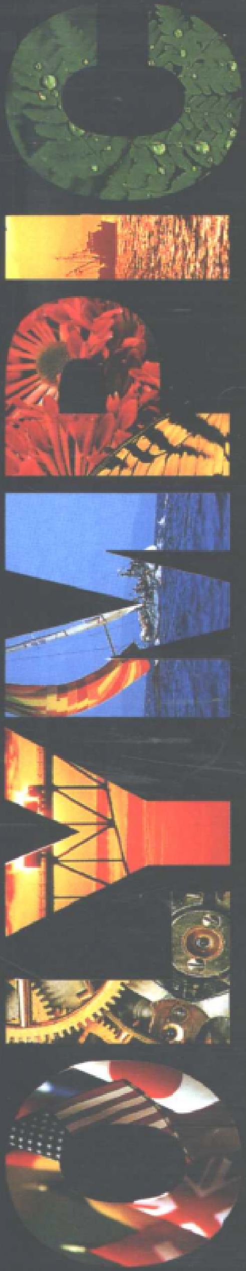
小学五年级 数学

通用各科
奥林匹克教材

数学奥林匹克工作室 编

首都师范大学出版社



tongyong geke
aolinpike
jiaocai

奥林匹克

◆《通用各科奥林匹克教材》

小学数学系列　共4册　供三、四、五、六年级使用

◆《通用各科奥林匹克ABC卷及解析》

小学数学系列　共4册　与教材配套使用

◆《数学奥林匹克教材》（普及本修订版）

小学系列　共4册　供三、四、五、六年级使用

◆《小学数学奥林匹克常规训练试题库》（修订版）

共3册　供三及四、五、六年级使用

◆《小学数学奥林匹克赛前强化训练试题库》（修订版）

全一册

◆《通用小学数学奥林匹克模拟试卷》

全一册

OLYMPIC

总体策划／董凤举　责任编辑／董凤举　封面设计／郑　珐

ISBN 7-81039-878-4/G·726

ISBN 7-81039-878-4

9 787810 398787 >

定价：9.00　元

OLYMPIC

通用各科
奥林匹克教材

数学奥林匹克工作室 编

小学五年级数学

奥林
匹克

首都师范大学出版社

图书在版编目（CIP）数据

通用数学奥林匹克小学教材：五年级/数学奥林匹克工作室编.—北京：首都师范大学出版社，1997.9（2000 修订）
（GMOS 丛书/吴建平主编）
ISBN 7-81039-878-4

Ⅰ.通…　Ⅱ.数…　Ⅲ.数学课-小学-教材　Ⅳ.G624.501

中国版本图书馆 CIP 数据核字（97）第 19120 号

首都师范大学出版社
（北京西三环北路 105 号　邮政编码 100037）
北京嘉实印刷有限公司印刷　全国新华书店经销
2000 年 1 月第 2 版　2002 年 7 月第 8 次印刷
开本 850×1168　1/32　印张 7.375
字数 160 千　印数 96,001~117,000 册
定价:9.00 元

编辑委员会

主　　编　吴建平　郜舒竹

编　　委　（以姓氏笔划为序）

于金海　方运加　王进明　李念伟

吴建平　郜舒竹　晋泉增　董凤举

本册主编　王进明

本册作者　王进明　刘　莹

写在前面

应首都师范大学出版社之约，我们组织编写了这套《通用数学奥林匹克小学教材》。从确定选题之日起，郜舒竹同志和我就在考虑如何写这个“写在前面”。由于受命带队来阿根廷参加第38届国际数学奥林匹克（IMO），从今年三月份开始就忙于我国队员的选拔与培训事宜，故迟迟未能动笔。

学生的考试是在7月24日和25日两天进行的，29日上午经领队大会投票决定，金牌线划在35分，这样我代表队六名选手全部获得金牌（三个38分，两个37分，一个35分），并以223分的总成绩列各队之首。这已是中国队在IMO参赛史上第三次取得“6块金牌、总分第一”的好成绩了。能亲身参与其中，看到同学们取得如此好的成绩，自然很兴奋，恐怕此时来写这段文字应该是很特别的事情。

