

collection

essec



Anne-Marie DUSSAIX

Jean-Pierre INDJEHAGOPIAN

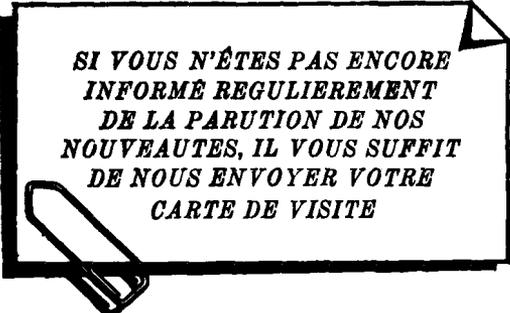
économie  
et  
gestion

# méthodes statistiques appliquées à la gestion



les éditions  
d'organisation

*Nous adressons nos remerciements à Maître OLIVIER, directeur général du groupe ESSEC, et Jean-Claude TARONDEAU, directeur du CERESSEC, sans lesquels cet ouvrage n'aurait pas vu le jour, à Claude BOULANGER et Annie CVETIC qui ont frappé le manuscrit avec talent et compétence. Les remarques et commentaires de nos étudiants ESSEC et des participants aux crédits de formation continue de l'ISSEC nous ont été précieux ; qu'ils en soient ici remerciés.*



**SI VOUS N'ÊTES PAS ENCORE  
INFORMÉ RÉGULIÈREMENT  
DE LA PARUTION DE NOS  
NOUVEAUTÉS, IL VOUS SUFFIT  
DE NOUS ENVOYER VOTRE  
CARTE DE VISITE**



# MÉTHODES STATISTIQUES APPLIQUÉES A LA GESTION

La loi du 11 mars 1957 n'autorisant, aux termes des alinéas 2 et 3 de l'article 41, d'une part, que les « copies ou reproductions strictement réservées à l'usage privé du copiste et non destinées à une utilisation collective » et, d'autre part que les analyses et les courtes citations dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction intégrale, ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause, est illicite » (alinéa 1<sup>er</sup> de l'article 40).

Cette représentation ou reproduction, par quelque procédé que ce soit, constituerait donc une contrefaçon sanctionnée par les articles 425 et suivants du Code Pénal.

© Les Éditions d'Organisation, Paris, 1979.

**Collection ESSEC / Économie et gestion**  
dirigée par Jean-Claude TARONDEAU

---

Anne-Marie DUSSAIX

*Doctorat de 3<sup>e</sup> cycle en statistiques,  
Professeur associé à l'ESSEC*

Jean-Pierre INDJEHAGOPIAN

*Doctorat de 3<sup>e</sup> cycle en statistique  
mathématique, diplômé de l'Institut de  
Statistique de l'Université de Paris,  
Professeur à l'ESSEC*

# MÉTHODES STATISTIQUES APPLIQUÉES A LA GESTION

*2<sup>e</sup> édition*

**les éditions d'organisation**

5, rue Rousselet, 75007 PARIS

**Dans la collection ESSEC / Économie et gestion :**

**Ichak ADIZES**

**L'ère du travail en équipe.**

*La méthode Adizes.*

**Claude BEAUCOURT**

**Stratégies de l'entreprise en difficulté.**

**Jean-Claude TARONDEAU**

**L'acte d'achat et la politique d'approvisionnement.**

**Raymond-Alain THIETART**

**La dynamique de l'homme au travail.**

*Une nouvelle approche par l'analyse de systèmes.*

**Bernard YON**

**La fonction « chef de produit ».**

## Table des matières

	Pages
CHAPITRE 1 : STATISTIQUE DESCRIPTIVE ET PROBABILITÉS : RAPPELS .....	15
1 — Statistique descriptive .....	15
1.1. Notion de population et d'individu, de variable ou de caractère statistique .....	15
1.2. Distribution statistique et représentation graphique .....	16
1.3. Description numérique d'une distribution statistique .....	18
2 — Le calcul des probabilités .....	23
2.1. Lois de probabilités usuelles .....	24
2.2. Somme de variables aléatoires .....	28
CHAPITRE 2 : ÉCHANTILLON ALÉATOIRE SIMPLE ET ESTIMA- TION .....	33
1 — Tirage d'un échantillon aléatoire simple .....	34
1.1. La méthode élémentaire : le tirage au hasard .....	34
1.2. La méthode de tirage systématique .....	36
1.3. La méthode de tirage avec probabilités inégales .....	36
2 — Échantillonnage et estimation dans le cas d'un échantillon aléa- toire simple : cas d'une proportion .....	38
2.1. Le problème .....	39
2.2. Propriétés des échantillons .....	39

