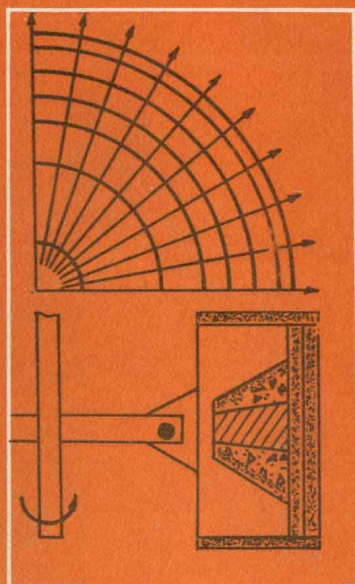


И. С. Федоров, В. Г. Мельник,
А. И. Тейтельбаум, В. А. Саввина

ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА ЦЕНТРОБЕЖНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В СТРОИТЕЛЬСТВЕ



МОСКВА
СТРОЙИЗДАТ
1984

И.С.Федоров, д-р техн.наук, проф.;
В.Г.Мельник, канд.техн.наук;
А.И.Тейтельбаум, канд.техн.наук;
В.А.Саввина, канд.техн.наук

ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА ЦЕНТРОБЕЖНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В СТРОИТЕЛЬСТВЕ



**МОСКВА
СТРОЙИЗДАТ
1984**

Теория и практика центробежного моделирования в строительстве/И.С.Федоров, В.Г.Мельник, А.И.Тейтельбаум, В.А.Саввина — М.: Стройиздат, 1984. — 248 с., ил.

Изложены основы теории центробежного моделирования и дано обобщение обширного материала, накопленного в СССР и за рубежом, по изучению на моделях различных процессов в грунтах и сооружениях. Рассмотрены многочисленные примеры практического применения метода центробежного моделирования: при исследованиях устойчивости земляных сооружений, деформаций и трещинообразования в плотинах из грунтовых материалов, прочности и устойчивости сооружений при сейсмических воздействиях и др. Даны рекомендации, которые могут быть использованы при проектировании и строительстве.

Для научных и инженерно-технических работников научно-исследовательских, проектных и строительных организаций.

Табл.14, ил.130, список лит. 63 назим.

Печатается по решению секции литературы по инженерному оборудованию редакционного совета Стройиздата.

Рецензент — д-р техн.наук, проф. Т.Г.Яковлева (МИИТ).

Предисловие

В Основных направлениях экономического и социального развития СССР на 1981—1985 годы и на период до 1990 года, принятых XXVI съездом КПСС, а также на июньском (1983 г.) Пленуме ЦК КПСС подчеркнута важность интенсификации производства, быстрого внедрения достижений науки и техники, рационального использования производственного потенциала страны.

Выполнение грандиозных объемов строительства требует от советских инженеров поисков новых творческих решений, разработки наиболее прогрессивных и экономичных конструкций сооружений.

Моделирование, в том числе центробежное, обладающее широкими возможностями, позволяет выбрать наиболее рациональную конструкцию, дать обоснование надежности проектируемых сооружений, снизить стоимость проектных и научно-исследовательских работ, повысить экономическую эффективность объектов.

Обоснование прочности, надежности и долговечности строительных конструкций — первостепенная задача строительного проектирования.

Для расчетов сооружений, иными словами математического моделирования различных явлений, требуются достаточно подробные сведения о поведении всех материалов, из которых состоит конструкция, при действии соответствующих сил. Обычно расчетные характеристики материалов устанавливаются на основе их лабораторных исследований. В связи с бурным развитием вычислительной техники расчетные методы получили широкое распространение в практике.

Однако было бы принципиально неправильным полагать, что только такое математическое моделирование может служить основой расчетов в строительном проектировании. Во многих случаях весьма затруднительно изучить детально все необходимые свойства материалов и достаточно правильно составить соответствующие алгоритмы расчета. Эти трудности усугубляются значительной сложностью происходящих физических процессов, которые обусловлены изменчивостью прочностных и деформативных свойств материалов во времени и пространстве.

Многие из применяющихся методов можно считать лишь приближенными, поскольку они основаны на предпосылках механики сплошной среды и не отражают истинной природы явлений, имеющих место в дисперсных средах, в частности в грунтах, горных породах, и т.п. Более эффективным следует считать метод физического моделирования. В этом случае конструкция (с той или иной степенью точности и детальности) воспроизводится в виде реальной модели из тех же материалов, которые имеются в натуре. В соответствии с законами подобия эту модель нагружают системой сил, после чего регистрируют напряжения, деформации и разрушения, которые возникают на модели и соответствуют ожидаемым в натуре.

Необходимо отметить, что физическое моделирование различных процессов является общим методом перехода от лабораторного эксперимента к действительности и одним из основных средств в руках исследователя, позволяющим распространять результаты одного опыта на большое число случаев, выходящих за рамки данного эксперимента.

Центробежное моделирование — один из наиболее прогрессивных экспериментальных методов. Применение его особенно эффективно в наиболее сложных случаях, не поддающихся даже приближенному математическому моделированию, а также для проверки результатов расчета и проектирования.