记得几天前阿根廷《号角》报的记者在采访中国队时，向我提了这样一个问题：中国队这些年来取得了这么好的成绩，你们有什么秘密武器？这是个老问题了，今年是我们第13次参加IMO，共计六次取得总分第一名，共获得金牌48块，银牌19块，铜牌5块。这样的成绩不光新闻界有兴趣，各国数学界也很关心。我反问记者，阿根廷的足球水平很高，你们有什么秘密？她回答得很简单，在阿根廷踢足球的人太多了，我说这也正是我对你的问题的回答，在中国参与数学奥林匹克的孩子太多了。这是中国队在IMO中取得优异成绩的群众基础，正像金字塔一样，长宽高的比是固定的，底面积越大，高度就越高。国内在组织数学竞赛活动时所坚持的就是这个原则，即“普及与提高相结合，在普及的基础上提高”。

近年来对数学奥林匹克在数学教育实践中的地位、作用，各

方人士讨论得很多。

首先，数学奥林匹克不是每个学生都要参加的活动，而是“学有余力，学有兴趣”的学生们参加的活动。“学有余力”是强调首先要学好课内知识，在此基础上来学习课外知识；“学有兴趣”是指对数学有兴趣，正像有那么多“学有余力”的学生在画画、弹琴和唱歌一样。只要这两方面结合得好，关键是学生有了兴趣，他们自然就不会感到有负担。

其次，在开展数学奥林匹克活动中，要坚持“不超前、不超纲”和“大众化、普及型”的命题原则和组织原则。前者是强调课内课外的结合与一致，课内是基础、课外是补充；后者是强调内容不易过难，不要让参与活动的学生感到高不可攀，而要让每个参与的学生，不同层次基础的学生，均得到应有的收获和提高。

第三，选材要精炼，不可面面俱到。开展这项活动的目的是为学生们营造一个环境和氛围，提供处理问题方法上的指导，使学生在积极参与的基础上，通过典型的、探索性很强的问题的讨论，在认识上（包括学习方法和知识内容）有一个“升华”，其结果就是素质的提高。

基于以上认识所编写的这套教材共包括四册，分别供小学三、四、五、六年级的学生使用，每册分第一、二学期两部分，每学期各有12个专题讲座，一份自测试卷。在编写过程中我们注意了课内外的结合、问题的趣味性和探索性以及数学思想方法的渗透。

限于水平，书中难免有疏漏错误之处，恳请各位读者批评指正。

吴建平

1997年7月29日午夜

于阿根廷的马德普拉塔

目　录

第 一 学 期

一、三角形的分割

立新小学有块植物园地，生物小组的同学们在上面种植花草．一次他们想把这块三角形的园地分成面积相等的两部分，以便种植两种不同的花籽进行试验．怎么分呢？他们请数学小组的同学们帮忙，呵，数学小组的同学们马上就给他们提出了下面的 3 种方案，见图 1，其中 D、E、F 分别是 AB、BC、AC 边的中点．同学们，你们明白这样分的道理吗？下面我们就一起来研究一下这个问题．

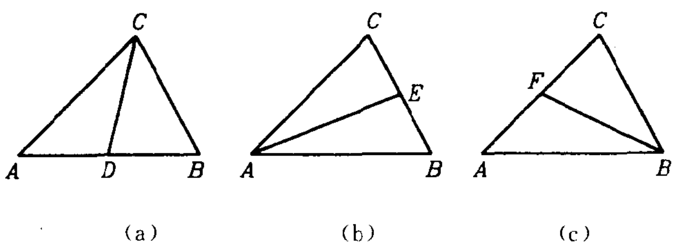


图 1

在图 1(a)中，线段 CD 把三角形 ABC 分成了两个部分，即三角形 ADC 和三角形 BCD．因为 D 是 AB 的中点，所以 $AD=DB$．过 C 点作 CM 垂直 AB（如图 2），则 CM 是三角形 ADC 的高，也是三角形 DBC 的高．根据三角形的面积公式，有：

三角形 ADC 的面积

$=AD\times CM\div 2$

三角形 DBC 的面积

$=DB\times CM\div 2$

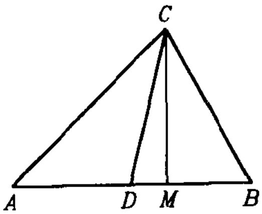


图 2

因为 $AD=DB$，所以有：

$$\text{三角形 } ADC \text{ 的面积} = \text{三角形 } DBC \text{ 的面积}$$

也就是说，线段 CD 把三角形 ABC 分成了面积相等的两部分.

