СБОРНИК ЗАДАЧ И УПРАЖНЕНИЙ ПО ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫМ МАШИНАМ И ПРОГРАММИРОВАНИЮ

С 23 **Сборник** задач и упражнений по вычислительным машинам и программированию: [Учеб. пособие для экон. спец. вузов/Ж. М. Анисимова, В. С. Асташенок, А. И. Бородина и др.]; Под ред. Н. И. Савицкого.— 2-е изд., перераб. и доп.— Мн.: Выш. школа, 1981.— 206 с., ил.

В пер.: 70 коп.

Даны задачи и упражнения по всем темам программы курса «Вычислительные машины и программирование». Излагаются вопросы систем счисления, представления и кодирования чисел в вычислительных машинах. Во 2-е издание введен материал по новейшим моделям вычислительных машин. 1-е издание под названием «Сборник задач и упражнений по курсу «Вычислительные машины и программирование» вышло в 1973 г.

Предназначается для студентов экономических вузов и факультетов, специализирующихся по бухгалтерскому учету, финансам, кредиту, планированию в основных отраслях народного хозяйства.

$С \frac{30502-170}{М 304(05)-81}$ 65—81 2405000000

ББК 32.973 я 73
6Ф7.3

СБОРНИК ЗАДАЧ И УПРАЖНЕНИЙ ПО ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫМ МАШИНАМ И ПРОГРАММИРОВАНИЮ

Под редакцией Н. И. Савицкого
Издание второе, переработанное и дополненное

Допущено Министерством высшего и среднего специального образования БССР в качестве учебного пособия для студентов экономических специальностей вузов

МИНСК, «ВЫШЭЙШАЯ ШКОЛА», 1981

ББК 32.973 я73
С 23
УДК 681.3(076.1)

Авторы: Ж. М. Анисимова, В. С. Асташенок, А. И. Бородина, О. И. Галиновский, И. М. Галкин, Я. Ф. Германович, Т. К. Кожемяко, А. В. Рыжков, Н. И. Савицкий, А. А. Савченко, А. С. Самаль, Г. П. Свирид, З. М. Соловьева, Д. П. Тихоновец

Рецензенты: кафедра «Счетные машины и их эксплуатация» Московского финансового института и *И. В. Бакова*, зав. кафедрой «Вычислительные машины и программирование на ЭВМ» Одесского института народного хозяйства, канд. экон. наук.

С $\frac{30502-170}{М 304(05)-81}$ 65—81 2405000000

ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебное пособие написано в соответствии с программой курса «Вычислительные машины и программирование» для экономических вузов и факультетов. Оно может быть использовано и лицами, самостоятельно изучающими основы программирования на алгоритмических языках ПЛ/1 и КОБОЛ ЕС ЭВМ.

Второе издание расширено и существенно обновлено с учетом современного состояния вычислительной техники и методов программирования. Особое внимание уделено методическим указаниям по наиболее трудным разделам курса, позволяющим выполнять задания самостоятельно.

Изучение данного курса предшествует прохождению специальных экономических дисциплин, поэтому в пособие включены упражнения и задачи, выполнение которых не требует глубоких знаний по этим дисциплинам.

В методических указаниях изложены основы алгоритмических языков ПЛ/1 и КОБОЛ ЕС ЭВМ. Возможности этих языков иллюстрируются конкретными программами, составленными для решения одной и той же (сквозной) задачи. Ориентация на два современных алгоритмических языка значительно расширяет круг пользователей пособием.

Кроме задач, специально составленных для практического освоения основ программирования на ЭВМ, при необходимости задачи, предложенные для программирования на перфорационных вычислительных машинах, могут быть использованы и для составления программ на алгоритмических языках. Следует отметить, что приведенные в пособии задачи и упражнения могут быть использованы при изучении любого языка программирования.

В задачах и упражнениях наименование и цифровой материал условные.

Учебное пособие написано коллективом авторов Белорусского института народного хозяйства им. В. В. Куйбышева (В. С. Асташенок — § 7.1, 7.2; Ж. М. Анисимова — § 7.3; А. И. Бородина — § 10.1—10.3; О. И. Галиновский — § 10.4; Я. Ф. Германович — гл. 3; А. В. Рыжков — § 6.1, 6.2; Н. И. Савицкий — предисловие, гл. 4, 5, § 9.1; З. М. Соловьева — гл. 2; Г. П. Свирид — § 10.1—10.3, гл. 13; Ц. П. Тихоновец — § 6.3, 9.2, 9.3; гл. 1 написана совместно А. С. Самалем и Г. П. Свиридом, гл. 8 — Н. И. Савицким, А. А. Савченко, гл. 11 — О. И. Галиновским и Н. И. Савицким, гл. 12 — О. И. Галиновским, И. М. Галкиным и Н. И. Савицким, гл. 14 — А. И. Бородиной и Т. К. Кожемяко). Общее редактирование выполнено Н. И. Савицким.