Из простых физических закономерностей вытекает, что в модели, которая меньше натурного объема, обусловленные силой тяжести, во столько раз меньше, чем в натуре, во сколько линейные размеры модели меньше натуральных. Это приводит к существенному снижению нагрузки и искажению поведения модели в сравнении с натурой. Наиболее простым и радикальным средством недопущения этого искажения является замена на модели действия сил тяжести центробежными силами, возникающими при вращении. В этом и состоит физическая основа центробежного моделирования.

Метод центробежного моделирования — практически единственный, при котором обеспечивается полное сохранение физической природы изучаемых явлений и процессов и автоматически одновременно осуществляется подобие в пространстве и во времени. В связи с этим отпадает необходимость изучения отдельных свойств материалов, их изменения во времени и проявляется неосценимое преимущество этого метода перед другими — сложнейшие связи между параметрами изучаемого процесса, не поддающиеся формализации, при моделировании действуют автоматически. Кроме того, еще одно важное преимущество центробежного моделирования состоит в том, что нет необходимости знать уравнение исследуемого процесса.

Метод позволяет изучать явления без предварительного знания таких уравнений, поэтому во многих случаях такие эксперименты опережают и предваряют теоретические знания.

Идея центробежного моделирования для инженерных целей впервые была предложена в СССР в 1932 г. Г.И.Покровским [15] и Н.Н.Давиденковым [6] и в США П.Б.Бакки независимо друг от друга. Дальнейшее теоретическое и практическое развитие этот метод получил в трудах советских ученых, и в первую очередь Г.И.Покровского [15–18] и И.С.Федорова [32–35].

Широкие возможности метода были использованы в различных областях науки и техники. Особенно следует выделить исследования прочности и устойчивости грунтовых сооружений и оснований, откосов и склонов, напряжений в грунтах и давления их на подпорные стенки и трубы, изучение явлений в горных породах, дорожных сооружениях и земляном полотне, железных дорог, исследования динамических и сейсмических процессов и др. Большая часть указанных исследований выполнена во Всесоюзном научно-исследовательском институте ВОДГЕО, в НИИ оснований и подземных сооружений им. Н.М.Герсеванова, НИС Гидропроекта им. С.Я.Жука, ЦНИИ транспортного строительства, ЦНИИС, МИИТ, ДИИТ, МИСИ, УкрНИИпроекте, АзНИИСМС, НИГРИ.

Для решения различных инженерных задач этот метод использовали многие советские ученые: Г.А.Алиев, С.М.Бельфер, В.Г.Булычев, В.И.Вуцель, М.Н.Гольдштейн, Н.Н.Давиденков, Д.И.Иванов, А.Я.Иоффе, Р.П.Каплунов, В.В.Кречмер, В.П.Запольский, В.А.Козлов, В.П.Киравосов, Л.С.Липидус, Ю.Н.Малюцкий, А.Я.Медведев, В.Г.Мельник, С.И.Мизин, Н.А.Наседкин, А.А.Ничипорович, И.М.Панин, Л.А.Попов, Д.Е.Польшин, Н.И.Пригорский, И.Д.Ривкин, Н.Я.Рудницкий, В.А.Саввина, А.И.Тейтельбаум, А.Д.Туровская, Н.А.Филиппов, Г.Л.Хесин, Н.Я.Хрусталева, П.Г.Чижиков, К.Ш.Шадуни, В.И.Швей, В.И.Щербина, Т.Г.Яковлева, В.А.Ярошенко и другие.

В последние годы (с 1960 г.), несмотря на интенсивное развитие вычислительных методов и техники, метод центробежного моделирования завоевал признание и стал практически применяться для исследований прочности и устойчивости различных сооружений и в ряде зарубежных стран: США, Англии, Франции, Японии, Дании, Швеции и др. Используя опыт советских инженеров и ученых, в этих странах созданы достаточно мощные установки, позволяющие решать широкий круг инженерных задач. Следует прежде всего отметить работы английских ученых П.И.Авгериноса, Р.Х.Бассета, М.Д.Болтона, Р.Ж.Джеймса, Р.И.Инглиша, Р.Е.Коксона, В.Х.Крейга, А.Марсланда, Д.С.Проктора, Л.В.Рова, А.Н.Скофилда, С.С.Хирда, Е.Хоека; японских исследователей М.Микаса, А.Мошицуки, М.Сумино, Н.Такада, К.Ямада, а также французских специалистов Р.Баро, Ж.Гери, Д.Куяроля, М.П.Луонга, Ж.Пилота, Б.Пинсента, П.Тиранта, П.Хабига. Кроме того, можно упомянуть работы, выполненные С.Ченом, И.Кимом, а также А. Андаряном и др. в Калифорнийском университете (США), исследования с применением центробежного моделирования проводились Х.Ромбергом в Швеции и Ларсеном в Дании.

На УШ Международном конгрессе по механике грунтов в Москве в 1973 г. был проведен специальный симпозиум по центробежному моделированию, где были заслушаны доклады ученых СССР, Англии, Японии, Дании и была подчеркнута перспективность метода. В 1975 г. в Манчестере и Кембридже прошла Международная конференция по центробежному моделированию. В период с 1968 г., когда вышла монография Г.И.Покровского и И.С.Федорова [17], значение центробежного моделирования в строительстве существенно возросло и накоплен новый обширный материал, связанный непосредственно с решением актуальных практических задач.

Авторы надеются, что выход в свет данной книги будет способствовать развитию и практическому применению метода центробежного моделирования, обеспечивающего обоснование новых экономических конструкций сооружений и технологических схем их возведения.

