Эколого-экономические системы

МОДЕЛИ

ИНФОРМАЦИЯ

ЭКСПЕРИМЕНТ

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

ОГЛАВЛЕНИЕ

Владимир Иосифович Гурман
Владимир Александрович Дыхта
Нина Федоровна Кашина и др.

ЭКОЛОГО-ЭКОНОМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ: МОДЕЛИ, ИНФОРМАЦИЯ, ЭКСПЕРИМЕНТ

Утверждено к печати
Восточно-Сибирским филиалом СО АН СССР

Редактор издательства *Н. А. Лившиц*
Художественный редактор *В. И. Шумаков*
Художник *С. Н. Машков*
Технический редактор *С. А. Смородинова*
Корректоры *Е. Н. Зимина, О. А. Зимина*

ИБ № 30381

Сдано в набор 30.09.86. Подписано к печати 25.03.87. МН-02427. Формат 60×90 1/16. Бумага офсетная. Обыкновенная гарнитура. Высокая печать. Усл. печ. л. 13,5. Усл. кр.-отт. 13,5. Уч.-изд. л. 16,3. Тираж 1350 экз. Заказ № 384. Цена 2 р. 80 к.

Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Наука», Сибирское отделение. 630099, Новосибирск, 99, Советская, 18.
4-я типография издательства «Наука», 630077, Новосибирск, 77, Станиславского, 25.

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ВОСТОЧНО-СИБИРСКИЙ ФИЛИАЛ

ЭКОЛОГО-ЭКОНОМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ: МОДЕЛИ, ИНФОРМАЦИЯ, ЭКСПЕРИМЕНТ

Ответственный редактор
канд. физ.-мат. наук Л. Ю. Дамешек

НОВОСИБИРСК
ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
1987

УДК 519.95; 556.06

Эколого-экономические системы: Модели, информация, эксперимент/В. И. Гурман, В. А. Дыхта, Н. Ф. Кашина и др.— Новосибирск: Наука, 1987.

Рассматриваются методологические вопросы моделирования природно-экономических систем как сложных объектов, требующих скоординированного междисциплинарного подхода. Главное внимание уделяется вопросам наполнения математических моделей содержательной информацией. Подробно рассматривается метод возмущения и на его основе — схемы поиска необходимой информации, называемые абстрактными экспериментами, приводятся разнообразные примеры их практической реализации.

Книга предназначена для широкого круга специалистов, занимающихся проблемами анализа сложных (в первую очередь эколого-экономических) систем.

Авторы **В. И. Гурман, В. А. Дыхта, Н. Ф. Кашина, Н. В Амбросов, И. П. Багинов, А. Э. Балаян, В. А. Батурин, Г. В. Боховко, Г. В. Гречаный, Л. Ю. Дамешек, Е. В. Данилина, О. Б. Дюндик, Л. И. Иванова, Г. Н. Константинов, А. В. Кулагин, В. С. Михеев, Е. В. Осипова, Г. В. Сидоренко, Д. М. Скитневский, Д. И. Стом, В. А. Татарников, Т. В. Чемезова, А. К. Черкашин, Н. А. Шинкин**

Рецензенты *А. И. Москаленко, И. А. Башалханов*

Э $\frac{0604020102-775}{042(02)-87}$ 74—87—II

ПРЕДИСЛОВИЕ

В течение более десяти лет в вузах и академических институтах Восточной Сибири ведутся комплексные природно-экономические исследования с использованием математических моделей и ЭВМ. Они приобрели серьезное практическое значение для Байкальского региона, Иркутской области и распространяются на другие регионы Сибири. Впервые построен комплекс моделей, отображающий достаточно полно механизм взаимодействия природы и хозяйства региона, что позволило провести серию расчетов прогнозного и планового характера с соответствующими практическими рекомендациями. Результаты, полученные на различных этапах, отражены в ряде монографий, вышедших в издательстве «Наука», большинство которых издано под эгидой Комиссии по долгосрочным прогнозам природных явлений Президиума Восточно-Сибирского филиала СО АН СССР.