Авторы выражают благодарность рецензентам: коллективу кафедры вычислительных машин и программирования на ЭВМ Одесского института народного хозяйства, возглавляемому И. В. Баковой, а также профессору В. С. Рожнову и доцентам В. П. Косареву и В. Н. Юрьеву Московского финансового института за ценные советы и замечания, сделанные при рецензировании книги.

Авторы будут признательны читателям за все замечания и пожелания по улучшению книги, которые можно направлять по адресу: 220048, Минск, проспект Машерова, 11, Дом книги, издательство «Вышэйшая школа».

Авторы

1. АРИФМЕТИЧЕСКИЕ И ЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ДЕЙСТВИЯ ЦВМ

1.1. СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Непозиционные и позиционные системы счисления. *Системой счисления* называют совокупность приемов и правил для наименования и записи чисел. Числа в системах счисления изображаются с помощью знаков, называемых *цифрами*. Как правило, количество таких цифр конечно. Совокупность цифр, из которых могут «строиться» числа в некоторой системе счисления, иногда называют алфавитом системы счисления. Например, алфавитом привычной нам десятичной системы счисления являются цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Обычно системы классифицируют на непозиционные и позиционные.

В непозиционной системе счисления значение каждой цифры в любом месте последовательности цифр, означающей запись числа, не изменяется. Примером непозиционной системы счисления является так называемая римская система счисления. Здесь, например, знак I всегда означает единицу, знак V — пять, знак X — десять. Действительно, в числе XXX, записанном в римской системе счисления, цифра X в любом месте означает десять. Запись чисел в непозиционной системе счисления громоздка и неудобна. Например, число 278 запишется в римской системе счисления в виде CCLXXVIII. В особенности неудобны и сложны в таких системах арифметические действия.

В позиционной системе счисления значение цифры зависит от ее места (позиции) в последовательности цифр, изображающих число. Примером позиционной системы счисления является широко известная десятичная система счисления. Например, в числе 555 значение цифры 5 зависит от позиции, в которой она находится. Значение цифры 5 в разряде десятков в десять раз больше ее значения в разряде единиц и в сто раз меньше ее значения в разряде сотен.

Широкое применение нашли также двоичная, восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления. *Алфавитом двоичной системы* счисления являются цифры 0 и 1, восьмеричной — 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. *Алфавит шестнадцатеричной системы* счисления содержит 16 цифр, из которых первые десять изображаются привычными нам знаками 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, а остальные шесть — латинскими буквами A, B, C, D, E, F, что соответствует знакам 10, 11, 12, 13, 14, 15.

Представление чисел. Для определения значения числа недостаточно знания только алфавита системы счисления. Необходимо еще задать правила, позволяющие по значению цифр алфавита установить значение числа. В десятичной системе счисления и в ряде других систем для этого применяется функция сложения, где используется понятие основания системы счисления. Например, любое число X десятичной системы счисления может быть записано в виде последовательности цифр

$$a_n a_{n-1} \ldots a_1 a_0,\ a_{-1} \ldots a_{-m} \tag{1.1}$$

или в виде многочлена

$$X = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \ldots + a_1 \cdot 10^1 + a_0 \cdot 10^0 + a_{-1} \cdot 10^{-1} + \ldots + a_{-m} \cdot 10^{-m}. \tag{1.2}$$

Здесь $a_0, a_1, \ldots, a_n, a_{-1}, a_{-2}, \ldots, a_{-m}$ — цифры числа, n и $(-m)$ соответствуют номеру позиции (разряда), занимаемой цифрой в числе. Отрицательные номера соответствуют дробной части числа. Число 10 называется *основанием системы счисления*. Основание системы, как правило, показывает количество различных цифр, которые используются в системе счисления, а также во сколько раз изменяется значение одинаковой цифры в этой системе счисления при записи ее в соседнюю позицию. Например, система счисления с алфавитом 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 имеет основание «восемь» и называется соответственно восьмеричной. Формулы (1.1) и (1.2) можно записать для любой системы счисления. Обозначая основание системы счисления буквой p, а число буквой X в этой системе счисления, имеем:

$$X_p=(a_n a_{n-1} \ldots a_1 a_0,\ a_{-1} a_{-2} \ldots a_{-m})_p; \tag{1.3}$$

$$X_p=a_n \cdot 10^n+a_{n-1} \cdot 10^{n-1}+\ldots+a_0 \cdot 10^0+a_{-1} \cdot 10^{-1}+a_{-2} \cdot 10^{-2}+\ldots+a_{-m} \cdot 10^{-m}. \tag{1.4}$$