Предисловие, пп.1.1, 1.2, гл.2, пп.3.4, 6.1–6.3, 6.5, 7.1, 7.4 написаны И.С.Федоровым; пп.1.6, 6.6 и гл.5 – В.Г.Мельником; пп.3.2, 7.5–7.8 и гл.8 – А.И.Тейтельбаумом; пп.3.5, 3.6, 7.2 – В.А.Саввиной; пп.1.3–1.5, 3.1, 3.3, 6.4, 7.3 – И.С.Федоровым совместно с А.И.Тейтельбаумом; гл.4 – А.И.Тейтельбаумом совместно с В.А.Саввиной.

Авторы глубоко благодарны *д-ру техн.наук Т.Г.Яковлевой* за ценные замечания, сделанные при рецензировании рукописи.

Авторы признательны сотрудникам ВНИИ ВОДГЕО *Ф.Ш.Бочлину* и *Е.Е.Тарабрыной* за помощь в проведении экспериментов и в подготовке рукописи к печати.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ЦЕНТРОБЕЖНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

1.1. КРИТЕРИИ ПОДОБИЯ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ

При моделировании процессов в сложных системах, таких, как строительные конструкции и сооружения, следует учитывать, что эти процессы подчиняются законам, которые невозможно в общем виде свести к теории линейно-деформируемого тела, теории пластичности, теории равновесия сыпучей среды и т.п. В этих условиях наиболее общий подход к решению конкретных задач моделирования может быть построен только исходя из физических принципов, которые охватывают любые явления в реальных средах. Такими принципами, как известно, являются первое и второе начало термодинамики, т.е. закон сохранения энергии и закон движения энергии с общим возрастанием энтропии. При этом любая система, последовательно проходя через многочисленные промежуточные состояния, в конечном итоге переходит в такое состояние, которое соответствует максимуму энтропии и соответственно минимуму свободной энергии.

Чтобы найти условия, при выполнении которых две физические системы станут подобными, необходимо воспользоваться представлением о фазовом пространстве. В таком пространстве каждая точка отражает все термодинамические свойства соответствующего элемента массы рассматриваемой системы. Плотность точек в фазовом пространстве изменяется с течением времени, и по изменению плотности можно судить об изменениях системы.

Исходя из фазовой плотности при нестационарном движении фазовых частиц, для соблюдения подобия двух систем необходимо, чтобы относительные плотности фазовых точек фазовых пространств этих систем имели одно и то же числовое значение.

При подобных отрезках времени Н.А.Наседкиным на основании изложенных предпосылок выведено выражение обобщенного термодинамического критерия подобия:

$$\frac{T \frac{dS}{dt} - \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\rho} \right)}{\frac{dF}{dt}} = idem, \quad (1.1)$$

где T — абсолютная температура; S — энтропия; U — внутренняя энергия; V — удельный объем; t — время; F — свободная энергия; ρ — плотность.

Во многих случаях при изменениях систем их плотность остается с достаточной точностью постоянной во времени, и выражение (1.1) приобретает вид:

$$\frac{T \frac{dS}{dt}}{\frac{dF}{dt}} = idem \quad (1.2), \text{ или } T \frac{dS}{dF} = idem. \quad (1.3)$$

Частным случаем полученного критерия следует считать все критерии, являющиеся отношением двух характерных форм энергии. Если, напри-

мер, такими формами считать потенциальную энергию силы тяжести единицы объема $g\ell\rho$ (ℓ — характерный линейный размер; g — ускорение свободного падения; ρ — плотность) и соответствующую кинетическую энергию ρW^2 (W — скорость), то можно написать:

$$\frac{\rho W^2}{g\ell\rho} = idem \quad (1.4), \text{ или } \frac{g\ell}{W^2} = idem. \quad (1.5)$$

Это есть ни что иное, как общеизвестный критерий Фруда.

Если принять, что дополнительным условием подобия является равенство плотностей энергий (энергии в единице объема) в натуре и на модели, то при переходе от природы к модели необходимо, чтобы величина W^2 оставалась постоянной, т.е.

$$W^2 = const. \quad (1.6)$$

Из (1.5) и (1.6) следует $g\ell = const.$ (1.7)

Отмечая индексом "н" величины, относящиеся к натуре, и индексом "м" величины, относящиеся к модели, на основе (1.7) получим:

$$\frac{g_n}{g_m} = \frac{\ell_n}{\ell_m} = n. \quad (1.8)$$

Здесь n является масштабом моделирования. Чтобы увеличить ускорение на модели в n раз в соответствии с условием (1.8), можно применить центробежную машину. Таким образом, выполнение критерия Фруда при постоянстве плотности среды и плотности энергии может быть обеспечено с помощью центробежного моделирования.

Для сред типа грунтов Н.А.Наседкиным предложен следующий суммарный критерий подобия:

$$\frac{\frac{\rho}{\rho W^2}}{1 + \frac{g\ell}{W^2} + \frac{\rho \alpha \rho}{E \alpha (\rho W^2)}} = idem, \quad (1.9)$$

где ρ — давление (напряжение); E — модуль деформации.

