БИБЛИОТЕЧКА
ИНОСТРАННЫХ
КНИГ ДЛЯ
ЭКОНОМИСТОВ
И СТАТИСТИКОВ

П. МЮЛЛЕР
П. НОЙМАН
Р. ШТОРМ

ТАБЛИЦЫ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКЕ

БИБЛИОТЕЧКА
ИНОСТРАННЫХ КНИГ
ДЛЯ ЭКОНОМИСТОВ
И СТАТИСТИКОВ

P. HEINZ MÜLLER, PETER NEUMANN, REGINA STORM

Tafeln der mathematischen Statistik

3. VERBESSERTE AUFLAGE

VEB Fachbuchverlag Leipzig

П. МЮЛЛЕР, П.

ТАБЛИЦЫ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКЕ

Перевод с немецкого и предисловие
В. М. Ивановой

Москва
«Финансы и статистика»
1982

ББК 517.8
М98

БИБЛИОТЕЧКА ИНОСТРАННЫХ КНИГ ДЛЯ ЭКОНОМИСТОВ И СТАТИСТИКОВ

Издательство «Финансы и статистика» выпускает серию книг иностранных авторов, рассчитанную на специалистов, нуждающихся в пополнении своих математических и статистических знаний. Задача серии — познакомить советского читателя с методами, применяемыми за рубежом в экономическом анализе и различных хозяйственных расчетах. В серию включаются также работы по общим вопросам статистики.

Вышли из печати книги:

1. М. Броуди. **О статистическом рассуждении.** 1968.
2. А. Бернстейн. **Справочник статистических решений.** 1968.
3. У. Дж. Рейхман. **Применение статистики.** 1969.
4. Х. Крыньский. **Математика для экономистов.** 1970.
5. С. Даймонд. **Мир вероятностей.** 1970.
6. А. Хьютсон. **Дисперсионный анализ.** 1971.
7. С. Лизер. **Эконометрические методы и задачи.** 1971.
8. Эм. Борель, Р. Дельтейль, Р. Юрон. **Вероятности, ошибки.** 1972.
9. **Статистические методы исследования корреляций в экономике.** 1972.
10. Л. Столерю. **Равновесие и экономический рост.** 1974.
11. Я. Окунь. **Факторный анализ.** 1974.
12. С. Сирл, У. Госман. **Матричная алгебра в экономике.** 1974.
13. Е. Грень. **Статистические игры и их применение.** 1975.
14. Д. Тёрнер. **Вероятность, статистика и исследование операций.** 1976.
15. Э. Кейн. **Экономическая статистика и эконометрия.** Вып. 1. 1977.
16. Э. Кейн. **Экономическая статистика и эконометрия.** Вып. 2. 1977.
17. Э. Колкот. **Проверка значимости.** 1978.
18. Г. Дэвид. **Метод парных сравнений.** 1978.
19. М. Г. Кенуй. **Быстрые статистические вычисления.** 1979.
20. Дж. Вайнберг, Дж. Шумекер. **Статистика.** 1979.
21. Н. Хастингс, Дж. Пикок. **Справочник по статистическим распределениям.** 1980.
22. А. Гильберт. **Как работать с матрицами.** 1981.
23. М. Кендэл. **Временные ряды.** 1981.
24. А. Эренберг. **Анализ и интерпретация статистических данных.** 1981.
25. Ю. Кюн. **Описательная и индуктивная статистика.** 1981.

$М \frac{0702000000^{1}—097}{010(01)—82}$ 42—82

[1] Второй индекс 1702060000.

ПРЕДИСЛОВИЕ К РУССКОМУ ИЗДАНИЮ

Предлагаемый советскому читателю сборник представляет собой подбор таблиц, с помощью которых можно обрабатывать наиболее часто встречающиеся в практике задачи статистики. О качестве издания свидетельствует тот факт, что книга за короткий срок выдержала в ГДР три издания, причем первое же издание было отмечено на конкурсе «Лучшие книги ГДР 1973 г.».