В настоящее время эти исследования стали более целенаправленными в связи с созданием при Президиуме Восточно-Сибирского филиала СО АН СССР Научного совета по анализу и моделированию эколого-экономических систем и утверждением комплексной программы «Регион», объединяющей более 20 академических организаций и вузов Сибири и имеющей целью создание системы эколого-экономических расчетов и ее практическое внедрение.

Данная монография, представляющая собой первую публикацию этого Совета, естественным образом продолжает вышеупомянутые работы и посвящена методологическим вопросам моделирования сверхсложных систем, к числу которых несомненно относятся природно-экономические региональные системы. Полученные результаты, да и сами столь длительные междисциплинарные исследования стали возможными благодаря новым подходам и принципам, учитывающим не только специфику междисциплинарных проблем, но и все реальные располагаемые средства и ресурсы исследований — модели, экспертов, экспериментальную базу, программно-информационные и технические средства. На данном этапе стало возможным их обобщение в виде некоторой единой схемы исследований и их организации.

С другой стороны, назрела и настоятельная необходимость в таком обобщении. Упомянутые выше работы объединяют весьма широкий круг различных специалистов из многих организаций. Это объединение — не НИИ или КБ, где можно решать организационные вопросы в приказном порядке. Взаимодействие здесь основано прежде всего на ясном понимании общей цели и принятой общесистемной методологии, если угодно — на доверии к ней, помогающем преодолевать серьезные психологические барьеры, неизбежно возникающие между разнородными специалистами. А это, в свою очередь, зависит во многом от того, насколько ясно и систематически эта методология изложена.

Эти обстоятельства и определили замысел и общий план предлагаемой читателю книги. На фоне изложения общих концепций моделирования и системного анализа природно-экономических объектов и вопросов автоматизации этих процедур, без которой реальное исследование столь сложных систем просто немыслимо (глава I), крупным планом выделяются информационные аспекты, и им уделяется основное внимание. Так, в главе II дается постановка основной информационной задачи — наполнения абстрактных математических моделей содержательной информацией, связывающей модели с прототипами, поясняется существо главной возникающей здесь специфической для сложных систем проблемы дефицита информации об объекте и намечаются новые подходы к ее решению. В главе III детально излагается основной из указанных подходов — метод возмущений, сочетающий традиционный статистический прогноз состояния сложной системы и описание механизма формирования отклонений от прогнозного состояния с помощью линейных и иных упрощенных соотношений. Последние позволяют сформулировать достаточно простые единые схемы активного поиска информации для определения многочисленных параметров модели, получившие название абстрактных экспериментов над компонентами сложной системы. В главе IV вводится понятие идеализированного эксперимента как интерпретация абстрактного эксперимента в терминах компонентов моделируемого объекта и даются примеры их реализации из химии, биологии, токсикологии (главным образом лабораторным путем). Далее приводятся примеры более сложных идеализированных экспериментов по взаимодействию отраслей экономики и компонентов природной среды и их реализации путем целенаправленной обработки разбросанных по различным неорганизованным источникам данных и организации специальных экспедиций.

Следует отметить, что в многочисленной литературе по вопросам моделирования и системного анализа эти вопросы почти не освещаются. Как правило, дело сводится либо к качественному исследованию абстрактных моделей подчас изощренными математическими методами, либо к описанию готовых конкретных моделей, наполненных информацией неизвестно каким образом. Это приводит к неверным представлениям о роли математических средств в изучении реальных систем у многих недостаточно искушенных исследователей. В ряде случаев эта роль переоценивается, когда считается, что математическое моделирование может просто заменить экспериментальные исследования. В других случаях она недооценивается и сводится лишь к статистической обработке накопленной экспериментальной информации. Данная книга призвана в какой-то мере восполнить этот существенный пробел.

Заметим также, что здесь практически не затрагиваются вопросы качественного анализа природно-экономических моделей, определяемого их спецификой. С этой проблематикой читатель может познакомиться достаточно подробно по книге, которая также имеет методологическую направленность [Системные исследования..., 1985].