Из выражения (1.9) суммарного критерия подобия Н.А.Наседкиным получены критерии, которые должны быть выполнены одновременно с условием геометрического подобия природы и модели:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\rho_n}{\rho_n W_n^2} &= \frac{\rho_m}{\rho_m W_m^2}; \\ \frac{g_n \ell_n}{W_n^2} &= \frac{g_m \ell_m}{W_m^2}; \\ \frac{\rho_n \alpha \rho_n}{E_n \alpha (\rho_n W_n^2)} &= \frac{\rho_m \alpha \rho_m}{E_m \alpha (\rho_m W_m^2)} \end{aligned} \right\} \quad (1.10)$$

Одновременное выполнение указанных условий представляет значительные трудности.

Первый и третий критерии могут быть соблюдены при применении так называемых эквивалентных материалов. При этом модуль деформации материала модели выбирается на основе следующих условий. Давление

(напряжение), обусловленное собственным весом моделируемой системы, как известно, равно:

$$\rho_H = \ell_H \rho_H g_H. \quad (1.11)$$

Для модели можно написать:

$$\rho_M = \ell_M \rho_M g_M. \quad (1.12)$$

Если на модели $g_M = g_H$, должно быть равенство

$$\frac{\rho_H}{\rho_M} = \frac{\ell_M}{\ell_H} = n. \quad (1.13)$$

Чтобы соблюсти третий критерий (1.10), необходимо иметь:

$$E_M = E_H \frac{\ell_M}{\ell_H} = \frac{E_H}{n}, \quad (1.14)$$

что и положено в основу метода эквивалентного материала. Метод моделирования с применением эквивалентных материалов нашел широкое распространение в горном деле [18, 31].

При моделировании методом эквивалентных материалов необходимо подбирать не только соответствующий модуль деформаций, но также и пределы, в которых соблюдаются те или иные его значения. Следовательно, должны быть учтены такие величины, как предел пластичности, временное сопротивление на сдвиг, разрыв и раздавливание, реологические свойства и др. При моделировании строительных конструкций и объектов, состоящих из различных материалов, в том числе из грунтов, создание эквивалентных материалов затруднительно.

Если же применить центрифугу и сохранить при моделируемых процессах ту же скорость W на модели, как и в натуре, то можно выполнить всю систему частных критериев подобия (1.10). Выражение (1.10) включает в себя критерии двух групп: механические и тепловые критерии подобия.

К тепловым критериям относится $\rho/\rho W^2$, к механическим — критерий $\frac{g\ell}{W^2}$, аналогичный критерию Фруда, и критерий $\frac{\rho^2 E}{\rho^2 E \rho W^2}$, аналогичный критерию Эйлера.

Рассмотрим, как следует организовать опыт, чтобы можно было соблюсти соответствие между моделью и натурой.

Если на модели создается деформация, оцениваемая критерием Фруда, то добиться подобия без изменения свойств материала невозможно. Следует изменить плотность грунта во столько раз, во сколько раз уменьшена модель, т.е. в n раз.

Из 1-го условия подобия вытекает, что при $\rho = \rho_1 n$ и $\ell = \ell_1 n$

$$\frac{\rho}{\rho^2} = \frac{\rho_1}{\rho_1^2}; \quad \frac{n^2}{n W^2} = \frac{1}{W_1^2},$$

или

$$W_1 = \frac{W}{\sqrt{n}}$$

Из 2-го условия подобия, соблюдая принятые условия, при $\ell = \ell_1 n$; $g = g_1$:

$$\frac{n}{W^2} = \frac{1}{W_1^2}; \quad W_1 = \frac{W}{\sqrt{n}}.$$

Из 3-го условия подобия при $\rho = \rho_1 \kappa$; $P = P_1$; $E = E_1$; $\ell = \ell_1 \kappa$;

$$\frac{P}{\ell^2} = \frac{P_1}{\ell_1^2}; \quad \rho = \kappa^2 \rho_1$$

то же вытекает

$$W_1 = \frac{W}{\sqrt{\kappa}}.$$

При этом автоматически соблюдается условие: во сколько раз уменьшены линейные размеры модели, во столько раз увеличены объемные силы материала модели. Если модель изготовлена из того же материала, что и натурное сооружение, то вследствие увеличения объемных сил от веса материала в поле действия центробежных сил в идентичных точках модели и натурального сооружения напряжения равны. В этом заключается основная идея центробежного моделирования протекаемых процессов в дисперсных системах.

1.2. ПРИНЦИПЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ НА ЦЕНТРИФУГЕ

Если необходимо моделировать прочность системы, то в первую очередь следует определить напряжения в различных точках системы.

Ограничимся рассмотрением таких случаев, когда силы, действующие на данное сооружение, зависят от веса частей этого сооружения. Кроме того, примем во внимание пока только задачи статики, т.е. будем считать все силы неизменными во времени. При таких условиях напряжение, действующее в любой точке системы, можно изобразить в виде следующей функции:

$$\sigma = f(A_1, A_2, A_3, \dots, A_n; B_1, B_2, B_3, \dots, B_n; H_1 \gamma_1, H_2 \gamma_2, H_3 \gamma_3, \dots, H_n \gamma_n), \quad (1.15)$$

где $A_1, A_2, \dots, A_n$ — отвлеченные параметры (отношения именованных величин, в частности тригонометрические функции), характеризующие форму системы и не зависящие от ее масштаба; $B_1, B_2, \dots, B_n$ — те или иные количественные характеристики материалов составляющих систем (например, коэффициент внутреннего трения); $H_1 \gamma_1, H_2 \gamma_2, \dots, H_n \gamma_n$ — произведения каких-либо линейных размеров H , характерных для системы, на удельный вес γ соответствующего материала.