Следует отметить, что опубликованные в разное время в нашей стране такие сборники таблиц, как «Таблицы математической статистики» Большева Л. Н. и Смирнова Н. В., «Сборник статистических таблиц» Оуэна Д. Б. и «Математико-статистические таблицы» Янко Я., давно стали библиографической редкостью и не доступны новому поколению специалистов, активно использующих в своей работе теорию вероятностей и математическую статистику. Потребность в таких таблицах особенно велика в связи с увеличением круга задач, решаемых в различных отраслях народного хозяйства с привлечением математико-статистических методов.

Сборник содержит табулированные значения функций или квантилей наиболее часто используемых распределений. Число указанных в таблицах значащих цифр вполне достаточно для большинства практических вычислений. Кроме того, в сборнике приведены сведения о более подробных или обширных таблицах, которые можно найти также в дополнительном перечне литературы. Достоинством данного сборника является наличие большого числа асимптотических формул, позволяющих выполнять приближенные вычисления для значений аргументов, которые не охватываются таблицами.

Особой подробностью отличаются таблицы множителей, используемых для вычисления односторонних и двусторонних толерантных интервалов в случае нормальной генеральной совокупности при различных сочетаниях известных и неизвестных ее параметров. Кроме того, рассматриваются непараметрические толерантные интервалы. Использование последних может дать практику важную информацию о наличии доли элементов генеральной совокупности со значением признака, большего или меньшего, чем нас интересует, или внутри определенного интервала, с заданной вероятностью. В такой информации особенно часто нуждаются при статистическом регулировании качества, при решении вопросов взаимозаменяемости деталей. Полезным является также обстоятельный подбор таблиц критериев исключения резко выделяющихся наблюдений. С процедурой использования этих критериев приходится сталкиваться практику при первоначальной обработке данных.

При переводе сборника сохранены получившие широкое распространение в иностранной литературе, но мало привычные для советского читателя термины (например, «математическая и конкретная выборка»).

Сборник предназначен для лиц, владеющих основными понятиями теории вероятностей и математической статистики. Приведенные в нем сведения необходимы, главным образом, для ориентировки пользователя в способах применения таблиц. Этой же цели служат приведенные в каждом разделе примеры, иллюстрирующие решения типичных задач. Предлагаемый сборник таблиц, несомненно, будет способствовать освоению специалистами и студентами экономических вузов методов математической статистики и облегчит им решение практических задач.

В. Иванова

ПРЕДИСЛОВИЕ

Статистическая обработка результатов наблюдений представляет собой мощное, широко используемое вспомогательное средство количественных исследований. При анализе большого количества данных наряду с применением ЭВМ, как и прежде, часто производится ручная обработка данных. Немаловажное значение для быстрой оценки результатов приобретают соответствующие математико-статистические таблицы. При обучении студентов, а также при контакте с практиками авторы сами не раз ощущали необходимость в удобном и доступном наборе таких таблиц, что дало повод к изданию этой книги.

Содержание сборника в первую очередь ориентировано на решение наиболее часто встречающихся на практике задач и предназначено для широкого круга пользователей из самых различных отраслей народного хозяйства. Поэтому авторы старались излагать материал по возможности в общедоступной форме, однако не снижая его теоретический уровень. В разделе «Предварительные замечания» читатель найдет общие указания к таблицам, определения используемых терминов и обозначения вводимых сокращений.

«Предварительные замечания», относящиеся ко всем таблицам, сравнительно краткие. Поэтому дополнительно каждая таблица сопровождается более подробными конкретными пояснениями. В них авторы знакомят читателя с возможностями применения отдельных таблиц и иллюстрируют это на простых примерах с небольшим объемом вычислений, что способствует правильному многостороннему использованию таблиц. При этом от пользователя не требуется больших математических знаний. Кроме хорошего знания теории вероятностей, на которой в значительной степени основываются положения математической статистики, а также знакомства с функциональным анализом и интегральным исчислением для непосредственной численной оценки результатов требуется только выполнение арифметических операций.