Книга адресуется широкому кругу специалистов, занимающихся проблемами анализа природных, эколого-экономических и других сложных систем. В ней используется сравнительно простой математический аппарат, почти не выходящий за рамки обычной вузовской подготовки по естественным и экономическим специальностям.

Тем не менее, учитывая, что читатели книги могут быть и не слишком искушены в математических методах и терминологии, авторы и ответственный редактор сочли целесообразным составить небольшое математическое приложение, где поясняются используемые понятия.

Глава I

ВВЕДЕНИЕ. СЛОЖНЫЕ СИСТЕМЫ И ИХ МОДЕЛИРОВАНИЕ

§ 1. ПОНЯТИЕ СЛОЖНОГО ОБЪЕКТА (СИСТЕМЫ)

Системный анализ, системная методология все глубже проникают в практику современных научных исследований и разработок, формирования комплексных программ для решения сложных научных и практических проблем — технических, социально-экономических, военных, экологических и т. п. [Гладких, Люханов и др., 1976; Гвишиани, 1978; Квейд, 1969; Моисеев, 1981; Поспелов и др., 1981; Модели управления, 1981]. Системный подход особенно эффективен при широком использовании ЭВМ и математических методов исследования и принятия решений, что, в свою очередь, требует создания математических моделей различных объектов материального мира.

Широко известны самые общие принципы и этапы исследований в рамках такой методологии: концептуализация, т. е. выбор или построение абстрактных моделей, отвечающих представлениям об объекте; идентификация моделей — наполнение их реальной информацией об объекте; машинные эксперименты с моделями и теоретические исследования, принятие решений. Однако практическая реализация этих этапов в сильной степени зависит от особенностей исследуемого объекта, степени его сложности, условий его наблюдения, сроков и т. п.

Будем исходить из представления *о системе* как о целостном множестве элементов (объектов), физических или (и) концептуальных, связанных взаимными отношениями [Гвишиани, 1978]. В математике, где понятия модели и системы отождествляются, в общем случае оперируют [Месарович и др., 1973] представлением о системе как о совокупности двух произвольных множеств A, B и отношения $S : \{A, B, S\}$. Отношение S является подмножеством декартова произведения

$$S \subset A \cdot B, \ A \cdot B = \{(a, b) \mid a \in A, \ b \in B\}.$$

В частности, это может быть оператор (отображение)

$$F : A \to B.$$

Последнее понятие менее общее, однако вполне достаточное и удобное для многих целей.

Мы сосредоточим внимание на классе объектов, для которых характерна уникальность и невозможность или нежелательность по каким-либо причинам натурных экспериментов над объектом как источника информации при моделировании и принятии решений. Будем называть их сложными объектами, ограничивая действие этого не слишком оригинального термина лишь рамками данного изложения, поскольку четкое общепринятое определение интуитивного понятия сложного объекта (или сложной системы) нам неизвестно.

При конкретных исследованиях, моделировании и проектных разработках термин «сложная система» ассоциируется с объектом, состоящим из множества отдельных иерархически устроенных частей, функционирующих в тесном взаимодействии и составляющих единое целое [Бусленко, 1978]. Как правило, это системы, требующие междисциплинарного подхода при изучении.

Примерами могут служить крупное предприятие, космическая операция, экономика страны или мировая природно-социально-экономическая система. С этой точки зрения интересна серия монографий [Методология..., 1979; Елисеев, 1983] коллектива авторов, поставивших своей целью выяснение разных сторон развития сложных природных образований с использованием философских, математических, физико-химических и других методов. Объективная сложность изучаемых явлений обусловливает субъективную сложность их познания как систем особого рода, затрудняет развитие теоретической базы исследования, в частности мешает строгому определению предмета таких наук, как география, медицина, техника [Михайлов, 1980; Барг, 1984; Попов, 1984]. Естественной представляется следующая процедура их изучения. Объект делится (мысленно) на сравнительно однородные взаимодействующие части (так сказать, более низкого уровня), дается математическое описание этих частей с помощью экспериментов, знаний и опыта специалистов, а также дается описание связей. Тем самым строится его модель. Далее посредством теоретического изучения модели или экспериментов с ней достигается цель изучения объекта.