В качестве простого примера функции (1.15) можно рассмотреть случай давления грунта, состоящего из трех горизонтальных слоев толщиной H_1, H_2, H_3 с соответственным удельным весом $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$. Эти три слоя вызывают на поверхности подстилающей их породы нормальное напряжение, равное $\sigma = \sum H \gamma$. Таким образом, путем исключения величин A_1, A_2 и т.д. и B_1, B_2 и т.д. получается очень простое выражение.

При изменении линейных размеров системы, но при полном сохранении геометрического подобия и свойств всех материалов, величина σ не будет оставаться постоянной, потому что H_1, H_2 и т.д. подвергнутся изменению. Вследствие этого напряжения и вызываемая им относительная деформация будут зависеть от масштаба моделирования. Можно было бы легко показать, что при этом уменьшение масштаба всегда ведет и к уменьше-

нию ϵ , однако это не имеет особого значения в дальнейших рассуждениях более общего характера.

Из сказанного видно, что для достижения равенства напряжений при указанных выше условиях и различных абсолютных размерах систем необходимо, чтобы $H\gamma = \text{const}$, т.е. требуется, чтобы при уменьшении H соответственно увеличивался удельный вес γ материала сооружения. Этого, казалось бы, проще всего можно достичь, заменяя более легкий материал более тяжелым. Однако такой путь был бы практически бесполезным, так как меняя материал, мы изменили бы не только его удельный вес, но и другие свойства, что нарушило бы условия полного подобия. Кроме того, пределы, в которых можно было таким путем изменять γ , довольно незначительны.

Таким образом, величину γ следует увеличить как-то иначе. Можно написать следующее равенство:

$$\gamma = \rho g, \quad (1.16)$$

где ρ — масса вещества в единице объема (плотность); g — ускорение свободного падения.

Величину g можно изменить, вызывая в данной системе инерционные силы. Для этого систему нужно подвергнуть движению с некоторым ускорением i ; тогда получим вектор суммарного ускорения:

$$\alpha = g + i; \quad (1.17)$$

$$\gamma_\alpha = \rho \alpha, \quad (1.18)$$

где γ_α — объемная сила, действующая на единицу объема данного материала в суммарном силовом поле инерции и земного тяготения.

Если модель в n раз меньше изображаемого сооружения в натуре, то, согласно сказанному, равенство напряжений получится

$$\begin{aligned} \text{при} \quad H\gamma &= \frac{H}{n}\gamma_\alpha, \\ \text{или} \quad n\gamma &= \gamma_\alpha. \end{aligned} \quad (1.19)$$

Согласно формулам (1.17) — (1.19), имеем $n\rho g = \rho \alpha$. Следовательно,

$$\alpha = ng, \quad (1.20)$$

что было уже показано выше, на основе формулы (1.17) иным путем. Итак, основное правило моделирования (при рассмотренных условиях) состоит в том, чтобы на модель действовали объемные силы, которые превосходили бы силу тяжести во столько раз, во сколько модель меньше действительного сооружения.

Это легко достичь, помещая модель в центрифугу соответствующей конструкции. Кроме того, если задаться условием, чтобы равнодействующая сила тяжести и центробежной силы была постоянной (не изменяясь в течение одного оборота центрифуги), то потребуются разместить ось машины вертикально — параллельно направлению силы тяжести. Такое устройство оправдало себя на практике.

Изложенные выше теоретические основы центробежного моделирования позволяют сделать краткий обзор основных условий подобия и предложить расчетные формулы для определения масштабных коэффициентов геометрических, физических, механических величин.

При моделировании любых явлений в сооружениях при испытаниях на центрифуге линейные величины уменьшаются в n раз:

$$L_M = \frac{L_N}{n}, \quad (1.21)$$

где n — масштаб моделирования.

Площадь модели любого тела будет в n^2 раз, а объем в n^3 раз меньше, чем в натуре:

$$\left. \begin{aligned} S_M &= \frac{S_N}{n^2} \\ V_M &= \frac{V_N}{n^3} \end{aligned} \right\} \quad (1.22)$$

Напряжения в сходственных точках модели и натуре, как указывалось выше, соответствуют; $\sigma_M = \sigma_N$, перемещения $u_M = \frac{u_N}{n}$ и относительные деформации $\epsilon_M = \epsilon_N$.

1.3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ВРЕМЕНИ ПРИ ИССЛЕДОВАНИЯХ НА ЦЕНТРИФУГЕ

При исследованиях в центрифуге различных процессов весьма важным является правильное моделирование масштаба времени. Следует отметить, что для различных материалов, а также для различных физических явлений закономерности, связанные с влиянием времени на напряженно-деформированное состояние системы и ее прочность, неодинаковы.

Фильтрационная консолидация, фильтрация, вязкие деформации грунтов. При сжатии сильно увлажненного грунта вода, находящаяся в нем, должна перемещаться. Если грунт мелкозернистый с малым коэффициентом фильтрации, то потребуются десятки лет для достижения стабилизированного состояния. Совершенно очевидно, что при сохранении столь длительных сроков стабилизации и для случая лабораторного опыта моделирование утратило бы всякий смысл. Однако при наличии центробежной силы можно значительно ускорить описанные процессы.