Нетрудно видеть (для этого достаточно принять коэффициенты a_n, ..., a_0 или a_{-1}, ..., a_{-m} равными нулю), что первая часть выражения соответствует представлению целого числа в виде многочлена, а вторая — дробному. Например, число 535_{10} представляется в виде

$$535_{10}=5 \cdot 10^2+3 \cdot 10^1+5 \cdot 10^0,$$

а дробное число $0{,}3761_{10}$ в виде

$$0{,}3761_{10}=3 \cdot 10^{-1}+7 \cdot 10^{-2}+6 \cdot 10^{-3}+1 \cdot 10^{-4}.$$

Формула (1.4) соответствует представлению смешанного числа и как частный случай — целому и дробному.

В формуле (1.4) арифметические действия должны выполняться в p-й системе счисления. Только в этом случае в результате вычисления правой части мы получим изображение заданного числа в p-й системе счисления. Например, для числа 101 из двоичной системы счисления справедливо разложение

$$101_2=1 \cdot 10^{10}+0 \cdot 10^1+1 \cdot 10^0=100+0+1=101_2.$$

В этом разложении 10 означает двоичное число 10 и читается «один ноль». В десятичной системе счисления ему соответствует число 2. Арифметические действия в этом примере выполнены в двоичной системе счисления.

Особенностью формулы (1.4) является то, что основание системы p и коэффициенты можно записать в десятичной системе счисления и выполнить арифметические действия в ней. Но тогда изображение заданного числа получается уже в десятичной системе счисления. Например, для предыдущего числа 101 имеем

$$101_2=1 \cdot 2^2+0 \cdot 2^1+1 \cdot 2^0=5_{10}.$$

Аналогичные рассуждения верны и для дробных чисел. Например, число 0,001 в двоичной системе можно представить в виде

$$0{,}001_2=0 \cdot 10^{-1}+0 \cdot 10^{-2}+1 \cdot 10^{-3}=0+0+\frac{1}{100}=0{,}001_2,$$

а в десятичной

$$0{,}001_2=0 \cdot 2^{-1}+0 \cdot 2^{-2}+1 \cdot 2^{-3}=0{,}125_{10}.$$

1.2. ПЕРЕВОД ЧИСЕЛ ИЗ ОДНОЙ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ В ДРУГУЮ

Для перевода чисел из одной системы счисления в другую используют определенные правила (способы). Имеются различные способы перевода. Формула (1.4) — это правило перевода чисел из одной системы счисления в другую. Различают правила перевода целых, дробных и смешанных чисел.

Перевод целых чисел из одной системы счисления в другую осуществляется путем последовательного деления этого числа на основание той системы, в которую переводится число. Деление выполняется по правилам той системы счисления, из которой осуществляется перевод. Деление переводимого числа, а затем частных производится до получения частного, меньшего основания системы счисления, в которую переводится число. Полученные остатки от деления, включая последний, записывают в порядке, обратном их получению. Полученное число и будет записью переводимого числа в новой системе счисления. Для иллюстрации этого правила приведем примеры.

Пример 1. Число 19 перевести из десятичной системы счисления в двоичную.

$$
\begin{array}{rrrrr}
-19 & \underline{|\,2} & & & \\
\underline{18} & 9 & \underline{|\,2} & & \\
1 & -\underline{8} & 4 & \underline{|\,2} & \underline{|\,2} \\
 & 1 & -\underline{4} & 2 & 1 \\
 & & 0 & -\underline{2} & \\
 & & & 0 &
\end{array}
$$

Получаем число 10011_2.

Для проверки правильности перевода можно воспользоваться формулой (1.4), записав число 10011_2 в виде

$$10011_2=1\cdot2^4+0\cdot2^3+0\cdot2^2+1\cdot2^1+1\cdot2^0=19_{10}.$$

Пример 2. Перевести число 177 из десятичной системы счисления в шестнадцатеричную.

$$
\begin{array}{rl}
-177 & \underline{|\,16} \\
\underline{16} & 11 \\
-17 & \\
\underline{16} & \\
1 &
\end{array}
$$

Получаем число B1.