Такое расчленение и многоуровневое рассмотрение может соответствовать естественной иерархической структуре (организации) объектов реального мира, однако в общем случае оно имеет условный методологический характер, который хорошо выражает принцип идентификации неразличимости Лейбница [Александров, Горский, 1980]. По этому принципу система при описании делится на части, и все элементы, входящие в одну такую часть, считаются неразличимыми на этом уровне абстракции. Задаваясь некоторым следующим уровнем абстракции, можно любую полученную выше часть рассмотреть как систему со своей собственной структурой и т. д. Таким образом, сложный объект в принятом смысле — это объект уникальный, эксперимент с которым в прямом понимании этого слова недопустим. Его системный анализ осуществляется через анализ более простых объектов с последующим формированием теории и моделей отдельных предметных областей, исследованием полученных знаний для синтеза прогнозной информации об уникальном образовании.

Для математического описания сложных объектов в нашем понимании удобно пользоваться столь же общим, что и произвольный оператор, но более содержательным понятием сети операторов. Пусть имеется N операторов $f(i): X(i) \to Y(i)$, причем $X(i) = \prod_{q=1}^{n(i)} X_q(i)$*. Множества $X_q(i)$ с элементами $x_q(i)$ будем называть каналами. Будем говорить, что выход оператора i подается на вход оператора j, если найдется такой номер $q(j)$, что $x_q(j) = y(i)$. Операторы i и j в этом случае будем называть соединенными.

Пусть рассматриваемые операторы соединены по некоторой схеме, представляемой связным графом (рис. I.1). Такую систему будем называть сетью операторов. Возможны дополнительные ограничения типа $x(i) \in Q(i) \subset X(i)$, которые следует рассматривать как общесистемные. Если число $k(i)$ выходов других операторов, подаваемых на вход оператора i, меньше, чем $n(i)$, то оставшиеся свободные каналы будем называть каналами сети, а элементы множества $U(i) = \prod_{k(i)+1}^{n(i)} X_q(i)$ (без ограничения общности считаем, что свободные каналы имеют номера от $k(i)+1$ до $n(i)$) будем называть входами сети.

Описанную сеть можно рассматривать как некоторый оператор $F: X \to Y$, где $X = \prod_i U(i)$, а выход могут формировать выходы (не обязательно все) операторов сети. Оператор F по отношению к операторам сети будем называть оператором следующего верхнего уровня, а сеть из таких операторов — сетью следующего верхнего уровня (при сравнении в обратном порядке будем говорить об операторах и сети следующего нижнего уровня). Если заданы схема соединений и описание каждого оператора, то тем самым задано описание всей сети, или, иначе, задано описание оператора следующего верхнего уровня. Такое описание может оказаться сложным и плохо обозримым. Тогда может встать задача нахождения упрощенного описания оператора следующего верхнего уровня на основе изучения сети.

Полезно также несколько иное, более детализированное представление сети операторов, в котором явно выделены операторы связей (взаимодействий). Здесь уже приходится различать два класса составляющих операторов — операторы элементов (одноиндексные) и операторы взаимодействия (двухиндексные) (рис. I.2).

В первоначальном представлении каждый оператор связи можно считать объединенным с одним из «ближайших» элементарных операторов f_i.

---

* Прямое произведение множеств. Пусть имеются множества A, B, C,... с элементами a, b, c, ... Их прямым произведением $A \times B \times C \times \ldots$ называется множество Φ наборов $(a, b, c, \ldots)$, таких, что $a \in A$, $b \in B$, $c \in C$, ...

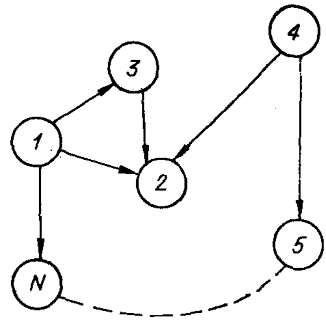

Рис. I.1. Сеть операторов.