На модели, помещенной в центрифугу, все напряжения, а следовательно, и давление на воду воспроизводятся в соответствии с действительностью. Вместе с тем все линейные размеры, а значит, и длина фильтрующих каналов на модели в n раз меньше, чем в натуре.

Если в модели используются естественные грунты с теми же начальными значениями плотности и влажности при одинаковых напряжениях в сходственных точках, то проницаемость в модели и натуре будет одинаковой. Поскольку поровое давление в сходственных точках модели и натуре имеет одну и ту же величину, а расстояния между этими точками в модели в n раз меньше, чем в натуре, то градиент порового давления в модели будет в n раз больше.

Скорость рассеивания порового давления зависит от фильтрационного пути, который в модели в n раз меньше, чем в натуре. За счет изменения градиента и пути фильтрации время протекания процесса консолидации водонасыщенного грунта в модели при центробежном испытании сокра-

щается в n^2 раз. Это можно показать на основе рассмотрения уравнения консолидации К.Терцаги [18]:

$$T_v = \frac{C_v t}{H^2}, \quad (1.23)$$

где T_v — безразмерный коэффициент, выражающий зависимость времени t процесса рассеивания порового давления от свойств грунта C_v и размера образца H .

Используя уравнение (1.23), для постоянных значений T_v и C_v в сходственных точках модели и натуре можно записать:

$$\frac{t_M}{t_H} = \frac{H_M^2}{H_H^2} \quad (1.24)$$

Учитывая, что

$$H_M = \frac{H_H}{n}, \quad (1.25)$$

$$t_M = \frac{t_H}{n^2} \quad (1.26)$$

При моделировании фильтрации на центрифуге в общем случае следует учитывать возможное изменение режима фильтрационного потока вследствие значительного изменения градиента и скорости фильтрации. Для некоторых случаев может возникнуть вопрос об учете изменения вязкости воды и коэффициента фильтрации.

Следует отметить, что масштаб времени моделирования фильтрационных процессов в грунтах при испытаниях в центрифуге соответствует n^2 [16].

В НИС Гидропроекта (В.И.Щербина) совместно с кафедрой гидротехнических сооружений ГИСИ (В.Н.Грандильевский) были выполнены опыты на центрифуге по проверке закономерности (1.26). Эксперименты проводились в специальном лотке, имеющем три отсека (рис.1.1,а). В крайние отсеки во время опыта заливали воду, уровни которой соответствовали положению верхнего и нижнего бьефов. В среднем отсеке, расположенном между металлическими перегородками, был уложен грунт, состоящий из трех слоев: верхний и нижний слои — водонепроницаемые из бентонитовой глины, средний — исследуемый фильтрующий слой.

В металлических перегородках непосредственно против фильтрующего слоя были прорезаны щели, закрытые металлической сеткой. Такая схема экспериментальной установки обеспечивала надежную защиту против контактной фильтрации и в то же время позволяла иметь строго гарантированную толщину фильтрующего слоя. Модели центрифугировались при ускорениях 75, 100, 150 и 200 g . При этом в каждой серии опытов определяли изменение уровней и расходов фильтрующей воды, а также коэффициента фильтрации в зависимости от нагрузки.

По результатам каждого опыта в серии с песчано-глинистой смесью с $k_f = 10^{-3} \div 10^{-4}$ см/с строили зависимости $\Delta H = f(t)$, которые затем наносили на один график в своем масштабе времени (рис.1.1,б) с учетом соотношения (1.26). Как видно из рис.1.1,б, все экспериментальные точки практически расположены на одной кривой, что является доста-

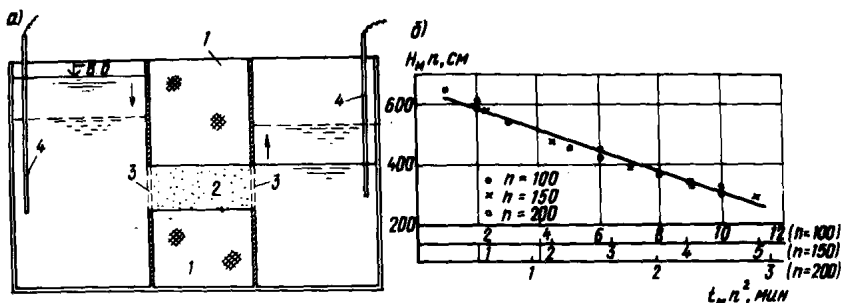


Рис. 1.1. Схема фильтрационного прибора (а) и зависимость изменения напора во времени при различных центробежных ускорениях (б)
1 — глина; 2 — фильтрующий слой; 3 — сетка; 4 — датчики уровня воды

точным доказательством справедливости выведенных теоретических предпосылок моделирования времени фильтрационных процессов.

Таким образом, все процессы, связанные с фильтрацией и вообще с вязкими деформациями, ускоряются при описанных условиях в n^2 раз [16, 17].