При подборе материала особое внимание обращалось на основное назначение таблиц, с помощью которых может быть решено большое число статистических задач, возникающих на практике. Ограниченный выбор таблиц объясняется необходимостью сохранения разумного объема сборника. Например, из большого числа критериев резко выделяющихся величин приведена только определенная группа. Вынуждены были также полностью отказаться от таблиц гипергеометрического распределения. Это особенно неприятно тем, что гипергеометрическое распределение находит широкое применение. Но таблица этого распределения требует так много места, что можно рекомендовать ее воспроизведение в виде самостоятельного сборника. Несмотря на жесткие требования к объему сборника, авторы сочли необходимым сделать некоторые замечания. Прежде всего следует указать на разд. 21, где наряду с таблицами случайных чисел приводятся рекомендации по моделированию процессов, приобретающему все бóльшую актуальность.

Ссылки на другие (более полные) таблицы и на дополнительную литературу относятся к библиографическому списку. Например, в [28] приведена подробная таблица гипергеометрического распределения.

Предметный указатель в конце книги, а также шрифтовые выделения в тексте удобны при пользовании сборником.

Представленное здесь третье издание доработано и исправлено.

Авторы

ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

В этом разделе мы сделаем ряд общих замечаний, представляющих интерес для пользующихся таблицами. Прежде всего мы остановимся на употребляемых терминах и обозначениях. Кроме того, каждая таблица сопровождается индивидуальным описанием, отражающим ее специфику и возможности применения. Следует сразу отметить, что точные математические определения понятий теории вероятностей и математической статистики, а также подробное изложение статистических методов выходят за рамки данного сборника таблиц. По этим вопросам читатель может получить информацию, например, в [29] и [38]. Мы, напротив, выбрали упрощенную манеру рассуждения с целью облегчить решение статистических задач на практике.

Вначале бегло рассмотрим несколько основных понятий теории вероятностей, используемых далее. Само собой разумеется, что здесь не может быть и речи о подробном изложении основ теории вероятностей. Для более обстоятельного ознакомления мы опять отсылаем читателя к [29].

Если через X обозначить (действительную) случайную величину, то $\mathbf{P}(X < x)$ есть вероятность события, заключающегося в том, что случайная величина X в результате испытания примет значение, меньшее чем x. Функцию F_X, определяемую для каждого действительного числа x как $\mathbf{P}(X < x) = F_X(x)$, называют *функцией распределения вероятностей* случайной величины X.

Отметим некоторые общие свойства функции распределения. Так, каждая функция распределения F_X является монотонно неубывающей, непрерывной слева и удовлетворяющей условиям

$$\lim_{x \to -\infty} F_X(x) = 0 \text{ и } \lim_{x \to +\infty} F_X(x) = 1.$$

На практике различают случайные величины дискретного (прерывного) и непрерывного типа.

1. *Дискретные величины.* Функция распределения дискретной случайной величины является ступенчатой и может иметь не более чем счетное множество скачков в точках $x^{(1)}, x^{(2)}, \ldots$ Величины скачков равны

соответствующим вероятностям $p^{(1)}$, $p^{(2)}$, ..., определяемым как $\mathbf{P}\ (X = x^{(i)}) = p^{(i)}$, $i = 1, 2, \ldots$ При этом имеют место следующие соотношения:

$$p^{(i)} \geqslant 0, \quad i = 1, 2, \ldots,$$

$$\sum_i p^{(i)} = 1,^1$$

$$\sum_{i : x^{(i)} < x} p^{(i)} = F_X(x). \tag{0.1}$$

Итак, случайные величины и их распределения, удовлетворяющие приведенным соотношениям, называют *дискретными*, а $p^{(i)}$ — *вероятностями*, соответствующими возможным отдельным значениям этих величин.

