nachrichtentechnik

Alexander von Weiss

Die elektromagnetischen Felder

Einführung in die Feldtheorie und ihre Anwendung

Vieweg

Alexander von Weiss

Die elektromagnetischen Felder

Einführung in die Feldtheorie und ihre Anwendung

Mit 77 Beispielen
und 197 Bildern

Friedr. Vieweg & Sohn Braunschweig / Wiesbaden

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Weiss, Alexander von:
Die elektromagnetischen Felder: Einf. in d.
Feldtheorie u. ihre Anwendung/Alexander von
Weiss. – Braunschweig; Wiesbaden: Vieweg, 1983.
(Nachrichtentechnik; Bd. 1)
ISBN 3-528-04225-7

NE: GT

Umschlagentwurf: Peter Lenz, Wiesbaden
Satz: Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig
Druck und buchbinderische Verarbeitung: Lengericher Handelsdruckerei, Lengerich
Printed in Germany

ISBN 3-528-04225-7

Alexander von Weiss

Die elektromagnetischen Felder

nachrichtentechnik

Herausgegeben von
Prof. Dr.-Ing. habil. Peter Jesorsky, Nürnberg
Prof. Dr. techn. Alexander von Weiss, Nürnberg

In der NTE-Reihe sollen die wichtigsten Theorien der Nachrichtentechnik erfaßt, ihre technischen Anwendungen herausgestellt und einschlägige Methoden, Verfahren und Technologien behandelt werden. Die Reihe wendet sich an Studenten mit abgeschlossenem Vorexamen und an Lehrende aus allen Zweigen der Nachrichtentechnik und der Allgemeinen Elektrotechnik an Fachhochschulen und Technischen Universitäten sowie an Ingenieure im Berufsleben.

Band 1 **Die elektromagnetischen Felder**
Einführung in die Feldtheorie und ihre Anwendung
von A. v. Weiss

Vorwort

Enormes Anwachsen des Wissensstoffes begleitet von einer bisher nicht gekannten Innovationsdynamik kennzeichnet die technische Entwicklung der letzten zwanzig Jahre in der vielschichtigen Elektrotechnik. Eine Neuauflage der seit 1969 vergriffenen 3. Auflage der „Übersicht über die Theoretische Elektrotechnik“ des Verfassers, von der bereits Teil II gemeinsam mit Prof. Dr. H. Kleinwächter verfaßt wurde, müßte daher zu einer Buchreihe mit mehreren Verfassern erweitert werden, um allen Leserwünschen einigermaßen entgegenzukommen. So befaßt sich das vorliegende Buch nur mit der Lehre von den elektromagnetischen Feldern, dem eigentlichen Kerngebiet der Theoretischen Elektrotechnik. Es bildet das Fundament für viele Zweige der Nachrichtentechnik und der ihr angegliederten Fachgebiete und erschien daher besonders geeignet zu sein, um die NTE-Schriftenreihe zu eröffnen.
Behandelt werden die elektromagnetischen Felder und ihre technische Anwendung, die an 77 Anwendungsbeispielen erläutert wird. Der Stoffumfang reicht von den statischen Feldern bis zu den Mikrowellen und Lichtwellen in Lichtwellenleitern. Den Abschluß bildet ein kurzer Blick in die vierdimensionale Raum-Zeit-Welt; er soll eine Vertiefung des Verständnisses für die physikalischen Zusammenhänge vermitteln. Als Einführung in die Feldtheorie beschränkt sich die Stoffauswahl auf das Wesentliche und vermeidet ein detailliertes Eindringen in die anspruchsvolle mathematische Welt der Theoretischen Elektrotechnik. Im Vordergrund steht die physikalische Deutung der Naturvorgänge, der viel Raum gewidmet wird. Das Buch will zum Erkennen und Verstehen des physikalischen Geschehens aus möglichst übergeordneter Sicht verhelfen, das Verständnis für die Notwendigkeit exakt mathematischer Formulierungen wecken sowie zu den mathematischen Ansätzen bei der technischen Anwendung der Feldtheorie auf spezielle Probleme als Brücke zwischen Theorie und Praxis führen.
Die Darstellung versucht weitgehend die Maxwellschen Gedankengänge mit ihrer affininvarianten Form der Feldgleichungen herauszustellen. Der felderfüllte Raum, materiefrei oder mit Materie angefüllt, wird dabei als ein Kontinuum betrachtet. Doch bereits die Erklärung selbst elementarer Vorgänge bei der Elektrizitätsleitung ebenso wie die Behandlung der polarisierten und magnetisierten Materie stößt an die Grenzen der Feldtheorie als phänomenologische Theorie des Makrokosmos und kann auf eine atomistische Betrachtung nicht verzichten. Zum besseren Verständnis der Naturvorgänge dient ferner bei physikalischen Betrachtungen die sich in der Elektrodynamik immer mehr durchsetzende Darstellung der Feldgrößen als Multivektoren[1]); sie ermöglicht eine besonders anschauliche, klare und eindeutige Unterscheidung ihres Vektorcharakters. Auch im letzten Kapitel kommt der äußere Kalkül nochmals zur Anwendung, wobei seine große Leistungsfähigkeit erkennbar wird.

