

Bernard GUERRIEN

Bertrand NEZEYS

MICROECONOMIE ET CALCUL ECONOMIQUE

Cours et exercices corrigés

2^e édition



ECONOMICA

Bernard GUERRIEN Bertrand NEZEYS

Université de Paris I - Panthéon Sorbonne

MICROECONOMIE ET CALCUL ECONOMIQUE

Cours et exercices corrigés

2^e édition



ECONOMICA

49, rue Héricart, 75015 Paris

© Ed. ÉCONOMICA, 1987

Tous droits de reproduction, de traduction, d'adaptation et d'exécution
réservés pour tous les pays.

INTRODUCTION A LA DEUXIEME EDITION

Cette édition garde le même objectif que la précédente : présenter de la façon la plus simple possible, tout en préservant la rigueur mathématique, les principaux concepts et résultats de la microéconomie, telle qu'elle est traditionnellement enseignée. La démarche utilisée a été également préservée : faciliter la compréhension grâce à de nombreux exercices, corrigés de façon détaillée, qui permettent de voir les principaux aspects des thèmes traités.

Mais cette deuxième édition présente un certain nombre de différences, que nous espérons être des améliorations, par rapport à la première. Ainsi, un nouveau chapitre a été rajouté, qui porte sur l'important problème des choix en incertitude ; bien entendu, il n'a pas la prétention de traiter à fond de ce problème complexe dont la théorie est encore peu avancée, mais tout au moins permet-il de se faire une idée sur la façon dont il peut être formalisé. Par ailleurs, la rédaction de la partie théorique, ou «de cours», de la plupart des chapitres a été revue et même, parfois, complètement refaite, de façon à la rendre la plus claire possible.

Ce souci de clarification intervient aussi au niveau des mathématiques utilisées ; c'est ainsi que les «rappels de mathématiques» ont été profondément remaniés et que l'on a complètement abandonné l'approche par les différentielles, au profit de celle par la «dérivation en chaîne», plus rigoureuse et d'une utilisation aisée, après un peu d'entraînement, au moyen d'exercices, par exemple. Si nécessaire, le lecteur peut compléter ses connaissances mathématiques en consultant *Analyses mathématiques pour Economistes* de G. Archinard et B. Guerrien (éditions Economica), ouvrage conçu pour compléter celui-ci, notamment en donnant toutes les démonstrations fondamentales.

En ce qui concerne le niveau requis en mathématiques, nous avons toujours gardé comme référence les titulaires d'un bac B, tout en leur demandant d'«accepter» sans démonstration certains résultats (par exemple, le théorème des fonctions implicites) ou certaines techniques de calcul, telle la méthode des multiplicateurs de Lagrange, dont nous donnons, d'ailleurs, une justification théorique, dans les chapitres VII et VIII.

Tout en essayant de faire «le tour de la question» aussi complètement que possible, la présentation des principaux concepts, démonstrations et résultats du cours demeure assez succincte. Le lecteur qui voudrait approfondir tel ou tel point peut consulter les ouvrages suivants, qui complètent bien celui-ci : *La Théorie Néo-Classique* de B. Guerrien (Economica), *Microéconomie* de Henderson et Quandt (Dunod) et *Leçons de théorie microéconomique* d'E. Malinvaud (Dunod).

RAPPELS DE MATHÉMATIQUES

Présentation

Les rappels de mathématiques donnés ici sont pour la plupart indispensables pour pouvoir traiter la suite de cet ouvrage. Le lecteur ne peut les négliger : c'est pourquoi nous ne les avons pas mis en annexe.

La première partie, concernant les fonctions d'une variable doit lui être familière.

Par contre, celle concernant les fonctions de plusieurs variables est peut-être nouvelle pour lui. S'il n'est pas indispensable qu'il domine parfaitement la représentation graphique dans $\mathbb{R}^3$ il doit par contre savoir calculer des dérivées partielles (somme, produit, « en chaîne ») et utiliser la méthode des multiplicateurs de Lagrange, d'un usage courant dans la théorie de l'optimisation sous contrainte.

Nous avons mis en annexe l'étude des fonctions convexes et concaves, souvent utilisées lors de la détermination des extrema d'une fonction : le lecteur peut, s'il le veut, se reporter immédiatement à cette annexe.

Plus généralement, il trouvera exposés, de façon rigoureuse et détaillée, les résultats que nous utiliserons par la suite dans *Analyse Mathématique pour Economistes* de G. Archinard et B. Guerrien (Editions Economica).

1. Fonctions numériques d'une variable réelle

Ce sont les fonctions d'une partie D de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.

Il arrivera de les écrire sous la forme :

$$x_2 = f(x_1)$$

où x_1 est donné par l'axe des abscisses et x_2 par celui des ordonnées.