Другой тип случайных величин, имеющих непрерывную функцию распределения, дифференцируемую при всех значениях аргумента, характеризуется обычно *плотностью* распределения f_X.

2. *Непрерывные величины*. Плотность распределения вероятностей обладает следующими свойствами:

$$f_X(x) \geqslant 0 \quad (-\infty < x < +\infty),$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(u)\,\mathrm{d}u = 1,$$

$$\int_{-\infty}^{x} f_X(u)\,\mathrm{d}u = F_X(x). \tag{0.2}$$

Случайные величины и распределения их вероятностей, имеющие эти свойства, называют *непрерывными*.

В теории вероятностей формулы (0.1) и (0.2) записывают в более общем виде с помощью интеграла Стилтьеса:

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} \mathrm{d}F_X(u). \tag{0.3}$$

Математическое ожидание (*среднее значение случайной величины*) $\mu = \mathbf{E}X$, *дисперсию* $\sigma^2 = \mathbf{D}^2X$, *начальный момент k-го порядка* $m_k = \mathbf{E}X^k$ и *центральный момент k-го порядка* $\mu_k = \mathbf{E}\ (X - \mu)^k$, $k = 1, 2, \ldots$, случайной величины X (если эти выражения существуют) определяют следующим образом:

для *дискретного* распределения

$$\mu = \sum_i x^{(i)} p^{(i)},$$

$$\sigma^2 = \sum_i (x^{(i)} - \mu)^2 p^{(i)},^2$$

для *непрерывного* распределения

$$\mu = \int_{-\infty}^{+\infty} u f_X(u)\,\mathrm{d}u,$$

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (u - \mu)^2 f_X(u)\,\mathrm{d}u,^2$$

---

[1] Символ $\sum_i$ означает суммирование по всему индексу.

[2] На практике для вычисления дисперсии предпочитают пользоваться формулой $\sigma^2 = m_2 - \mu^2$.

$$m_k = \sum_i x^{(i)\,k} p^{(i)}, \qquad m_k = \int_{-\infty}^{+\infty} u^k f_X(u)\,\mathrm{d}u,$$

$$\mu_k = \sum_i (x^{(i)} - \mu)^k p^{(i)}. \qquad \mu_k = \int_{-\infty}^{+\infty} (u-\mu)^k f_X(u)\,\mathrm{d}u.$$

Вполне очевидно, что $m_1 = \mu$, $\mu_1 = 0$, $\mu_2 = \sigma^2$. С помощью интеграла Стилтьеса получаем единые выражения моментов как для дискретного, так и для непрерывного распределений (ср. с (0.3)):

$$m_k = \int_{-\infty}^{+\infty} u^k\,\mathrm{d}F_X(u), \quad \mu_k = \int_{-\infty}^{+\infty} (u-\mu)^k\,\mathrm{d}F_X(u).$$

Важными характеристиками распределения, связанными с моментами, являются *стандартное отклонение* σ, *коэффициенты вариации* $v = \frac{\sigma}{\mu}$, *асимметрии* $\gamma = \frac{\mu_3}{\sigma_3}$ и *эксцесса* $\eta = \frac{\mu_4}{\sigma_4} - 3$.

Модой дискретного распределения называют такое значение $x^{(i)}$, которому соответствует наибольшая вероятность $p^{(i)}$. *Модой* непрерывного распределения называют такое значение x, для которого плотность f_X достигает максимума.

В данном сборнике таблиц мы придерживаемся следующего определения квантиля, которое в последнее время находит все большее распространение в литературе.

Если X — непрерывная случайная величина с функцией распределения F_X, то ее (нижним) *квантилем* x_q *порядка* q $(0 < q < 1)$ называют корень уравнения $F_X(x_q) = q$.

При определении понятия квантиля ограничимся пока случаем непрерывного распределения. Из дискретных распределений в данном сборнике таблиц это понятие применяется только к биномиальному. В соответствующем разделе понятие квантиля будет дано и для дискретного распределения.

