 计算 $5 \times 96 \times 125 \times 25$
4. 计算 $899998 + 89998 + 8998 + 898$
5. 计算 3456×998 (1992 年海南省小学数学竞赛试题)
6. 计算 $37 \times 18 + 27 \times 42$
7. 计算 $38 \times 82 + 17 \times 38 + 38$

(青岛市四方区小学生数学竞赛四年级试题)

8. 计算 $347 \times 69 + 653 \times 31 + 306 \times 19$
9. 计算 $\underbrace{33\cdots3}_{99\uparrow3} \times \underbrace{33\cdots34}_{98\uparrow3}$
10. 计算 $111111 \times 999999 + 999999 \times 777777$
11. 计算 $123 + 234 + 345 + 456 + 567 + 678$
12. 计算 $(2+4+6+\cdots+1998+2000)-(1+3+5+\cdots+1997+1999)$
13. 计算 $9999 \times 77778 + 33333 \times 66666$
14. 计算 $12345+23451+34512+45123+51234$
(1997 年我爱数学夏令营计算竞赛试题)
15. 计算 $19961997 \times 19971996 - 19961996 \times 19971997$
(1997 年小学数学奥林匹克决赛试题)

第二讲 速算与巧算(二)

运用运算定律进行简算，需要注意发现题目的特点。

【例 1】 $\underbrace{99\cdots 9}_{1992 \text{ 个 } 9} \times \underbrace{99\cdots 9}_{1992 \text{ 个 } 9} + \underbrace{199\cdots 9}_{1992 \text{ 个 } 9}$ 的末尾有多少个零？

(1992 年全国部分城市第三届新苗杯小学数学联赛试题)

分析 利用乘法分配律将 $99\cdots 9 \times 99\cdots 9$ 变为

$$99\cdots 9 \times 10\cdots 0 - 99\cdots 9.$$

$$\begin{aligned}\text{解} \quad \text{原式} &= \underbrace{99\cdots 9}_{1992 \text{ 个 } 9} \times (\underbrace{100\cdots 0}_{1992 \text{ 个 } 0} - 1) + \underbrace{99\cdots 9}_{1992 \text{ 个 } 9} + \underbrace{100\cdots 0}_{1992 \text{ 个 } 0} \\&= \underbrace{99\cdots 9}_{1992 \text{ 个 } 9} \underbrace{00\cdots 0}_{1992 \text{ 个 } 0} - \underbrace{99\cdots 9}_{1992 \text{ 个 } 9} + \underbrace{99\cdots 9}_{1992 \text{ 个 } 9} + \underbrace{100\cdots 0}_{1992 \text{ 个 } 0} \\&= \underbrace{99\cdots 9}_{1992 \text{ 个 } 9} \underbrace{00\cdots 0}_{1992 \text{ 个 } 0} + \underbrace{100\cdots 0}_{1992 \text{ 个 } 0} \\&= \underbrace{100\cdots 0}_{1992 \text{ 个 } 0} \underbrace{00\cdots 0}_{1992 \text{ 个 } 0} \\&= \underbrace{100\cdots 0}_{3984 \text{ 个 } 0}\end{aligned}$$

答：末尾有 3984 个 0。

【例 2】 计算 $98 + 97 - 96 - 95 + 94 + 93 - 92 - 91 + 90 + 89 - \cdots - 4 - 3 + 2 + 1$

分析 仔细推敲一下，即可发现每四个运算符号依顺序重复出现一次，所以应以每四个数为一组进行计算。

$$\begin{aligned}\text{解法一} \quad \text{原式} &= (98 + 97 - 96 - 95) + (94 + 93 - 92 - 91) + \cdots \\&\quad + (6 + 5 - 4 - 3) + (2 + 1) \\&= 4 \times 24 + (2 + 1)\end{aligned}$$

$$= 96 + 3$$

$$= 99$$

解法二 原式 = $98 + (97 - 96 - 95 + 94) + (93 - 92 - 91 + 90)$
+ ... + $(5 - 4 - 3 + 2) + 1$
= $98 + 0 \times 24 + 1$
= 99

说明 把复杂的长式分组, 可使计算简便.