	Pages
2.3. Estimation d'une proportion à l'aide d'un échantillon : estimation ponctuelle et par intervalle de confiance .....	42
2.4. Détermination de la taille d'un échantillon .....	46
3 — Échantillonnage et estimation dans le cas d'un échantillon aléa- toire simple : cas d'une moyenne .....	47
3.1. Le problème .....	47
3.2. Propriétés des échantillons .....	48
3.3. Estimation de la moyenne d'une population à l'aide d'un échantillon : estimation ponctuelle et par intervalle de con- fiance .....	52
3.4. Détermination de la taille d'un échantillon .....	57
4 — Un exemple d'application en audit .....	58
5 — Récapitulatif .....	61
ANNEXE 1 — Démonstration des deux propriétés .....	63
$E(f_n) = p$ et $V(f_n) = p(1-p)/n$	
ANNEXE 2 — Détermination de la taille d'échantillon dans le cas de tirage avec remise .....	64
ANNEXE 3 — Démonstration de la propriété $E(\hat{m}) = m$ .....	65
ANNEXE 4 — Cas des petits échantillons .....	67
ANNEXE 5 — Construction d'un intervalle de confiance dans le cas : $n < 30$ .....	68
CHAPITRE 3 : AUTRES MÉTHODES DE SONDAGE .....	75
1 — Autres méthodes de sondage aléatoire .....	76
1.1. La stratification .....	76
1.2. Sondage à deux degrés, sondage par grappes et sondage systématique .....	81
2 — Une méthode de sondage empirique : la méthode des quotas ...	83
2.1. Définition .....	84
2.2. Construction des quotas sur un exemple .....	84
2.3. Mise en œuvre de la méthode .....	86
2.4. Avantages et inconvénients .....	86

	Pages
CHAPITRE 4 : TESTS STATISTIQUES.....	91
1 — Tests de comparaison à un standard .....	92
1.1. Test de comparaison d'une proportion à un standard.....	92
1.2. Test de comparaison d'une moyenne à un standard .....	96
2 — Tests de comparaison de deux échantillons.....	99
2.1. Test de comparaison de deux pourcentages.....	99
2.2. Test de comparaison de deux moyennes.....	102
3 — Tests d'indépendance.....	106
3.1. Test d'indépendance de deux caractères .....	106
3.2. Test de liaison linéaire entre deux variables.....	114
3.3. Test de liaison entre deux rangs .....	118
3.4. Le rapport de corrélation .....	123
EXERCICES CORRIGÉS .....	125
ANNEXE 1 — Test de comparaison d'une moyenne à une norme lorsque la taille d'échantillon est inférieure à 30.....	134
ANNEXE 2 — Test de comparaison de deux moyennes lorsque $n_1$ ou $n_2$ sont inférieurs à 30 : le test de Student .....	135
ANNEXE 3 — Équation d'analyse de variance et tableau d'analyse de variance .....	137
CHAPITRE 5 : MODÈLE LINÉAIRE GÉNÉRAL.....	143
1 — Le modèle de régression simple .....	144
1.1. Le modèle et ses hypothèses .....	145
1.2. Estimation des coefficients du modèle de régression .....	149
1.3. Décomposition de la somme des carrés. Coefficient de détermination $R^2$ .....	154
1.4. Propriétés statistiques des estimateurs des moindres carrés ..	157
1.5. Construction d'intervalles de confiance .....	160
1.6. Tests d'hypothèses .....	162
2 — Le modèle de régression linéaire multiple .....	170
2.1. Le modèle et ses hypothèses .....	170