Смысл такого подхода состоит в том, что проблема моделирования сложного объекта, представляющего собой систему взаимодействующих частей, сводится к определению топологий сети (из наблюдений) и описанию элементарных операторов сети. Как будет видно из дальнейшего, он открывает возможности для решения главной проблемы при моделировании сложных систем — проблемы информационного обеспечения.

Простейшим примером сети операторов служит цепочка (последовательность) операторов

$$y(i) = f(i,\ x(i),\ u(i)),\ y(i) = x(i+1),$$

или, иначе

$$x(i+1) = f(i,\ x(i),\ u(i)).$$

В качестве второго примера рассмотрим систему уравнений $\dot{x}_1 = x_2^2 + x_1$, $\dot{x}_2 = x_2 + u$, $\dot{x}_3 = x_2 + x_1$, $t \in [t_н,\ t_л]$ как сеть операторов, заданную графом Г (рис. I.3). Здесь $y(i) = f(i,\ z_1(i),\ z_2(i),\ u(i))$, $i = 1,\ 2,\ 3$,— операторы отдельно взятых линейных уравнений из системы, каждый из которых ставит в соответствие заданному начальному состоянию $z_1(i) = (\tau,\ x_i(\tau))$, $\tau \in T$, и внешнему воздействию $(z_2(i),\ u(i))$ — паре кусочно-непрерывных функций t — определенное решение уравнения на отрезке T. Через $U(i)$ обозначены свободные каналы входов операторов; $y(4) = (z(4))^2$ — простейший оператор возведения в квадрат. Подобное представление оказывается весьма удобным для линейных систем с разреженными матрицами.

Подчеркнем, что все рассмотренные понятия математической модели имеют одну и ту же природу и на таком абстрактном уровне ни одно из них не имеет смысла априори рассматривать как обобщение или конкретизацию другого. Какому из них отдать предпочтение — зависит от характера решаемой проблемы. Так, если нас интересует не внутреннее строение модели, а лишь то, что она отражает некоторую причинно-следственную связь, то понятие оператора, очевидно, предпочтительнее понятия сети операторов. Если нас интересует лишь факт связи между явлениями в реальной системе и не важно — что причина, а что следствие, то, по-видимому, лучше использовать понятие отношения, а не оператора и т. д.

Остановимся более подробно на том классе моделей, который играет важную роль при описании сложных объектов в целом или по частям по принципу сети операторов,— классе динамических моделей. Динамический аспект исследования свойствен сегодня не только механике и физике, но и биологии, экологии, экономике, частной социологии и другим наукам, выделяющим качественно

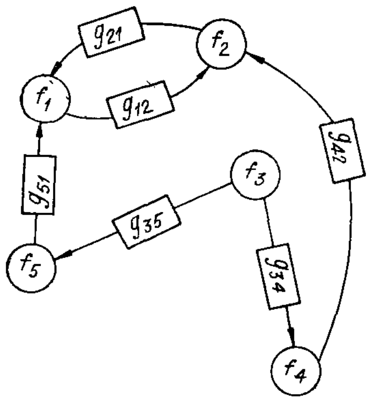

Рис. I.2. Сеть с операторами связей.

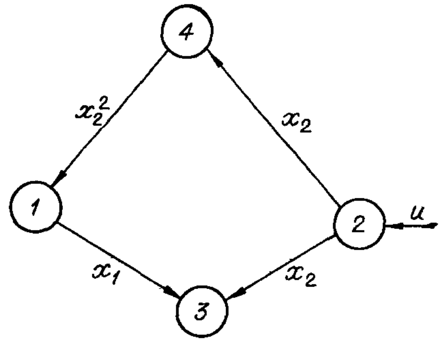

Рис. I.3. Граф для системы из трех дифференциальных уравнений первого порядка.

однородные элементы (особи животных и растений, биогеоценозы, продукты производства, людей) и изучающим их распределение по заданным состояниям (возраст, стоимость, положение в обществе) и изменение этих распределений во времени в результате перехода элементов из состояния в состояние.