При указанном ускорении процесса фильтрации может, конечно, возникнуть опасность снижения прочности грунта вследствие суффозии. При этом наибольшей опасности будут подвергаться частицы грунта, находящиеся вблизи поверхности и удерживаемые только собственным весом. Гидродинамические усилия, действующие на такие частицы, на модели будут в n раз больше, чем в действительности. Однако и сила, прижимающая частицы к массиву остального грунта (сила связи), должна быть на модели в n раз больше. Таким образом, соотношение между гидродинамической силой и силой связи остается неизменным, и явление суффозии на модели должно протекать в соответствии с действительностью во всех случаях, когда силы сцепления невелики.

Если приходится иметь дело с трехфазными грунтами, т.е. содержащими помимо воды и твердых частиц еще и газообразную фазу, то в первый момент, когда происходят сжатие и выжимание воздуха, время на модели и в натуре равно. В дальнейшем, когда деформация на модели будет происходить в результате перемещения воды и твердых частиц, скорость на модели будет равна скорости у натуре, т.е. время на модели в n раз меньше времени у натуре.

Реальные связные грунты при коэффициенте водонасыщения $G \neq 1$ обладают сложными реологическими свойствами, которые в первом приближении могут быть аппроксимированы соответствующими уравнениями состояния. Естественно, процесс деформации таких грунтов в общем случае отличается от пластического (вязкого) течения, которому соответствует условие (1.26).

В частности, С.М.Бельфер [41], принимая предложенное Е.И.Медковым уравнение для определения зависимости времени консолидации t слоя грунта от его мощности h в виде

$$t = a + b h^m, \quad (1.27)$$

где a, b и m — опытные параметры, получает формулу для определения времени прохождения процесса в натуре:

$$t_n = n^m t_m - a (n^m - 1). \quad (1.28)$$

Л.С.Лapidус [9] на основании предложенного М.Н.Гольдштейном закона деформирования грунтов при действии статической нагрузки

$$\dot{\epsilon} = k G^{\beta} t^{-\alpha}, \quad (1.29)$$

где k, β, α — коэффициенты, экспериментально определяемые для каждого грунта; $\dot{\epsilon}$ — скорость деформации, предлагает следующую формулу:

$$t_n = n^{\frac{2}{1+\alpha}} t_m. \quad (1.30)$$

При рассмотрении явлений, связанных с действием вязких сил, для определения масштаба времени моделирования можно воспользоваться формулой Стокса о скорости движения сферической частицы в жидкости:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{2r^2}{9\eta} (\rho_1 - \rho) g, \quad (1.31)$$

где r — радиус частицы; η — вязкость жидкости; ρ_1 и ρ — плотность частицы и жидкости.

При центробежном моделировании соответственно будем иметь

$$\frac{1}{n} \frac{dx}{dt} = \frac{2r^2}{9\eta} (\rho_1 - \rho) g n. \quad (1.32)$$

Из сопоставления (1.31) и (1.32) получаем $t_m = t_n / n^2$, что совпадает с формулой (1.26).

Тепловые процессы и процессы вымывания солей. Особенности центробежного моделирования позволяют сочетать гидродинамические процессы с тепловыми при воспроизведении ряда сложных явлений. К таким явлениям можно отнести замерзание и оттаивание грунтов, особенно применительно к условиям искусственного замораживания грунтов.

Передача теплоты в грунтах и подобных им средах происходит в основном путем теплопроводности. Основное уравнение теплопроводности, как известно, имеет вид:

$$\frac{dQ}{dt} = S \lambda \frac{dT}{dx}, \quad (1.33)$$

где Q — количество теплоты; t — время; S — поперечное сечение теплового потока; λ — теплопроводность; T — температура; x — длина, измеряемая в направлении движения теплового потока.

Для анализа условий подобия можно перейти от бесконечно малых величин к конечным величинам. Тогда вместо формулы (1.33) получим

$$\frac{Q}{t} = S \lambda \frac{T}{x}. \quad (1.34)$$

Величину Q можно выразить так:

$$Q = V \rho c T_1, \quad (1.35)$$

где V — объем нагреваемого тела; ρ — плотность; c — удельная теплоемкость; T_1 — соответствующая температура.

При таких условиях

$$\frac{\nu \rho c T_l}{t} = s \lambda \frac{T}{x}, \quad (1.36)$$

или

$$\frac{\nu x}{s t} = \rho c \frac{T}{T_l} \lambda, \quad (1.37)$$

где $\frac{\nu x}{s} = L^2$; L — некоторый линейный отрезок.

Если на модели соблюдаются температуры, равные температурам в натуре, и применяются среды, имеющие одинаковые свойства в натуре и на модели, то можно считать инвариантной величину

$$\rho c \frac{T}{T_l} \lambda = \text{const}. \quad (1.38)$$

На основании формул (1.37) и (1.38) получим $L^2/t = \text{const}$, или

$$\frac{t_M}{t_m} = \left(\frac{L_M}{L_m} \right)^2. \quad (1.39)$$

Это значит, что масштаб времени при моделировании явлений, обусловленных теплопроводностью, равен квадрату линейного масштаба. Таким образом, мы имеем здесь условия, соответствующие условиям при ламинарном движении жидкости. Следовательно, при центробежном моделировании можно закономерно сочетать одновременные процессы фильтрации и теплопроводности в тех случаях, когда фильтрация сохраняет ламинарный характер.

Вымывание солей, содержащихся в грунте, при фильтрации воды через грунт имеет существенное значение в гидромелиорации. При моделировании вымывания солей из грунтов важны в основном два процесса: процесс фильтрации воды и процесс растворения солей и диффузии раствора в фильтрационном потоке.