[1]) Siehe Schrifttum [2.4], [2.11], [2.12], [2.17], [2.21].

Vom Leser vorausgesetzt wird die Kenntnis der Grundlagen der Gleich- und Wechselstromtechnik und ihre mathematische Behandlung im Umfang der „Allgemeinen Elektrotechnik“ des Verfassers [1.4]. Die verlangten mathematischen Vorkenntnisse gehen hinsichtlich Grundlagen der klassischen Vektoranalysis und Grundkenntnisse zur Lösung gewöhnlicher und partieller Differentialgleichungen nicht über das hinaus, was normalerweise von Studenten der Elektrotechnik nach abgeschlossenem Vorexamen erwartet wird. Intensive Mitarbeit des Lesers bleibt jedoch unverzichtbar, denn wirkliches Wissen muß erarbeitet werden; das Buch kann dabei nur Helfer sein.
Der Welt des Ingenieurs angepaßt, wird durchwegs das Vierersystem mit den kohärenten SI-Einheiten verwendet. Um jedoch zu einem kritischen Nachdenken anzuregen, wird insbesondere bei physikalischen Betrachtungen auf das Fünfersystem hingewiesen, das wegen seiner Systeminvarianz in der Raum-Zeit-Welt angewendet wird. Die Formelzeichen entsprechen den Empfehlungen des AEF, dabei wird im Vorgriff auf eine noch in Vorbereitung befindliche AEF-Empfehlung die elektrische Leitfähigkeit mit κ bezeichnet. Überschneidungen mit der Flächenladungsdichte σ oder bei der Wellenausbreitung mit der Fortpflanzungskonstante γ wären sonst unvermeidbar.
In zahlreichen Diskussionen mit Fachkollegen erhielt ich viele Anregungen und wertvolle Hinweise zur Verbesserung der Darstellung. Mein besonderer Dank richtet sich dabei an die Herren Prof. Dr. *Helmut Dietz*, Nürnberg und Prof. Dr.-Ing. *Anton Vlcek*, Darmstadt. Zu danken habe ich ferner dem Vieweg-Verlag für die angenehme Zusammenarbeit sowie für die schöne Ausstattung des Buches und den sauberen Formelsatz. Herrn *Michael Langfeld* bin ich für das stets gezeigte Verständnis und Entgegenkommen bei der durch Krankheit bedingten Verzögerung der Manuskriptabgabe zu großem Dank verpflichtet.

Nürnberg, Juli 1983 A. von Weiss

VIEWEG

Alexander von Weiss

Allgemeine Elektrotechnik

Grundlagen der Gleich- und Wechselstromlehre. 8., durchges. Aufl. 1983. XII, 328 S. mit 308 Abb. u. 130 durchgerechneten Beisp. 16,2 X 22,9 cm. Br.

Inhalt: Einführung: Physikalische Größen / Die Elektrizität und ihre Wirkungen – Grundbegriffe und Grundgesetze des Gleichstroms – Elektrische Strömung in Elektrolyten – Das magnetische Feld – Das elektrische Feld – Energie, Kräfte und Feldverkettung – Elektrizitätsleitung in gasförmigen und festen Stoffen – Halbleiterbauelemente – Der einfache Wechselstromkreis – Die komplexe Rechnung in der Wechselstromtechnik – Mehrphasige Wechselströme – Wechselfelder und Verluste im Wechselfeld – Zweipole und Vierpole – Gekoppelte Stromkreise – Mehrwellige Systeme – Die wichtigsten verwendeten Formelzeichen – Schrifttum – Anhang – Sachwortverzeichnis.