Пусть имеется некоторый объект, состояние которого характеризуется либо числом x, либо последовательностью чисел $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, либо вообще элементом некоторого множества X_0, называемого пространством состояний.

Изменение состояния x во времени называется процессом. Если этим изменением можно управлять, то процесс называется управляемым. Пусть состояние рассматривается в определенные моменты времени $t(0)$, $t(1)$, ..., $t(K)$, $t(i+1) > t(i)$. Момент $t(0)^0$ и состояние в этот момент $x(0)$ будем называть начальными. Моменты $t(1)$, $t(2)$,... будем называть шагами, а соответствующие состояния $x(1)$, $x(2)$...— состояниями на 1-м, 2-м шаге и т. д. Управляемые процессы, как правило, принято описывать путем указания закономерности перехода от предыдущего состояния $x(i)$ к последующему $x(i+1)$ на каждом шаге в зависимости от управляющего воздействия, которое характеризуется некоторым вектором $u = (u_1, u_2, \ldots, u_r)$ (набором управляющих параметров) либо в общем случае элементом множества $U_{\text{д}}$, называемого множеством управлений.

Помимо управления на этот переход могут оказывать влияние также другие факторы, которые не поддаются управлению и строгому учету. Они характеризуются, так же как состояние и управление, некоторым вектором либо элементом множества другой природы, который часто называется возмущением.

Математическая модель управляемого процесса представляет собой, как правило, уравнение, связывающее последующее состояние с предыдущими состояниями, управлениями и возмущениями:

$$x(i+1) = f(\{t(i)\}, \{u(i)\}, \{v(i)\}). \qquad (I.1.1)$$

В том случае, когда неучтенные факторы настолько несущественны, что в математической модели ими можно пренебречь, вектор v не содержится в уравнении (I.1.1), и оно описывает, как говорят, процесс с полной информацией. В этом случае процесс полностью определяется, если задано начальное состояние $x(0)$ и управление на каждом шаге. В противном случае говорят о процессе с неполной информацией. При этом изменение состояния во времени определяется, если заданы начальное состояние, управление и возмущение на каждом шаге. Это изменение обычно называется реализацией управляемого процесса при заданном возмущении. В дальнейшем под термином «процесс» будем понимать математическую модель реального процесса.

В настоящее время наиболее распространенными и изученными представляются процессы, в которых последующее состояние зависит только от предыдущего состояния, управления и, может быть, неучтенных факторов:

$$x(i+1) = f(t(i),\ x(i),\ u(i),\ v(i)). \tag{I.1.2}$$

Они обычно называются процессами без последствия, или марковскими процессами.

Замечание. Уравнения типа (I.1.1) легко преобразуются к уравнениям типа (I.1.2) путем введения дополнительных переменных. Покажем это на примере. Пусть имеется уравнение

$$x(i+1) = f(i,\ x(i-1),\ u(i-2),\ v(i-1)).$$

Обозначим

$$x(i-1) = y^1(i), \quad u(i-2) = y^2(i),$$
$$u(i-1) = y^3(i), \quad v(i-1) = y^4(i).$$

В результате приходим к следующей системе уравнений:

$$x(i+1) = f(i,\ x(i),\ y^1(i),\ y^2(i),\ y^4(i));$$
$$y^1(i+1) = x(i); \quad y^2(i+1) = y^3(i);$$
$$y^3(i+1) = u(i); \quad y^4(i+1) = v(i).$$

В тех случаях, когда изменение состояния рассматривается в каждый момент времени на некотором промежутке, говорят о непрерывном процессе. Вместо уравнений (I.1.1) или (I.1.2) для описания таких процессов используются их предельные аналоги, в которых вместо последующего состояния $x(i+1)$ фигурирует скорость изменения состояния:

$$\dot{x}(i) = \lim_{t(i+1)\to t(i)} \frac{x(i+1) - x(i)}{t(i+1) - t(i)} \tag{I.1.3}$$