同样的道理，在图 1(b)、(c)中，线段 AE 和线段 BF 也把三角形 ABC 分别分成了面积相等的两个部分.

上面的分法实际上是依据了这样一条结论：**等底等高的三角形面积相等**. 这是一个非常重要的结论，在解决多边形面积的许多问题中都要用到它.

例 1 将任一三角形分成面积相等的六个三角形，应怎么分？

分析与解 根据等底等高的三角形面积相等这一结论，只要把原三角形分成六个等底等高的小三角形，它们的面积就必然相等. 而要找这六个等底等高的小三角形，只需把三角形的某一边六等分，再将各分点与这边相对的顶点连结起来即可.

根据上面的分析，便可得到如图 3 所示的一种分法.

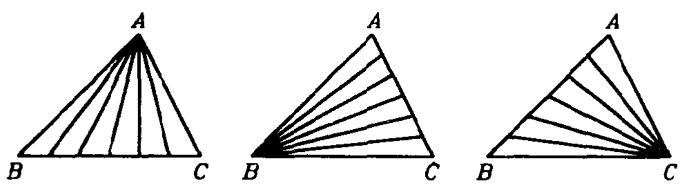


图 3

又因为 $6=1\times6=3\times2=2\times3$，所以，如果我们把每一个小三角形的面积看成 1，那么 1×6 就可以看成是把三角形的面积直接等分成六份，即分成六个面积为 1 的小三角形，如解法 1. 而 3×2 可以看成是先把原三角形等分成两份，再把每一份分别等分成三份. 同理，2×3 可以看成是先把原三角形等分成三份，然后再把

每一份等分成两份. 根据前面的分法,在每次等分时,都要设法找等底等高的三角形.

根据上面的分析,又可以得如图 4 和图 5 所示的另一种分法.

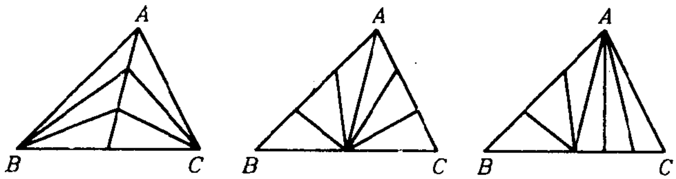


图 4

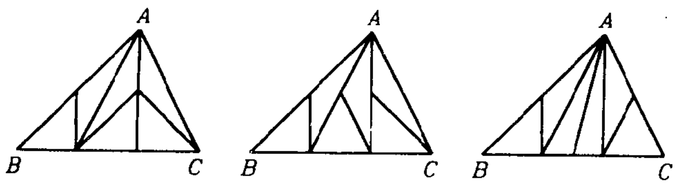


图 5

图 4 是把原三角形先二等分,再把每一份分别三等分. 图 5 是把原三角形先三等分,再把每一份分别二等分. 类似于这样的分法,我们还可以画出许多,这里就不一一列举了.

另外,因为 $6=1+5=2+4=3+3$,所以可以先把原三角形的面积分出一个 $1/6$,再把余下的 $5/6$ 等分成 5 份;或先把原三角形的面积分出两个 $1/6$,再把余下的 $4/6$ 等分成 4 份;或先把原三角形的面积分出三个 $1/6$,再把余下的 $3/6$ 等分成 3 份.

根据上面的分析,又可以得到如图 6 所示的又一种分法.

例 1 介绍的几种六等分三角形的方法,有一个共同的特点,就是想办法找等底等高的三角形,而找这种三角形的办法,又都是几等分某一条线段得到的. 掌握了这一特点,几等分三角形的问题就不难解决了. 当然,几等分三角形的面积,除了上面介绍的几种

方法以外，还有其它方法，这里就不一一介绍了.