Проверка: $B1_{16}=11\cdot16^1+1\cdot16^0=176+1=177_{10}$.

Для перевода целых чисел из восьмеричной системы счисления в двоичную достаточно каждую цифру числа заменить эквивалентным ей трехзначным двоичным числом (триадой), а для перевода чисел из шестнадцатеричной — четырехзначным двоичным числом (тетрадой). В табл. 1.1 приведены двоичные эквиваленты для знаков восьмеричной и шестнадцатеричной систем счисления.

Табл. 1.1. **Двоичные эквиваленты восьмеричных и шестнадцатеричных знаков**

Восьмеричные знаки (алфавит)	Двоичный эквивалент (триада)	Шестнадцатеричные знаки (алфавит)	Двоичные эквиваленты (тетрады)
0	000	0	0000
1	001	1	0001
2	010	2	0010
3	011	3	0011
4	100	4	0100
5	101	5	0101
6	110	6	0110
7	111	7	0111
		8	1000
		9	1001
		A	1010
		B	1011
		C	1100
		D	1101
		E	1110
		F	1111

Согласно этой таблице, число 735_8 в двоичной системе счисления запишется в виде

$$735_8 = 111011101_2.$$

$$\begin{array}{ccc} 7 & 3 & 5 \\ \swarrow & \downarrow & \searrow \\ 111 & 011 & 101 \end{array}$$

Этой таблицей можно пользоваться и при обратном переводе — из двоичной системы счисления в восьмеричную или шестнадцатеричную.

Пример 3. Перевести число 1110001111011100_2 в восьмеричную систему счисления.

Для этого разбиваем данное число на триады справа налево и, пользуясь таблицей, вместо каждой тетрады подставляем восьмеричный знак, т. е.

$$\underbrace{001}_{\downarrow \atop 1}\quad \underbrace{110}_{\downarrow \atop 6}\quad \underbrace{001}_{\downarrow \atop 1}\quad \underbrace{111}_{\downarrow \atop 7}\quad \underbrace{011}_{\downarrow \atop 3}\quad \underbrace{100}_{\downarrow \atop 4}$$

В результате получаем число 161734_8. При разбивке на триады в старшей триаде добавили два нуля.

Пример 4. Перевести двоичное число 1110001111011100_2 в шестнадцатеричную систему счисления.

Для осуществления перевода разбиваем это число на тетрады справа налево и, пользуясь таблицей, вместо каждой тетрады подставляем шестнадцатеричный знак, т. е.

$$\underbrace{1110}_{E}\quad \underbrace{0011}_{3}\quad \underbrace{1101}_{D}\quad \underbrace{1100}_{C}$$

В результате получим число $E3DC_{16}$.

В отличие от целых *перевод дробных чисел* из одной системы счисления в другую осуществляется по другим правилам. Дробные числа редко переводятся точно, поэтому необходимо задать точность перевода (т. е. количество знаков после запятой).

Для того чтобы перевести правильную дробь из одной системы счисления в другую, необходимо эту дробь умножить на основание новой системы счисления. В полученном произведении опять необходимо умножить дробную часть. Операцию умножения дробной части на основание системы счисления необходимо повторять до тех пор, пока в произведении дробная часть не станет равной нулю или не будет достигнута заданная точность. Полученные цифры, начиная с первой (в целой части), будут цифрами дроби в новой системе счисления.

Пример 5. Перевести десятичное число 0,54 в двоичную систему счисления с точностью до семи знаков:

$$\begin{array}{c|r} 0 & 54 \\ & 2 \\ \hline 1 & 08 \\ & 2 \\ \hline 0 & 16 \\ & 2 \\ \hline 0 & 32 \\ & 2 \\ \hline 0 & 64 \\ & 2 \\ \hline 1 & 28 \\ & 2 \\ \hline 0 & 56 \\ & 2 \\ \hline 1 & 12 \end{array}$$

В результате получаем число $0{,}1000101_2$.

Проверка: $0{,}1000101_2=0{,}1\cdot2^{-1}+0\cdot2^{-2}+0\cdot2^{-3}+0\cdot2^{-4}+1\cdot2^{-5}+0\cdot2^{-6}+$ $+1\cdot2^{-7}=0{,}5+0+0+0+0{,}031+0+0{,}008=0{,}539_{10}$.