(разумеется, если такая операция на множестве X_0 определена). Выражение (I.1.3) означает, что скорость изменения состояния приближенно с любой точностью равна изменению состояния, отнесенному к соответствующему изменению времени, если последнее достаточно мало. При $t(i+1)-t(i) \to 0$

$$\dot{x}(i) \approx \frac{x(i+1)-x(i)}{t(i+1)-t(i)}.$$

Таким аналогом для уравнения (I.1.2) будет уравнение вида

$$\dot{x} = f(t,\ x(t),\ u(t),\ v(t)), \tag{I.1.4}$$

которое назовем дифференциальным уравнением с управлением и возмущением. Непрерывным аналогом уравнения (I.1.1) может служить уравнение с отклоняющимся аргументом

$$\begin{gathered}\dot{x} = (\{t-t_q\},\ \{x(t-t_q)\},\ \{u(t-t_q)\},\ \{v(t-t_q)\}),\\ q = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ t_0 = 0,\end{gathered} \tag{I.1.5}$$

или интегродифференциальное уравнение

$$\begin{gathered}\dot{x} = f\left(t,\ x(t),\ u(t),\ v(t),\ \left\{\int_{-\infty}^{t} K_q(t,\ s)\,x(s)\,ds\right\},\ \left\{\int_{-\infty}^{t} l_q(t,\ s)\,u(s)\,ds\right\},\right.\\ \left.\left\{\int_{-\infty}^{t} m_q(t,\ s)\,v(s)\,ds\right\}\right),\quad q = 0,\ 1,\ \ldots\end{gathered} \tag{I.1.6}$$

Помимо уравнений (I.1.1), (I.1.2), (I.1.4) на состояние x и управление u могут быть наложены дополнительные ограничения, определяемые реальными условиями, в которых протекает процесс. В модели это достигается путем задания некоторого множества X, которому должно принадлежать состояние x, и множества U, из которого может выбираться управление u. Ограничение последнего типа отражает реальное представление об ограниченных возможностях управляющих органов, т. е. материальных объектов, осуществляющих управление.

Подчеркнем формальный смысл понятий состояния и управления, связанный только с определенной математической моделью как продуктом идеализации.

Состояние задается в уравнениях (I.1.1), (I.1.2), (I.1.4), (I.1.6) вместе со своими производными по аргументу — скоростями (в дискретных моделях вместе со значениями на следующем шаге). Управления (и возмущения) представлены только значениями, соответствующими текущему и, может быть, предшествующим значениям аргумента.

Переменные состояния и управления в математической модели могут не соответствовать переменным, описывающим состояния реальных объектов и положение управляющих органов. Понятие времени t в рассматриваемых моделях управляемых процессов также формально. Это просто аргумент функций и уравнений.

Если состояние объекта описывается не конечным набором показателей, а их непрерывным распределением, например распределением температуры, влажности и концентрации солей по поверхности почвы, то оператор правой части может содержать операции над распределением, например дифференциальные операции по пространственным переменным для описания таких распространенных физических процессов, как диффузия и перенос. Этому соответствует уравнение в частных производных:

$$\frac{\partial x}{\partial t} = f(t, x(t, z), u(t, z)),$$

где z — пространственная переменная (параметр распределения), $f(\cdot)$ — некоторый дифференциальный оператор.

Хотя многие реальные объекты, в особенности относящиеся к категории сложных, распределены в пространстве (например, природные — леса, реки, почва и т. п.) и для их описания естественно было бы привлекать аппарат уравнений в частных производных, интегральных уравнений и других распределенных моделей, тем не менее многие известные модели таких объектов строятся в терминах обыкновенных или конечно-разностных уравнений (сосредоточенные модели). Одна из основных причин здесь, на наш взгляд, дискретный характер многих натурных наблюдений и соответствующей информации. Вторая — сложности машинной реализации модели, причем эта реализация в конечном итоге оказывается дискретной. Третья — желание использовать большой арсенал математических средств, созданных для исследования сосредоточенных систем.