Квантиль порядка $q = \frac{1}{2}$ называют *медианой*.

Говорят, что распределение вероятностей задано функцией распределения F_X на множестве всех возможных значений случайной величины X. При статистических рассуждениях область значений случайной величины с функцией распределения F_X называют *генеральной совокупностью* и обозначают M_X. Каждый элемент генеральной совокупности M_X, который может получиться как результат наблюдения над случайной величиной X, называют *реализацией* случайной величины X.

Если F_X — функция распределения случайной величины X, имеющей нормальное распределение вероятностей с параметрами μ и σ^2 (см. разд. 3), то говорят о нормально распределенной генеральной совокупности, обозначаемой $N(\mu, \sigma^2)$. Числовые характеристики случайной величины (например, математическое ожидание и дисперсия) также относят к соответствующей генеральной совокупности. В этом смысле говорят, например, о математическом ожидании и о дисперсии генеральной совокупности.

В *статистике* понятие *выборка* имеет основополагающее значение.

Здесь речь пойдет о математической интерпретации сущности выборочного наблюдения, когда из относительно обширной теоретической совокупности элементов последовательно отбирается значительно меньшее подмножество элементов. При этом отбор элементов должен производиться наудачу, каждый раз при одинаковых предпосылках и с соблюдением требования стохастической независимости.

В математической статистике рассматривают *математическую* и *конкретную выборки* [29].

Под *математической выборкой* объема n из генеральной совокупности M_X понимают n-мерный случайный вектор $(X_1, \ldots, X_n)$, элементы которого X_i, $i = 1, \ldots, n$, представляют собой взаимно независимые случайные величины с распределениями, одинаковыми с распределением X. Случайный вектор $(X_1, \ldots, X_n)$ имеет n-мерное распределение вероятностей (определяемое распределением величины X) по множеству всех векторов $(x_1, \ldots, x_n)$. Причем компоненты x_i, $i = 1, \ldots, n$, следует понимать как результаты n независимых опытов, при которых была наблюдена случайная величина X, т. е. числа x_i, $i = 1, \ldots, n$, являются элементами генеральной совокупности M_X. Каждый такой вектор $(x_1, \ldots, x_n)$ называют реализацией математической выборки $(X_1, \ldots, X_n)$ или *конкретной выборкой*.

Так как наша цель — получение численных оценок, мы в этом сборнике таблиц используем в основном только конкретные выборки $(x_1, \ldots, x_n)$, элементами x_i $(i = 1, \ldots, n)$ которых являются действительные числа из генеральной совокупности M_X. Они отражают конкретные результаты опытов. При различных статистических исследованиях исходят из так называемых *упорядоченных выборок* $(z_1, \ldots, z_n)$, которые получают путем ранжирования (т. е. расположения в определенном порядке) элементов x_i конкретной выборки $(x_1, \ldots, x_n)$ Элемент z_i называют в данном случае ранговым значением, а его порядковый номер i — *рангом*, $i = 1, \ldots, n$.

Большую роль играют так называемые *функции выборок*. Они определяют правило, согласно которому по результатам выборки вычисляются характеристики, используемые, например, для оценок параметров, построения доверительных интервалов и проверки статистических гипотез. В зависимости от того, какую функцию — математической или конкретной выборки при этом рассматривают — речь идет о случайной величине с соответствующим распределением либо о ее реализации, т. е. о числовом значении.

Простым, но важным примером функции выборки является выборочное среднее, которое для математической выборки $(X_1, \ldots, X_n)$ рассматривается как случайная величина

$$\overline{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i. \tag{0.4}$$

Для конкретной выборки $(x_1, \ldots, x_n)$ среднее, полученное по тому же правилу, является отдельным значением

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i. \tag{0.5}$$

Вполне очевидно, что $\bar{x}$ представляет собой реализацию случайной величины $\bar{X}$.