	Pages
2.2. Estimation des coefficients du modèle de régression multiple.....	172
2.3. Propriétés statistiques des estimateurs.....	177
2.4. Construction d'intervalles de confiance et tests d'hypothèses.....	179
2.5. Procédures de choix des variables explicatives.....	188
2.6. Examen des résidus.....	188
2.7. Analyse de variance et analyse de covariance.....	192
ANNEXE 1 — Lois de probabilité des estimateurs $\hat{a}$ et $\hat{b}$ (modèle de régression simple).....	193
ANNEXE 2 — Loi de probabilité du rapport F.....	194
ANNEXE 3 — Coefficient de corrélation partiel et méthode de régression pas à pas.....	194
CHAPITRE 6 : ANALYSE DES DONNÉES MULTIDIMENSIONNELLES.....	197
1 — Analyse factorielle en composantes principales.....	198
1.1. Principes de la méthode.....	198
1.2. Recherche d'un espace de représentation dans $R^p$ .....	199
1.3. Recherche d'un espace de représentation dans $R^n$ .....	204
1.4. Relation entre les ajustements dans $R^p$ et dans $R^n$ .....	206
1.5. Qualité de la représentation dans $R^p$ et dans $R^n$ .....	207
1.6. Exemple d'application.....	208
2 — Analyse factorielle des correspondances.....	216
2.1. Principe de la méthode.....	216
2.2. Analyse dans $R^p$ .....	219
2.3. Lien entre les représentations dans $R^p$ et $R^n$ .....	222
2.4. Exemple d'application.....	226
3 — Autres méthodes d'analyse des données multidimensionnelles.....	237
3.1. Le modèle linéaire général.....	237
3.2. La segmentation.....	238
3.3. L'analyse canonique.....	238

	Pages
3.4. Les méthodes de mesure conjointe . . . . .	239
3.5. L'analyse discriminante . . . . .	239
3.6. Les méthodes de typologie . . . . .	239
3.7. L'analyse multidimensionnelle des proximités et des préférences . . . . .	240
<b>CHAPITRE 7 : MÉTHODES DE PRÉVISION . . . . .</b>	<b>243</b>
1 - Les méthodes d'extrapolation . . . . .	244
1.1. Principe des méthodes d'extrapolation . . . . .	244
1.2. Méthodes de détermination de la composante tendancielle et de la composante saisonnière . . . . .	252
1.3. Le lissage exponentiel . . . . .	263
2 - Méthodes explicatives . . . . .	270
2.1. La méthode de Box et Jenkins . . . . .	270
2.2. Prévision dans les modèles de régression linéaire . . . . .	287
<b>ANNEXE : TABLES STATISTIQUES . . . . .</b>	<b>297</b>
A <sub>1</sub> - Fonction de répartition de la loi normale centrée réduite . . . . .	298
A <sub>2</sub> - Fractiles de la loi de Student . . . . .	299
A <sub>3</sub> - Fractiles de la loi du $\chi^2$ . . . . .	300
A <sub>4</sub> - Fractiles de la loi de Fisher-Snédecor . . . . .	301
A <sub>5</sub> - Table de correspondance entre r et z . . . . .	305



## Avant-propos

*Ce livre est issu des cours que nous donnons depuis plusieurs années dans le cadre du groupe ESSEC, à l'ESSEC et à l'ISSEC. Il nous a été nécessaire dans ces cours de développer des notes expliquant de façon efficace les concepts et techniques de la statistique : le principe des sondages et de l'estimation, les procédures de décision à partir d'un échantillon, les méthodes essentielles de la prévision quantitative, le modèle de régression et certaines techniques d'analyse des données multidimensionnelles comme l'analyse en composantes principales et l'analyse des correspondances.*

*Il existe en effet des ouvrages traitant de chacun de ces points, mais ces ouvrages sont le plus souvent destinés aux statisticiens ou aux spécialistes de telle ou telle question. Et il ne nous était pas possible, dans le cadre de ces cours donnés en formation continue ou à des étudiants en gestion, d'être aussi exhaustifs au niveau de chaque méthode. Nous essayons par contre de présenter de façon efficace les principaux concepts et méthodes statistiques utilisés actuellement.*

*Ce livre s'adresse donc aux cadres en formation continue désireux d'avoir une bonne connaissance des méthodes statistiques et de leurs diverses utilisations et aux étudiants des écoles commerciales et des universités de gestion. Il suppose acquises les connaissances de statistique descriptive et de calcul des probabilités qui constituent l'essentiel des livres d'enseignement programmé de C. Rameau<sup>(1)</sup>.*

*Cet ouvrage a donc un triple objectif :*

*— Constituer le document de base pour des cours de formation aux méthodes statistiques et leurs utilisations dans le domaine de la gestion.*

*— Fournir aux cadres des entreprises qui ont à mettre en œuvre des analyses statistiques un livre de référence concernant les principales méthodes : une bibliographie en fin de chapitre leur permettra de compléter éventuellement leurs connaissances.*

---

(1) Claude Rameau, *Les statistiques, un outil du management*, tomes I et II, Les Éditions d'Organisation, Paris, 1973.