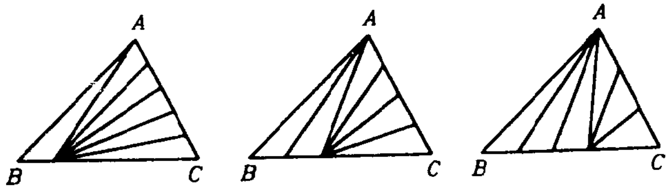


图 6

现在我们已经知道了，等底等高的三角形面积一定相等. 同学们进一步想一想，如果两个三角形的底相等，高不相等，它们的面积有什么关系呢？例如，两个底边长度都为 10 的三角形甲和乙，三角形甲的高为 9，三角形乙的高为 27，根据三角形面积公式，可知：三角形乙的面积是三角形甲的面积的 3 倍，也就是说三角形甲和乙的面积之比为 1∶3. 又如，两个底边长度都为 10 的三角形甲和乙，三角形甲的高为 8，三角形乙的高为 18，则三角形甲和乙的面积之比为 4∶9. 类似地，我们还可以举出许多例子. 由此可以看出，如果两个三角形底的长度相等，高的长度不相等，那么它们的面积之比正好等于这两个三角形高的长度比.

同样的道理，我们还可以推出，如果两个三角形高的长度相等，底的长度不相等，那么这两个三角形的面积之比正好等于它们的底的长度比. 因此我们有下面的结论：

如果甲、乙两个三角形的底（高）的长度相等，那么甲、乙两个三角形的面积之比等于它们的高（底）的长度之比.

例 2 把三角形 ABC 分成甲、乙、丙三部分，使甲的面积是乙的面积的 3 倍，丙的面积是乙的面积的 4 倍.

分析与解 要想使三角形甲的面积是三角形乙的面积的 3 倍，可以使这两个三角形的高相同，而三角形甲的底是三角形乙的底的 3 倍. 同样使三角形丙的高和三角形乙的高相同，而三角形丙的底是三角形乙的底的 4 倍，这样一来，我们将三角形 ABC 的

一条边 8 等分，使乙占其中的一份，甲占其中的 3 份，丙占其中的 4 份，即可达到目的.

具体分法见图 7.

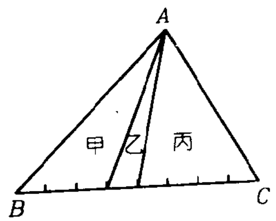


图 7

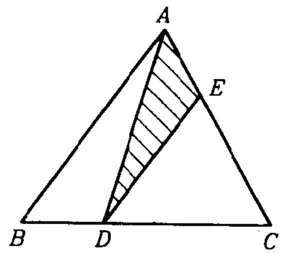


图 8

例 3　在图 8 的三角形 ABC 中，$DC=2BD$，$CE=3AE$，阴影部分的面积是 20 平方厘米，求三角形 ABC 的面积.

分析与解　根据已知条件 $DC=2BD$ 可以看出，先将三角形 ABC 分成三角形 ABD 和三角形 ADC 两部分，这两个三角形有相同的高，而底不相等. 又根据 $CE=3AE$，再将三角形 ADC 分成三角形 ADE 和三角形 DCE 两部分，这两个三角形也有相同的高，而底不相等. 根据如果两个三角形的高相等，那么这两个三角形的面积比等于它们底的比的结论，即可求出三角形 ABC 的面积.