Так как при получении численных оценок исходят из конкретной выборки, то для практических целей проще и удобнее говорить о распределении функции выборки (0.5), хотя при этом будет иметься в виду функция выборки (0.4). В этом смысле будут далее обсуждаться все функции выборок, встречающиеся в данном сборнике таблиц. Особенно это касается статистик, обозначаемых символом t.

В книге приводится ряд критериев, часто применяемых на практике при различных статистических процедурах с привлечением данной подборки таблиц. Чаще всего речь идет о критериях значимости.

Критерий значимости на уровне значимости α $(0 < \alpha < 1)$ однозначно определяет правило, устанавливающее условия, при которых проверяемую статистическую гипотезу H следует отвергнуть либо принять на основании результатов конкретной выборки $(x_1, \ldots, x_n)$. При этом строят надлежащую выборочную характеристику гипотезы (статистику) t, являющуюся функцией от результатов наблюдений. Кроме того, устанавливают критическую область K в зависимости от α следующим образом: в предположении истинности гипотезы H вероятность того, что значение характеристики принадлежит критической области K, равна, самое большее, α. При осуществлении процедуры проверки гипотез вначале по результатам конкретной выборки вычисляют выборочную характеристику t. Если вычисленное значение характеристики попадает в критическую область K, то гипотеза H отвергается. В противном случае, т. е. если значение t не попадает в критическую область K, гипотеза H не вызывает возражений и данные выборки характеризуют ее как весьма возможную и правдоподобную.

Фактически при проведении статистической процедуры выдвинутой гипотезе H противопоставляется некая конкурирующая с ней гипотеза H_1, обычно называемая альтернативной. Обе гипотезы взаимно исключают друг друга, и в этой связи проверяемую гипотезу H часто называют нулевой и обозначают через H_0. Вследствие этого отклонение гипотезы H_0 означает принятие гипотезы H_1.

Критические области часто задаются в виде одной из следующих трех форм:

$$\{t : t > k_{\text{пр}}\}, \tag{0.6}$$

$$\{t : t < k_{\text{л}}\}, \tag{0.7}$$

$$\{t : (t > k_{\text{пр}}) \quad \text{или} \quad (t < k_{\text{л}})\}. \tag{0.8}$$

Таким образом, критические области можно задавать с помощью их границ $k_{\text{л}}$ и $k_{\text{пр}}$, которые называют *критическими величинами*. При заданном α их значения находят в соответствующих таблицах.

При задании критической области в виде (0.6) или (0.7) имеем *одностороннюю критическую область* (*правостороннюю* или *левостороннюю*) и говорят об *одностороннем критерии*. При задании критической области в виде (0.8) имеем *двустороннюю критическую область* и соответственно *двусторонний критерий*. Форма задания критической области зависит от постановки задачи при статистическом исследовании. В данном сборнике таблиц разбираются общие проблемы проверки гипотез, поэтому на виде критической области часто не акцентируется внимание.

Несколько таблиц в книге предназначено для определения *доверительных интервалов* для неизвестных параметров генеральной совокупности на основе конкретной выборки ($x_1, \ldots, x_n$). Построение доверительного интервала $J = [g_н, g_в]$ с доверительной вероятностью ε ($0 < \varepsilon < 1$) для параметра θ (на действительной числовой оси) выполняется по результатам выборочных наблюдений таким образом, что доверительный интервалпокрывает истинный параметр θ с вероятностью, по меньшей мере равной ε. Значения $g_н$ и $g_в$ называют соответственно *нижней* и *верхней доверительной границей*. При этом также возможно, что $g_н = -\infty$ или $g_в = +\infty$. При построении доверительного интервала в виде $J = (-\infty, g_в]$ (или в зависимости от постановки задачи исследования в виде $J = [0, g_в]$, см., например, разд. 4, применение 1б) говорят об *одностороннем* доверительном интервале с *верхней* границей $g_в$. В соответствии с этим $J = [g_н, +\infty]$ называют *односторонним* доверительным интервалом с *нижней* границей $g_н$. Таким образом, при построении одностороннего доверительного интервала по элементам выборки вычисляют только одну доверительную границу. В противном случае имеют дело с *двусторонним* доверительным интервалом.