Пример 6. Перевести десятичное число 0,47 в шестнадцатеричную систему счисления с точностью до шести знаков:

$$
\begin{array}{c}
0{,}47\cdot16=7{,}52\to7\\
0{,}52\cdot16=8{,}32\to8\\
0{,}32\cdot16=5{,}12\to5\\
0{,}12\cdot16=1{,}92\to1\\
0{,}92\cdot16=14{,}72\to14\\
0{,}72\cdot16=11{,}52\to11\\
0{,}47_{10}\cong 7851EB_{16}.
\end{array}
$$

Проверка: $0{,}7851EB_{16}=7\cdot16^{-1}+8\cdot16^{-2}+5\cdot16^{-3}+1\cdot16^{-4}+14\cdot16^{-5}+$ $+11\cdot16^{-6}=0{,}47_{10}$.

В общем случае количество знаков, которое требуется получить у результата перевода (числа в новой системе счисления), определяется из соотношения

$$t\geqslant\frac{l\cdot\log p}{\log q},$$

где q — основание системы счисления, в которую переводится число (т. е. новой системы счисления); p — основание системы счисления, из которой переводится число (т. е. старой системы счисления); l — количество знаков после запятой у переводимого числа.

Пример 7. Перевести число 0,14 из десятичной системы счисления в двоичную. Здесь $p=10$, $q=2$, $l=2$. Тогда

$$t\geqslant2\cdot\frac{\log10}{\log2}\approx6{,}6.$$

Принимаем $t=7$.

Пример 8. Перевести число $1{,}0010010_2$ из двоичной системы счисления в десятичную. Здесь $p=2$, $q=10$, $l=7$. Тогда

$$t\geqslant7\cdot\frac{\log2}{\log10}\approx2{,}1.$$

Принимаем $t=3$.

Перевод смешанных чисел из одной системы счисления в другую осуществляется отдельно для целой части и отдельно для дробной. Например, перевести число $399{,}125_{10}$ в шестнадцатеричную систему счисления.

Переводим целую часть

$$
\begin{array}{rrr}
-399 & \underline{|\,16} & \\
\underline{384} & -24 & \underline{|\,16}\\
15 & \underline{16} & 1\\
 & 8 &
\end{array}
$$

Переводим дробную часть

$$
\times\begin{array}{r}
0{,}125\\
\underline{16}\\
2{,}00
\end{array}
$$

В результате, используя обозначение $15=F_{16}$, получаем число $18F,2_{16}$.

Правильность перевода проверяем по формуле (1.4):

$$18F,\ 2_{16}=1\cdot16^2+8\cdot16+15\cdot10^0+2\cdot16^{-1}=399{,}125_{10}.$$

Перевод чисел из любой системы счисления в десятичную можно осуществлять по формуле (1.4), как это делалось при проверках правильности перевода.

1.3. ВЫПОЛНЕНИЕ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ДЕЙСТВИЙ НАД ЧИСЛАМИ В СИСТЕМАХ СЧИСЛЕНИЯ

Все арифметические операции над числами в системах счисления производятся по правилам арифметики. Как и в десятичной системе счисления, пользуются таблицей умножения, а сложение выполняют, используя правила переноса в

Таблицы умножения для двоичных и восьмеричных чисел

$0 \cdot 0 = 0$	×	0	1	2	3	4	5	6	7
$1 \cdot 0 = 1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$0 \cdot 1 = 1$	1	0	1	2	3	4	5	6	7
$1 \cdot 1 = 1$	2	0	2	4	6	10	12	14	16
	3	0	3	6	11	14	17	22	25
	4	0	4	10	14	20	24	30	34
	5	0	5	12	17	24	31	36	43
	6	0	6	14	22	30	36	44	52
	7	0	7	16	25	34	43	52	61