Als Lehr- und Arbeitsbuch wendet sich die Allgemeine Elektrotechnik an Studenten der Elektrotechnik aller Studiengänge im Grundstudium an Fachhochschulen und Universitäten sowie an Ingenieure im Beruf, die ihr Grundwissen auffrischen wollen. Behandelt werden die allgemeinen Grundlagen der Gleich- und Wechselstromlehre, die allen Zweigen der Elektrotechnik angehören, die Voraussetzung für den Einstieg in das Fachstud... ...erständnis für die Welt der theoretischen Elektrotech... vo... Als Begleiter zur Vorlesung ...ttelt das Buch das notwendige Rüstzeug zum Verstehen des ...ikalischen Geschehens und seiner technischen Anwendungen und ...t zum ingenieurmäßigen Denken.

Inhaltsverzeichnis

Abschnitt I Einführende Grundlagen

Mathematische Hilfsmittel. Einführende Betrachtungen. Die elektromagnetischen Feldgrößen.

1 Mathematische Hilfsmittel

1.1 Grundlagen der Vektoralgebra und Vektoranalysis

1.1.1 Skalar und Vektor, Ortsfunktionen. Zur Beschreibung der elektromagnetischen Erscheinungen verwendet man richtungsunabhängige Größen, das sind *Skalare* oder skalare Größen, sowie richtungsabhängige Größen insbesondere Monovektoren, kurz *Vektoren* genannt, und Multivektoren (Kap. 1.2). Von diesen können Monovektoren oder 1-Vektoren einer gerichteten Strecke, Bivektoren oder 2-Vektoren einem orientierten Flächenstück und Trivektoren oder 3-Vektoren einem Volumen umkehrbar eindeutig zugeordnet werden. Im dreidimensionalen Raum R3 wird ein Bivektor wegen seiner drei wesentlichen Koordinaten meist noch durch einen ihm dual zugeordneten Monovektor ersetzt (Kap. 1.2.1). Bivektoren und Monovektoren werden dann nicht mehr unterschieden, sondern als Vektoren bezeichnet und behandelt. Ebenso werden Trivektor und Skalar wegen ihrer einen wesentlichen Koordinate nicht unterschieden. Auch im folgenden wird im allgemeinen auf eine Kennzeichnung einer Größe als Multivektor verzichtet; Mono- und Bivektoren werden allgemein als vektorielle Größen bezeichnet und nur dort besonders gekennzeichnet, wo der Vektorgrad hervorgehoben werden soll oder bestimmend ist. Siehe Kap. 1.2 sowie Kap. 9.4.3.

Im dreidimensionalen Raum R3 mit den Einheitsvektoren $\boldsymbol{e}_x, \boldsymbol{e}_y, \boldsymbol{e}_z$ in Richtung der drei Achsen x, y, z nach Bild 1.1 (kartesisches Koordinatensystem) erhält man für den Vektor $\boldsymbol{A}$

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{A}_x + \boldsymbol{A}_y + \boldsymbol{A}_z = A_x \boldsymbol{e}_x + A_y \boldsymbol{e}_y + A_z \boldsymbol{e}_z \tag{1.1}$$

mit dem Betrag

$$|\boldsymbol{A}| = A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}. \tag{1.2}$$

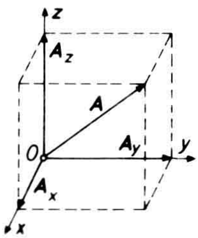

Bild 1.1 Räumlicher Vektor im kartesischen Koordinatensystem

Hierbei sind die Beträge der Komponenten des Vektors $\boldsymbol{A}$

$$\left.\begin{aligned} A_x &= \boldsymbol{A}\boldsymbol{e}_x = A\cos\alpha, \\ A_y &= \boldsymbol{A}\boldsymbol{e}_y = A\cos\beta, \\ A_z &= \boldsymbol{A}\boldsymbol{e}_z = A\cos\gamma, \end{aligned}\right\} \tag{1.3}$$

wo α, β, γ die Winkel sind, die der Vektor $\boldsymbol{A}$ mit den drei Achsen x, y, z bildet.