— *Procurer enfin à tous ceux qui ont à dialoguer avec des statisticiens ou à utiliser les résultats d'analyses statistiques les connaissances nécessaires à une bonne compréhension et à la critique de ces résultats.*

*Nous avons cependant laissé de côté ce qui concerne la théorie de la décision et des jeux et reportons le lecteur aux ouvrages de J.-P. Ponssard et C. Rameau <sup>(2)</sup> pour un exposé de cette théorie.*

---

(2) Claude Rameau, *La prise de décision : acte de management*, Les Éditions d'Organisation, Paris, 1972 ; J.-P. Ponssard, *Logique de la négociation et théorie des jeux*, Les Éditions d'Organisation, Paris, 1977.

## Statistique descriptive et probabilités : rappels

Ce chapitre introductif constitue un rappel des principales notions de statistique descriptive et de calcul des probabilités qui doivent être connues par le lecteur pour la bonne compréhension de la suite de l'ouvrage.

Le lecteur désireux de compléter ces rappels pourra se reporter aux ouvrages de Rameau, 1972.

Le paragraphe 1 de ce chapitre traite de la statistique descriptive, le paragraphe 2 concerne les rappels de calcul des probabilités.

### 1 — STATISTIQUE DESCRIPTIVE

L'objet de la *statistique descriptive* est de donner une description quantitative des ensembles nombreux et donc de mettre en ordre, de résumer des informations numériques. Ces informations seront mises en ordre dans des tableaux ou des graphiques et résumées par des nombres : moyenne, écart-type, indices, etc.

#### 1.1. NOTION DE POPULATION ET D'INDIVIDU, DE VARIABLE OU DE CARACTÈRE STATISTIQUE

Etant donné un phénomène auquel on s'intéresse (vote pour tel ou tel parti politique, opinion sur telle ou telle marque de bière, etc.), l'ensemble

des individus *concernés* par le phénomène étudié s'appelle la *population*. Comme il est en général, sinon impossible, du moins très coûteux de recueillir des informations sur l'ensemble de la population, on ne fait en général porter l'observation que sur une fraction de cette population appelée *échantillon*. Les individus de l'échantillon peuvent être observés sous plusieurs aspects que l'on appelle *caractères* ou *variables*. Ces caractères ou variables peuvent présenter différentes *modalités* selon les individus.

Prenons un exemple : si l'on s'intéresse aux résultats possibles du vote pour les prochaines élections législatives en France, la population est l'ensemble des Français qui seront inscrits sur les listes électorales pour les élections législatives. Le caractère étudié est le vote dans une circonscription pour tel ou tel candidat. Dans une circonscription, il y a donc autant de modalités que de candidats plus la modalité « ne sait pas ».

La *définition des modalités* d'un caractère et de leur nombre est souvent délicate : quand on s'attache à l'âge d'un individu, comment définir des classes d'âge ? Tout dépend en fait du problème étudié : la définition des classes d'âge sera très différente s'il s'agit de l'opinion des femmes sur les aliments pour enfants ou de l'opinion des Français sur la retraite. La définition des modalités d'un caractère n'est donc pas unique, mais les modalités doivent être définies de telle sorte que chaque individu de la population présente une modalité et une seule.

On distingue habituellement trois types de caractères :

1 — Les caractères *nominaux* ou *qualitatifs*. Ce seront exclusivement ceux que nous nommerons caractères. Un caractère qualitatif est un caractère dont les différentes modalités ne sont pas mesurables : on ne peut pas leur faire correspondre un nombre (exemples : couleur des yeux, vote à des élections législatives...).

2 — Les *variables ordinales*. Une variable ordinale est une variable dont les différentes modalités sont liées entre elles par une relation d'ordre et correspondent donc à un classement (exemple : l'opinion d'un individu sur un produit exprimé sous la forme « très défavorable », « plutôt défavorable », « neutre », « plutôt favorable », « très favorable »).

3 — Les variables *quantitatives* ou *numériques*. Une variable est dite quantitative si les valeurs qu'elle prend sont des nombres (exemples : la taille d'un individu, le nombre d'enfants d'un ménage, le diamètre des pièces à la sortie d'une machine). On distingue les variables quantitatives discontinues (nombre d'enfants d'un ménage) et les variables quantitatives continues (taille d'un individu, diamètre des pièces,...).

## 1.2. DISTRIBUTION STATISTIQUE ET REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

Un échantillon ayant été tiré de la population et l'observation du caractère ou de la variable faite sur les individus de l'échantillon, on regroupe ces observations dans des *tableaux* où, pour chaque modalité du caractère ou classe de valeurs de la variable étudiée, on a le nombre d'individus appartenant à cette classe, c'est-à-dire l'*effectif* de cette classe. Un exemple de tableau statistique est donné dans le tableau 1.1.