Таблица умножения шестнадцатеричных чисел

×	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
2	0	2	4	6	8	A	C	E	10	12	14	16	18	1A	1C	1E
3	0	3	6	9	C	F	12	15	18	1B	1E	21	24	27	2A	2D
4	0	4	8	C	10	14	18	1C	20	24	28	2C	30	34	38	3C
5	0	5	A	F	14	19	1E	23	28	2D	32	37	3C	41	46	4B
6	0	6	C	12	18	1E	24	2A	30	36	3C	42	48	4E	54	5A
7	0	7	E	15	1C	23	2A	31	38	3F	46	4D	54	5B	62	69
8	0	8	10	18	20	28	30	38	40	48	50	58	60	68	70	78
9	0	9	12	1B	24	2Д	36	3F	48	51	5A	63	6C	75	7E	87
A	0	A	14	1E	28	32	3C	46	50	5A	64	6E	78	82	8C	96
B	0	B	16	21	2C	37	42	4D	58	63	6E	79	84	8F	9A	A5
C	0	C	18	24	30	3C	48	54	60	6C	78	84	90	9C	A8	B4
D	0	D	1A	27	34	41	4E	5B	68	75	82	8F	9C	A9	B6	C3
E	0	E	1C	2A	38	46	54	62	70	7E	8C	9A	A8	B6	C4	D2
F	0	F	1E	2D	3C	4B	5A	69	78	87	96	A5	B4	C3	D2	E1

старший разряд. Например, для восьмеричной системы счисления $7+1=10_{16}$. Таблицы умножения приведем для двоичной, восьмеричной и шестнадцатеричной систем счисления.

Приведем примеры выполнения различных арифметических операций в двоичной, восьмеричной и шестнадцатеричной системах счисления.

Пример 1. Сложить два двоичных числа:

$$\begin{array}{r} 1011011 \\ +\quad 10111 \\ \hline 1110010 \end{array}$$

Пример 2. Произвести вычитание двух двоичных чисел:

$$\begin{array}{r} 1100001 \\ -\qquad 10 \\ \hline 1011111 \end{array}$$

Пример 3. Произвести умножение двух двоичных чисел:

$$\begin{array}{r} 110 \\ \times\ 101 \\ \hline 110 \\ +\ 110 \\ \hline 11110 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 111 \\ \times\ 11 \\ \hline 111 \\ +\ 111 \\ \hline 10101 \end{array}$$

Пример 4. Разделить два двоичных числа:

$$\begin{array}{r|l}
-10101 & 111 \\
\underline{111} & \overline{11} \\
-111 & \\
\underline{111} & \\
0 &
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r|l}
-111101 & 10 \\
\underline{10} & \overline{11110{,}1} \\
-11 & \\
\underline{10} & \\
-11 & \\
\underline{10} & \\
-10 & \\
\underline{10} & \\
-010 & \\
\underline{10} & \\
0 &
\end{array}$$

Пример 5. Произвести действия над восьмеричными числами:

$$+\begin{array}{r}
157 \\
\underline{15} \\
174
\end{array}
\qquad
\times\begin{array}{r}
15 \\
\underline{12} \\
+\,32 \\
\underline{15} \\
202
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l}
-12067 & 341 \\
\underline{702} & \overline{27} \\
-3047 & \\
\underline{3047} & \\
0 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l}
-537 & 4 \\
\underline{4} & \overline{127{,}6} \\
-13 & \\
\underline{10} & \\
-37 & \\
\underline{34} & \\
-30 & \\
\underline{30} & \\
0 &
\end{array}$$

Пример 6. Выполнить действия над шестнадцатеричными числами:

$$+\begin{array}{r}
A3B8{,}FE \\
\underline{242{,}A1} \\
A5FB{,}9F
\end{array}
\qquad\qquad
-\begin{array}{r}
12FE{,}0B \\
\underline{ABC{,}03} \\
842{,}08
\end{array}$$

$$\times\begin{array}{r}
AB1 \\
\underline{1A} \\
+\,6AEA \\
\underline{AB1} \\
115FA
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r|l}
-12CB3{,}E2 & AB1{,}1 \\
\underline{AB11} & \overline{1C{,}2} \\
-81A2E & \\
\underline{804CC} & \\
-15622 & \\
\underline{15622} & \\
0 &
\end{array}$$

1.4. ДВОИЧНО-ДЕСЯТИЧНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ДЕСЯТИЧНЫХ ЧИСЕЛ

Большинство электронных вычислительных машин работает в так называемом двоичном режиме. Это означает, что они работают с величинами, которые могут принимать только два значения, 0 или 1. В связи с этим информация, обрабатываемая на ЭВМ, должна быть перекодирована в двоичный код. Для десятичных чисел это следующие двоичные эквиваленты: 0—0000, 1—0001, 2—0010, 3—0011, 4—0100, 5—0101, 6—0110, 7—0111, 8—1000, 9—1001. Для того чтобы десятичное число представить в двоичном коде, необходимо каждую цифру числа заменить соответствующей тетрадой.

Например, 89=10001001;

97,83=10010111, 10000011.