Das *Skalarprodukt* zweier Vektoren $\boldsymbol{A}$ und $\boldsymbol{B}$, die den Winkel α einschließen, ergibt mit Gl. (1.1) einen Skalar

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z = AB\cos\alpha = c. \tag{1.4}$$

Für die orthogonalen Einheitsvektoren in R3 erhält man

$$e_i e_i = 1; \quad e_i e_j = 0. \tag{1.5}$$

Dagegen ergibt das dreidimensionale vektorielle Produkt oder *Vektorprodukt* zweier Vektoren $\boldsymbol{A}$ und $\boldsymbol{B}$ nach Bild 1.2

$$\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B} = \boldsymbol{C} = -(\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{A}) \tag{1.6}$$

einen Vektor senkrecht auf der durch $\boldsymbol{A}$ und $\boldsymbol{B}$ gebildeten Fläche mit dem Betrag

$$|\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B}| = C = AB \sin \alpha. \tag{1.7}$$

Das ist der Flächeninhalt des durch die beiden Vektoren $\boldsymbol{A}$ und $\boldsymbol{B}$ gebildeten Parallelogramms. Die drei Vektoren $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ und $\boldsymbol{C}$ bilden ein Rechtssystem. Unter Beachtung der Reihenfolge x, y, z und des nichtkommutativen Charakters der vektoriellen Multiplikation erhält man dabei wegen

$$\boldsymbol{e}_i \times \boldsymbol{e}_j = \boldsymbol{e}_k = -(\boldsymbol{e}_j \times \boldsymbol{e}_i); \quad \boldsymbol{e}_i \times \boldsymbol{e}_i = 0 \tag{1.8}$$

für die beiden Vektoren $\boldsymbol{A}$ und $\boldsymbol{B}$ mit Gl. (1.1)

$$\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B} = (A_y B_z - A_z B_y)\boldsymbol{e}_x + (A_z B_x - A_x B_z)\boldsymbol{e}_y + (A_x B_y - A_y B_x)\boldsymbol{e}_z$$

oder, als Determinante angeschrieben,

$$\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B} = \begin{vmatrix} \boldsymbol{e}_x & \boldsymbol{e}_y & \boldsymbol{e}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \boldsymbol{C}. \tag{1.9}$$

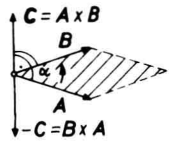

Bild 1.2
Zum Vektorprodukt zweier Vektoren im dreidimensionalen Raum

Aus der Definition des Vektorprodukts Bild 1.2 folgt, daß einem ebenen Flächenstück ein Vektor zugeordnet werden kann, den man in der dreidimensionalen Vektorrechnung als Flächenvektor $\boldsymbol{A}$ bezeichnet. Mit dieser Zuordnung ist der Flächenvektor $\boldsymbol{A}$ ein Vektor senkrecht zur ebenen Fläche A in Richtung der Normalen $\boldsymbol{n}$; sein Betrag ist gleich der Fläche, während seine Richtung mit dem Umlaufsinn der Flächenrandkurve eine Rechtsschraube bildet. Diese Zuordnung ist jedoch nicht umkehrbar eindeutig, da die Flächenform (Randkurve) bei gleichem Flächeninhalt verschieden sein kann.

Bem.: Man beachte, daß beide Produkte $\boldsymbol{AB}$ und $\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B}$ nicht umkehrbar eindeutig sind. Nach Gl. (1.4) kann der Skalar c durch skalare Multiplikation des Vektors $\boldsymbol{A}$ mit jeweils beliebig vielen Vektoren $\boldsymbol{B}$ gewonnen werden, sofern nur

$$B \cos \alpha = c/A.$$

Entsprechendes gilt wegen Gl. (1.7) auch für das Vektorprodukt.