Рассмотрим процесс растворения соли и диффузии раствора. Скорость растворения зависит от температуры и скорости диффузии раствора. Влияние температуры при моделировании исключается, потому что для сохранения подобия необходимо сохранить неизменными коэффициент фильтрации и ряд других свойств грунта, что возможно только при равенстве температур натуре и модели. В этом случае при моделировании вымывания солей основным является моделирование диффузии раствора в грунтовой воде.

Основной закон диффузии может быть записан в виде

$$\frac{\alpha M}{\alpha t} = D S \frac{\alpha g}{\alpha x}, \quad (1.40)$$

где M — масса растворенного вещества; t — время; D — постоянная диффузии; S — поперечное сечение потока диффузии; g — концентрация раствора; x — длина, измеряемая в направлении потока диффузии.

При анализе условий подобия можно бесконечно малые величины заменить конечными, в результате чего получим

$$\frac{M}{t} = D S \frac{g}{x} \quad (1.41)$$

Величину q можно выразить так:

$$q = \frac{M_1}{V}, \quad (1.42)$$

где V — соответствующий объем.

Из формул (1.41) и (1.42) следует

$$\frac{Vx}{St} = D \frac{M_1}{M}. \quad (1.43)$$

В этой формуле можно обозначить

$$\frac{Vx}{S} = L^2, \quad (1.44)$$

где L — некоторый линейный отрезок.

Если при моделировании соблюдаются условия геометрического подобия и сохраняются неизменными свойства среды (грунта), то можно считать, что

$$D \frac{M_1}{M} = const. \quad (1.45)$$

Из формул (1.43) — (1.45) получим:

$$\frac{L^2}{t} = const; \quad (1.46)$$

$$\frac{t_M}{t_m} = \left(\frac{L_M}{L_m} \right)^2. \quad (1.47)$$

Это значит, что масштаб времени при моделировании диффузии, а следовательно, растворения и вымывания солей из грунта, равен квадрату линейного масштаба.

Таким образом, в рассмотренных условиях моделирование фильтрации и моделирование диффузии подчиняются одинаковым законам подобия, т.е. процессы сочетаются одинаково в натуре и на модели, и поэтому моделирование таких процессов на центрифуге оказывается вполне возможным. Это должно быть использовано при разработке проблем ирригации и гидромелиорации, а также и ряда других задач.

Механическое перемещение твердых тел, упругие деформации. При моделировании различных конструкций сооружений из материалов, близких упругим, а также при изучении явлений перемещения твердых тел масштабные соотношения времени будут иными. Время, необходимое для механического перемещения на модели, при выполнении условия $\alpha = ng$ и при наличии геометрического подобия всех частей моделируемой системы может быть определено из рассмотрения второго принципа механики Ньютона:

$$F = m \frac{\alpha^2 x}{\alpha t^2}, \quad (1.48)$$

где x — координата, изменяющаяся в направлении перемещения массы m .

Можно принять, что $m = \rho V$, где V — объем. Силу можно представить и иначе: $F = G S$. Таким образом, при наличии геометрического подобия получим

$$G = \rho \frac{V}{S} \frac{d^2 x}{dt^2}. \quad (1.49)$$

Площадь на модели S_M будет в n^2 раз меньше, а объем на модели в n^3 раз меньше натуре, поэтому напряжение на модели будет равно

$$G_M = \rho \frac{V n^3}{n^2 S} \frac{d^2 x_M}{dt_M^2}. \quad (1.50)$$

Принимая, что $G_M = G$, а $x_M = x n$, получим

$$\rho \frac{V}{S} \frac{d^2 x}{dt^2} = \rho \frac{V n^3}{n^2 S} \frac{d^2 x_M}{dt_M^2}. \quad (1.51)$$

При принятых ранее условиях, что материал модели и натуре одинаков ($\rho = \text{const}$), согласно (1.51) будем иметь

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{1}{n} \frac{d^2 x_M}{dt_M^2}. \quad (1.52)$$

Следовательно,

$$t_M = \frac{t_N}{n}, \quad (1.53)$$

т.е. время при центробежном моделировании будет в n раз меньше, чем в натуре, в случае моделирования движения механической системы.

Необходимо остановиться на масштабе времени в случае упругой системы. Как известно, деформации в упругих телах распространяются со скоростью звука. Эта скорость зависит от свойств материала, поэтому на модели будет такой же, как и в натуре. Время t_N , необходимое для прохождения расстояния L_N в натуре, будет равно

$$t_N = \frac{L_N}{V_{зв}}, \quad (1.54)$$

а на модели

$$t_M = \frac{L_N}{n V_{зв}} = \frac{t_N}{n}, \quad (1.55)$$

т.е. масштаб времени в этом случае равен линейному масштабу моделирования, что не совпадает со случаем вязких деформаций. Однако, несмотря на значительную разницу в скоростях вязких и упругих деформаций в большинстве практических случаев, следует предположить, что это расхождение масштабов времени не может служить препятствием к исследованию комбинаций из вязких и упругих тел. Необходимо также учесть, что в случае свободно двигающихся, например падающих, тел масштаб времени определяется следующим образом.

Как известно, время свободного падения с высоты H равно

$$t_n = \sqrt{\frac{2H_n}{g}}. \quad (1.56)$$