Заметим, что это не переведенные в двоичную систему числа, а лишь представление десятичного числа с помощью алфавита (0 и 1) двоичной системы счисления. Для таких двоичных кодов формула (1.4) не верна. Для того чтобы из такого двоичного представления получить десятичное изображение числа, необходимо разбить его на тетрады.

Например, $\underbrace{1001}_{9}\underbrace{0001}_{1},\quad \underbrace{0011}_{3}\quad \underbrace{0101}_{5}$

Получаем число 91, 35.

При таком преобразовании, если впереди или в конце числа до тетрады не хватает знаков, добавляют нули.

1001000, 100101

Например, $\underbrace{0100}_{4}\underbrace{1000}_{8},\quad \underbrace{1001}_{9}\underbrace{0100}_{4}$

Получаем число 48, 94.

1.5. ЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЦВМ

Кроме арифметических, ЭВМ выполняют и логические операции, в основе которых положены понятия алгебры логики. Логика оперирует двумя значениями: истина, ложь. Иногда «истина» обозначается цифрой 1, а «ложь» — 0. Используя эти обозначения, логические операции представим в виде таблицы.

A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \equiv B$	$A \supset B$	$\neg A$
1	1	1	1	1	1	0
1	0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	1	1
0	0	0	0	1	1	1

Здесь $\wedge$ — логическое умножение (конъюнкция); $\vee$ — логическое сложение (дизъюнкция); $\equiv$ — операция тождественности; $\supset$ — влечет (импликация); $\neg$ — отрицание.

По правилам указанных операций выполняются некоторые команды машины, например команды поразрядного логического сложения и умножения.

Пример 1. Логически сложить два двоичных кода:
A = 1001001 и B = 0110110

$$\begin{array}{r} \vee\, \begin{array}{r} 1001001 \\ 0110110 \end{array} \\ \hline 1111111 \end{array}$$

Пример 2. Логически умножить два двоичных кода:
A = 100011 и B = 111001

$$\begin{array}{r} \wedge\, \begin{array}{r} 100011 \\ 111001 \end{array} \\ \hline 100001 \end{array}$$

В обоих примерах логические действия выполняются поразрядно по правилам логического сложения и умножения. Такого рода команды в машинах (например, в ЕС ЭВМ команды ОК, О, ОI, ОС) позволяют работать над отдельными разрядами (битами).

Упражнения

1.1. Перевести из десятичной в двоичную систему счисления числа:

15	34	233	76	512
26	55	135	84	257
42	100	39	90	96
49	140	67	134	160

1.2. Перевести из десятичной в двоичную систему счисления с точностью до трех знаков после запятой следующие числа:

0,15	0,959	0,56	0,45	0,66
0,91	0,50	0,242	0,76	0,34
0,193	0,009	0,099	0,85	0,25
0,79	0,67	0,26	0,94	0,42

1.3. Перевести из десятичной в двоичную систему счисления следующие числа (с точностью до трех знаков после запятой):

2,50	43,59	332,65	67,54	215,99
8,49	55,67	315,422	48,67	25,7
17,94	104,90	93,69	9,58	9,6
25,65	62,39	76,51	43,1	16,88

1.4. Перевести из десятичной в шестнадцатеричную систему счисления:

17	15	79	16	2641	13	320001
46	99	150	125	3202	12526	5000001
179	123	160	158	49443	161616	62345
425	224	64	512	710	57821	721620

1.5. Перевести из десятичной в шестнадцатеричную систему счисления с точностью до трех знаков:

0,96	0,24	0,84	0,829	0,491	536,32
0,75	0,34	0,09	0,328	0,552	1216,01
0,57	0,69	0,92	0,167	0,783	5981,02
0,46	0,19	0,15	0,206	0,854	421512,32

1.6. Перевести из десятичной в шестнадцатеричную систему счисления числа с точностью до трех знаков:

2,45	48,24	181,17	230,86	39,276
10,02	176,78	22,65	242,94	426,984
16,50	94,59	64,82	312,42	534,851
32,16	127,36	321,61	215,99	640,176

1.7. Перевести из двоичной в десятичную систему счисления следущие числа:

101	0,1101	1110	110.110
1011	0,0101	11011011	110101.01
110	0,1111	1001101110	101101.0001

1.8. Представить в двоичном коде следующие десятичные числа:

12	0,46	51.78	100.009	1242.1978
17	0,87	14.64	256.001	6041950.29
95	0,63	0.01	478.364	0.0000077
71	0,59	10.36	526.999	0.346001