Следует отметить, что построение доверительного интервала с доверительной вероятностью $\varepsilon = 1 - \alpha$ эквивалентно выполнению проверки статистической гипотезы на уровне значимости α (см. [29]).

Математико-статистические таблицы размещены по отдельным разделам сборника, в которых, кроме того, обсуждаются различные виды распределений, критерии значимости, построение доверительных интервалов и проблемы, связанные с применением той или иной таблицы. Номера таблиц совпадают с номерами разделов, в которых они расположены. При наличии нескольких таблиц в одном разделе к их номерам последовательно добавляются буквы А, Б, В, ...

Для записи десятичных дробей в этом сборнике вместо запятой используется десятичная точка. Для избежания многократных повторений опускается нуль перед десятичной точкой при указании десятичных дробей, меньших единицы. Так, при этом способе обозначения дробь 1/2 записывается как 0,5 или .5.

Точность табулированных значений в различных таблицах различна и зависит от практических потребностей. В соответствии с общим подходом в вычислительной математике отклонение цифры на k-м месте после десятичной точки по сравнению с соответствующим точным значением не превосходит $0.5 \cdot 10^{-k}$.

Табличные значения получены в основном путем округления десятичных дробей, вычисленных с достаточным количеством десятичных знаков, до желаемого числа разрядов. В связи с этим обращаем внимание на то, что накопленные вероятности в табл. 1Б и 2Б не являются результатами суммирования округленных значений вероятностей, указанных в табл. 1А и 2А.

Таблицы составлены большей частью очень подробно, так что к интерполяции приходится прибегать очень редко. Желаемые промежуточные значения можно получить путем линейной интерполяции или, в случае необходимости, прибегая к интерполяции более высокого порядка.

В сборнике приведено большое число асимптотических формул. Во-первых, это соответствует тому известному факту, что точные законы распределения выборочных характеристик уже при умеренно больших объемах выборок достаточно хорошо совпадают с асимптотическими. Во-вторых, с помощью таких *асимптотических соотношений* (мы обозначаем их символом $\sim$) появляется возможность вычисления значений вне табулированной области. Символом $\approx$ мы обозначаем *приближенное равенство*, которое не обязательно основано на асимптотическом соотношении.

1 БИНОМИАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

Дискретная случайная величина X имеет биномиальное распределение с параметрами n и p, если вероятности отдельных ее значений определяют следующим образом:

$$\mathbf{P}(X=k)=b(k;\, n,\, p)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}, \tag{1.1}$$

$$k=0, 1, \ldots, n,\quad n=1, 2, 3, \ldots,\quad 0\leqslant p\leqslant 1.$$

В соответствии с определением следует положить $b(0;\, n,\, 0)=1$.

График биномиального распределения вероятностей представлен на рис. 1.1.

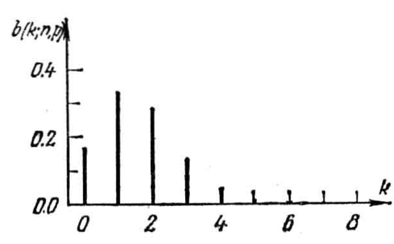

Рис. 1.1. Биномиальное распределение $b(k;\, n,\, p)$ при $n=8$ и $p=0.2$

Значения биномиальных коэффициентов в (1.1) определяют по формуле

$$\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!\,(n-k)!},\ \text{где } n!=1\cdot 2\ldots n,\quad 0!=1.$$

Биномиальные коэффициенты имеют следующие **свойства:**

$$\binom{n}{k}=\frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{1\cdot 2\ldots k}\quad\text{и}\quad\binom{n}{k}=\binom{n}{n-k}.$$