Ist eine skalare oder vektorielle Größe eine Funktion des Ortes wie z.B. die potentielle Energie eines Körpers oder die Schwerkraft der Erde, so bezeichnet man diese Größe als skalare bzw. vektorielle *Ortsfunktion*. Eine skalare Ortsfunktion $\varphi(x, y, z)$ ordnet als Funktion von drei unabhängig Veränderlichen in ihrem Bereich jedem Punkt des Raumes einen Skalar zu, der ein Skalarfeld, z.B. ein Temperaturfeld beschreibt. Ist diese Zuordnung eindeutig und verbindet man Punkte gleichen Wertes φ, so erhält man eine Niveaufläche; ist insbesondere φ ein skalares Potential, so heißen diese Flächen *Äquipotentialflächen*. Auf einer Äquipotentialfläche ist $\varphi = \text{const}$.

Eine vektorielle Ortsfunktion

$$\boldsymbol{u}(x, y, z) = u_x(x, y, z)\boldsymbol{e}_x + u_y(x, y, z)\boldsymbol{e}_y + u_z(x, y, z)\boldsymbol{e}_z$$

bedeutet, drei Funktionen von jeweils drei unabhängig Veränderlichen. Eine solche Funktion ordnet in ihrem Bereich jedem Punkt des Raumes einen Vektor zu, der als Feldvektor ein Vektorfeld beschreibt. Dieses kann z.B. ein Kraftfeld oder ein Geschwindigkeitsfeld sein.

Die Richtung des Feldvektors, auch als Feldrichtung bezeichnet, kann man durch *Feldlinien* (Vektorlinien) angeben. Die Tangente in jedem Punkt auf einer Feldlinie gibt die Richtung des in diesem Punkt vorhandenen Feldvektors an. Verfolgt man nach Bild 1.3 die Feldlinien, die den Rand einer kleinen Fläche dA senkrecht zur Feldrichtung begrenzen, so erhält man eine *Vektorröhre* als röhrenartiges Gebilde. Durch den Querschnitt einer Vektorröhre ist der Fluß des Vektors $\boldsymbol{u}$

$$\Psi = \int \boldsymbol{u}\,\mathrm{d}A.$$

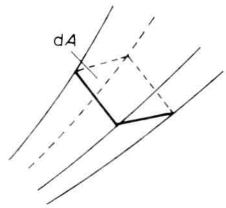

Bild 1.3 Vektorröhre

Je dichter die den Röhrenquerschnitt begrenzenden Feldlinien verlaufen, um so größer wird der Betrag des dort vorhandenen Feldvektors. Auf diese Weise kommt man zu einer anschaulichen Darstellung von Vektorfeldern mit quantitativ auswertbaren Feldbildern.

1.1.2 Elementare Differentialoperationen. Durch eine räumliche Differentiation erhält man

im Skalarfeld $\varphi(x, y, z)$ den Vektor $\operatorname{grad}\varphi$
im Vektorfeld $\boldsymbol{u}(x, y, z)$ den Skalar $\operatorname{div}\boldsymbol{u}$ oder
den Vektor $\operatorname{rot}\boldsymbol{u}$.

Ist im betrachteten Bereich eines Skalarfeldes $\varphi(x, y, z)$ eine stetige, differenzierbare Ortsfunktion, so wird der Zuwachs von φ beim Fortschreiten um d$\boldsymbol{n}$ mit den Koordinaten dx, dy, dz in Richtung des größten Anstiegs der Werte φ (Richtung normal zu einer Niveaufläche φ = const.)

$$\mathrm{d}\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x}\mathrm{d}x + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\mathrm{d}y + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\mathrm{d}z.$$

Wie man aus Bild 1.1 entnimmt, kann man setzen

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}n} = \cos\alpha, \quad \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}n} = \cos\beta, \quad \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}n} = \cos\gamma$$

und diese Ausdrücke jeweils als Kosinus der Richtungswinkel eines Vektors betrachten. Nach Gl. (1.3) lautet dann der so erhaltene Vektor (Monovektor)

$$\boxed{\operatorname{grad}\varphi = \frac{\partial\varphi}{\partial x}\boldsymbol{e}_x + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\boldsymbol{e}_y + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\boldsymbol{e}_z} \tag{1.10}$$

er heißt *Gradient* der skalaren Ortsfunktion φ. Sein Betrag ist

$$|\operatorname{grad}\varphi| = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}n} = \sqrt{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2}. \tag{1.11}$$