1.9. Преобразовать числа из двоично-десятичного представления в десятичную систему счисления:

101	1100101110101	0.1001	101.1
1000	10100000100	0.0001	111.0001
1001	1001100101110010	0.0011	10011.100010
110011	1000011010010111	0.10011	111000.000110

1.10. Перевести из шестнадцатеричной в десятичную систему счисления (дробные числа с точностью до 5 знаков):

A	B1	D0	0.F	2.4	E2.E4
C	10	DF	0.CD	A.B	A.12
1B	FF	AB	0.D0	D.4A	CC.20
42	E2	9	0.FE	11.E	0.01

1.11. Перевести из двоичной в шестнадцатеричную систему счисления:

1111011	10011111110	111100011011
101110	1110001111	101101010101
110001	1011100011	101001001110
1111110	101111111111	1101101101101101

1.12. Произвести сложение двоичных чисел:

1+10	1000+1100	111011+11
1101+1101	1111+11	111011+1010101
101+10	1011+111	101010+10101

1.13. Выполнить вычитание двоичных чисел:

111−11	10110−111	11011001−1001
1001−10	110011−101	11000000−1011011
10001−1010	1111−1011	11000001−1001110
100000−11	1110−110	10000000−111111 .

1.14. Выполнить умножение двоичных чисел:

11 · 1	1001 · 101	1001 · 111
10 · 10	1111 · 110	1011 · 0110
		0.11 · 1.1
101 · 11	1110 · 1101	0.101 · 0.11
110 · 111	111 · 1001	

1.15. Произвести деление двоичных чисел:

100 : 10	10000 : 1000	11001 : 101
110 : 11	110001 : 111	11110 : 110
10101 : 111	100100 : 110	1010001 : 1001
11000 : 110	11100 : 100	1001000 : 1001

1.16. Произвести сложение шестнадцатеричных чисел:

9+1	F+1	2AB+10E	0.A+0.5
5+C	2A+20	40C+F06	0.AB+0.B0
A+B	9+9	7D9+E6A	I,F+E.25
2C+8	B+2E	12A+B5A	D.99+10.64

1.17. Произвести вычитание шестнадцатеричных чисел:

B−A	16−8	F001−4A	AEICA−AAAAA
12−7	20−A	CD0A−F5E	CCCCI−AFFF1
1A−D	A0−40	600−10F	1A2C−12A1
45−3A	B00−2	B0AC−FE6	FFAF−AEC1

1.18. Произвести умножение шестнадцатеричных чисел:

2 · 5	AB · 5	14 · 18	5 · 0,2	ABC1 · A5
A · 8	10 · C	A1 · B2	B · 0,5	1321 · F1
9 · E	12 · 1	3C · 64	0.A · 0.B	561A · 3
F · 3	F4 · 46	76D · E1	FC · 0.8	17B · AC

1.19. Произвести деление шестнадцатеричных чисел:

14 : 5	B4 : 1	271 : 19	24C : 15	ABC1 : F
10 : 2	79 : B	A5 : B	462 : 22	42117 : E
2A : 7	7D : 5	D2 : E	12C : 19	5E8A : 3F
5B : D	64 : A	132 : 11	90 : C	7A : 2

1.20. Вычислить значение выражения:

$1 \vee 0 \wedge 1$	$1 \wedge (0 \equiv 1 \vee 0) \vee \neg 1$
$1 \supset 00 \vee 1$	$(0 \wedge 1 \wedge 0 \equiv 1) \vee 1$
$\neg 1 \vee 0 \vee 0$	$0 \vee (1 \wedge 1 \vee 0) \wedge (1 \vee 0 \wedge 1)$
$1 \vee 1 \supset 1$	$1 \supset 0 \wedge (1 \equiv (1 \vee 0 \wedge 1) \vee 0)$
$0 \equiv 1 \wedge 0$	$0 \vee 1 \vee 1 \wedge 0 \vee 1 \equiv 1$
$1 \vee \neg 1 \wedge 1$	$(1 \vee 0 \wedge 1) \vee (0 \vee 0 \wedge 1)$
$1 \supset \neg 0 \vee 0$	$1 \vee \neg (1 \vee 0) \supset 0 \vee \neg 0$

Примечание. При вычислении указанных выражений необходимо учитывать старшинство выполнения логических операций. Сначала выполняются действия в скобках, затем соответственно $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\supset$, $\equiv$.