Для учета пространственной структуры объектов в терминах сосредоточенных систем используется следующий один и тот же характерный прием: область распределения разбивается на отдельные участки (ячейки, камеры), и на каждом участке состояние объекта учитывается осредненно с помощью конечного набора (вектора) показателей. С этой точки зрения сосредоточенные модели можно рассматривать как дискретную реализацию распределенных моделей, но выполненную не на этапе вычислений, а на этапе описания объекта. Преимуществом здесь является то, что наряду с математическими методами на этом этапе эффективно «работает» интуиция исследователя. На какие ячейки разбить, какие показатели выбрать, чем в данной ячейке можно пренебречь и т. п.— вот круг практических вопросов, на которые интуиция эксперта в соответствующей области даст лучший ответ, чем любая теория разностных схем.

С другой стороны, ясно, что если распределенная модель допускает достаточно глубокое аналитическое исследование, то она предпочтительнее. Распределенные модели во многих случаях позволяют концентрированно и логически ясно отражать гипотезы, положенные в основу математической схематизации процесса, при этом их параметры имеют ясный практический смысл, что существенно облегчает как установление качественных зависимостей, так и нахождение их конкретного вида. Однако решить раз и навсегда — когда какой подход применять, по-видимому, невозможно, и это решается конкретными условиями исследования.

При построении динамических моделей объектов, имеющих массовый, статистический характер (ансамблей), которые в экологии распространены (например, популяции живых организмов), широко используется следующий подход. Задается дискретное (чаще всего конечное) пространство возможных состояний для одного элемента ансамбля посредством классификации по интересующим нас признакам (возраст, тип ландшафта, уровень энергии и т. п.). Элементы данного множества называются фазами. Состояние системы (ансамбля) в целом задается как распределение его элементов по фазам, т. е. как набор чисел $\{N_i\}$, показывающий, какое количество элементов из общего числа N находится в фазе i. Динамическая модель объекта при таком описании представляет собой систему уравнений баланса потоков I_{ij} элементов из i-го состояния в другие состояния и во внешнюю среду и обратно:

$$\frac{dN_i}{dt} = \sum_j I_{ji} - \sum_j I_{ij} - u_{0i},$$

причем величины I_{ij} могут быть функциями времени, распределения и, возможно, управления (внешнего воздействия), $I_{ij}(\{t, N_i\}, u)$, $u_0 = (u_{01}, \ldots, u_{0s})$ — специфическое управление (внешнее воздействие) типа изъятия — пополнения.

§ 2. КРАТКИЙ ОБЗОР СУЩЕСТВУЮЩИХ ПОДХОДОВ К МОДЕЛИРОВАНИЮ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Проблемам изучения сложных систем (объектов) посвящена обширная литература [Моисеев, 1981; Поспелов, 1981; Модели управления..., 1981; Гладких, Люханов, 1976; Гвишиани, 1978; Автоматизированная система..., 1980; Егоров и др., 1980; Квейд, 1969; Форрестер, 1978; Месарович, Пестель, 1974; Горстко, 1977; Юдин, 1981], в которой рассматриваются разнообразные методологические подходы. Отмечается, например, такое характерное свойство, как антиинтуитивность поведения сложной системы. Смысл его в том, что такая система не укладывается в пределы компетенции ни одного конкретного специалиста, так что нельзя полагаться на его предсказания, даже если он хорошо представляет себе какую-то часть системы. Это свойство, как видно, отражено в нашем «рабочем» определении сложного объекта.

Известно, что лучшим критерием для разнообразных теоретических подходов является практика. Опыт математического исследования такого сложного объекта, как природно-хозяйственный регион [Модели..., 1981; Взаимодействие..., 1981] с конкретной реализацией для Байкальского региона, и оценка существующих подходов с практических позиций позволяют выявить некоторые важные проблемы, которые не решены или, по крайней мере плохо освещены, что, на наш взгляд, препятствует распространению соответствующих методов решения на практике и снижает конечную эффективность. Прежде всего это чисто имитационная ориентация многих моделей. При моделировании делается упор на возможно более подробное описание объекта в надежде на то, что все остальное сделает всемогущая