另外在三角形 ADE 和三角形 DCE 中，因为 $CE=3AE$，所以三角形 DCE 的底是三角形 ADE 的底的 3 倍. 又因为这两个三角形的高相同，所以三角形 DCE 的面积是三角形 ADE 的面积的 3 倍，即

三角形 DCE 面积 $=$ 三角形 ADE 面积 $\times 3$

$=20\times 3=60$（平方厘米）

同理，在三角形 ABD 和三角形 ADC 中，因为 $DC=2BD$，且这两个三角形有相同的高，所以三角形 ADB 的面积是三角形 ADC 的面积的 $\frac{1}{2}$，即

三角形 ADB 面积 $=$ 三角形 ADC 面积 $\times\frac{1}{2}$

$=$（三角形 ADE 面积 $+$ 三角形 DCE 面积）$\times\frac{1}{2}$

$=(20+60)\times\frac{1}{2}$

$=80\times\frac{1}{2}=40$（平方厘米）

所以　　三角形 ABC 面积

$=$ 三角形 ABD 面积 $+$ 三角形 ADC 面积

$=40+80=120$（平方厘米）

练　习　一

1. 将任意一个三角形的面积四等分、五等分，你能找到三种以上的方法吗？

2. 见图 9，在三角形 ABC 中 CD 是 AC 的 $\frac{2}{7}$，E 是 BC 的中点，你能在原图形的基础上将三角形 ABC 的面积七等分吗？

3. 见图 10，在三角形 ABC 中，如果 D、E、F 分别为边 BC、AB、AC 的中点，那么线段 AD、DE、DF 将三角形 ABC 分成面积相等的四个小三角形，你能说明理由吗？

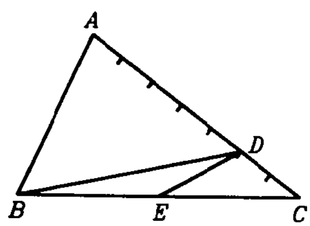


图 9

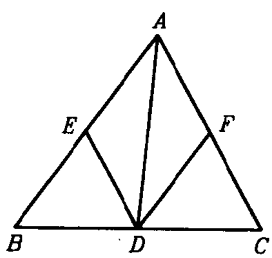


图 10

4. 见图 11，$ABCD$ 是平行四边形，E 是 BC 的中点，平行四边

形 $ABCD$ 的面积比三角形 ABE 的面积多多少倍？

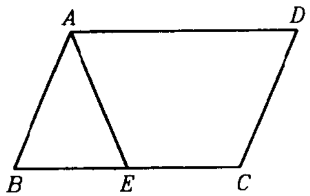


图 11

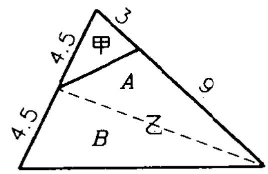
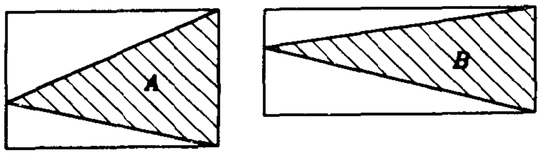


图 12

5. 如图 12，把大三角形分成了甲、乙两部分，乙由 A、B 两部分组成，求甲与乙两部分面积的比值.

二、图形中的部分与整体

同学们，你们先观察一下图 1. 这是两个面积相等的长方形，你能看出图中阴影部分的面积 A 与 B 的大小关系吗？



(a)　　　　　　(b)

图 1

根据三角形的面积公式，图 1(a)中的阴影部分面积：

$$A = 底\times 高 \div 2$$
$$= 长方形的宽\times 长方形的长 \div 2$$
$$= 长方形面积的一半$$

同理，图 1(b)中的阴影部分面积 B 也为长方形面积的一半.

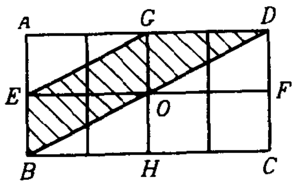


图 2

因为这两个长方形的面积是相等的，所以阴影部分的面积 A 与 B 也是相等的.

这里，我们是通过观察整体之间的面积关系而得到局部面积之间的关系，所利用的就是长方形这个**整体**与三角形这个**部分**之间的关系. 类似于这样的问题，在计算几何图形的面积时经常遇到.

例 1　计算图 2 中阴影部分的面积占长方形总面积的几分之几？

分析与解　图中 $ABCD$ 是一个矩形，阴影部分是一个梯形，很明显，只要根据图形中反映出来的数量关系，分别求出它们的面