【例 3】 计算 $98989898 \times 99999999 \div 1010101 \div 11111111$

(福建省第三届小火炬杯小学生数学邀请赛试题)

分析 利用乘法交换律和结合律、分配律进行简算.

解 原式 = $(98989898 \div 1010101) \times (99999999 \div 11111111)$
= $(98 \times 1010101 \div 1010101) \times (9 \times 11111111 \div$
 $11111111)$
= 98×9
= $98 \times (10 - 1)$
= $980 - 98$
= 882

【例 4】 计算 $7 + 77 + 777 + 7777 + 77777$

(无锡市小学生数学邀请赛试题)

分析 将 7 提取出来进行计算要简便些.

解 原式 = $7 \times 1 + 7 \times 11 + 7 \times 111 + 7 \times 1111 + 7 \times 11111$
= $7 \times (1 + 11 + 111 + 1111 + 11111)$
= 7×12345
= 86415

【例 5】 计算 $9 \div (9 \div 8) \div (8 \div 7) \div (7 \div 6) \div (6 \div 5) \div$
 $(5 \div 4) \div (4 \div 3)$

分析 去掉括号再计算.

解 原式 = $9 \div 9 \times 8 \div 8 \times 7 \div 7 \times 6 \div 6 \times 5 \div 5 \times 4 \div 4 \times 3$
 $= 3$

说明 括号前面是除号时,去掉括号后,括号里面的乘法要变为除法,除法要变为乘法.

【例 6】 11111×11111

分析 注意 $1 \times 1 = 1$, $11 \times 11 = 121$, $111 \times 111 = 12321$.

解 $11111 \times 11111 = 123454321$

说明 当 1 的个数 n 不大于 9 时, $\underbrace{11 \cdots 1}_{n \uparrow 1} \times \underbrace{11 \cdots 1}_{n \uparrow 1} = 123 \cdots n \cdots 321$, 当 1 的个数多于 9 个时,请同学们去找一找规律.

小结 应当善于发现各题的特点,进行简便运算.

练习二

1. 计算 $999999999 \times 999999999 + 1999999999$
2. 计算 $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + 97 - 98 + 99 + 100$
(上海市小学生数学竞赛五年级组试题)
3. 计算 $76000 \div \underbrace{100\dots0}_{100\uparrow0} \times \underbrace{200\dots0}_{98\uparrow0}$
4. 计算 $[1 - 1 \times (0 + 1) + 1 \div 1] \div (1000 - 999 + 1)$
5. 计算 $3 + 33 + 333 + \dots + \underbrace{33\dots3}_{9\uparrow3}$
6. 计算 $1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + 9 + 10 - \dots + 1990$
(福建省首届小学生小火炬杯数学邀请赛决赛试题)
7. 计算 $1 + 2 - 3 + 4 + 5 - 6 + 7 + 8 - 9 + \dots + 97 + 98 - 99$
8. 计算 $99 + 198 + 297 + 396 + 495 + 594 + 693 + 792 + 891 + 990$
(《小学生数学报》第三届数学竞赛初赛试题)
9. 计算 (1) 11111111×11111111
(2) $1111111111 \times 1111111111$
10. 计算 $1 \div (2 \div 3) \div (3 \div 4) \div (4 \div 5) \div (5 \div 6) \div (6 \div 7) \div (7 \div 8)$
(河北省第三届小学数学竞赛初赛试题)
11. 计算 $\underbrace{66\dots6}_{1997\uparrow6} \times \underbrace{66\dots67}_{1997\uparrow6}$
(1997年武汉市小学数学迎华杯赛试题)
12. 计算 22222×22222
(1997年我爱数学夏令营计算竞赛试题)
13. 计算 $\underbrace{0.1 \div 0.1 \div 0.1 \div \dots \div 0.1}_{10\uparrow0.1}$
14. 计算 $123456789 \times 987654321 - 123456788 \times 987654322$