Un point A quelconque du plan cartésien est donc représenté par le vecteur (x_1, x_2) . Nous écrirons $A = (x_1, x_2)$.

Par la suite, nous noterons toujours *les vecteurs avec des majuscules, les nombres avec des minuscules* (sauf quelques exceptions : R = revenu, U = utilité, par exemple).

Droite dans le plan

La fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ la plus simple est :

$$x_2 = ax_1 + b$$

son graphe (courbe représentative) est *une droite*.

Cette droite est définie si on connaît :

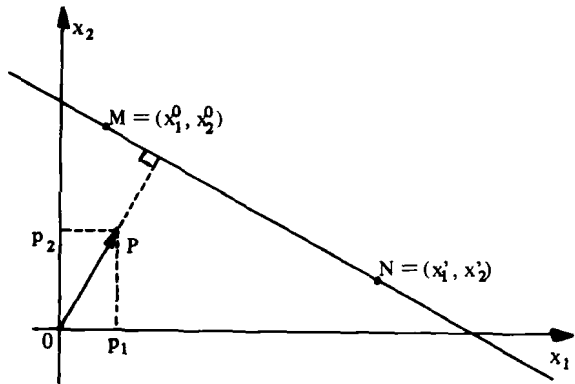
– sa pente a et un point $M = (x_1^0, x_2^0)$ par lequel elle passe ($x_2^0 = ax_1^0 + b$).

– deux points $M = (x_1^0, x_2^0)$ et $N = (x_1', x_2')$ de cette droite (sa pente est alors $\frac{x_2' - x_2^0}{x_1' - x_1^0}$).

Par la suite, nous trouverons souvent des droites dont l'équation est :

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = c$$

(p_1, p_2 et c constants).

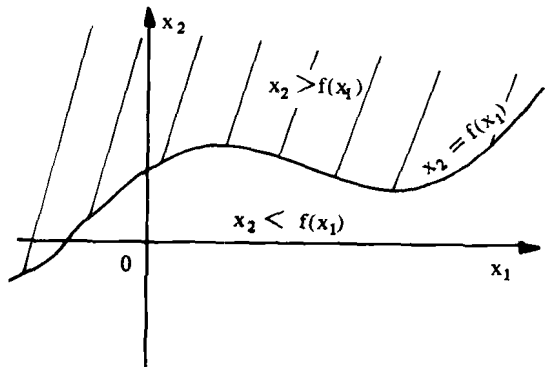


Propriété importante :

La droite d'équation $p_1 x_1 + p_2 x_2 = c$ est *perpendiculaire* au vecteur $P = (p_1, p_2)$, et cela quelle que soit la valeur de c .

Inégalités dans le plan

Le graphe de la fonction $x_2 = f(x_1)$ partage en général le plan en deux parties : les points au-dessus de ce graphe (région hachurée) sont tels que leurs coordonnées vérifient l'inégalité $x_2 > f(x_1)$, tandis que ceux qui sont en-dessous sont tels que $x_2 < f(x_1)$.



Dérivée et différentielle en un point d'une fonction d'une variable

Par définition, la dérivée $f'(x_1)$ de f en x_1 est donnée par :

$$(1) \quad f'(x_1) = \lim_{\Delta x_1 \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x_1)}{\Delta x_1} = \lim_{\Delta x_1 \rightarrow 0} \frac{f(x_1 + \Delta x_1) - f(x_1)}{\Delta x_1}$$

$f'(x_1)$ mesure la pente de la tangente en $M = (x_1, f(x_1))$ au graphe de f .

L'égalité (1) de la page précédente définissant la dérivée peut aussi s'écrire :

$$\Delta f(x_1) = f(x_1 + \Delta x_1) - f(x_1) = f'(x_1) \Delta x_1 + \epsilon(\Delta x_1) \Delta x_1$$

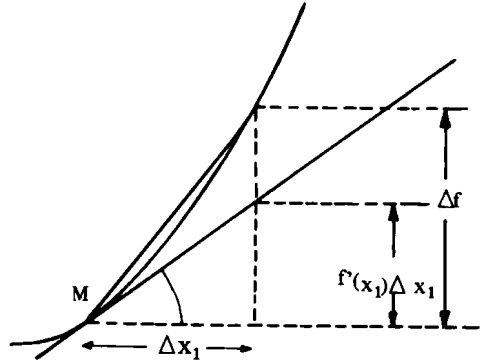
où $\epsilon(\Delta x_1) \rightarrow 0$

lorsque $\Delta x_1 \rightarrow 0$.

Donc le nombre $f'(x_1) \Delta x_1$ donne une *valeur approchée* de $\Delta f(x_1)$ « d'autant meilleure que » Δx_1 est petit. Ce que l'on peut écrire :

$$\Delta f(x_1) \simeq f'(x_1) \Delta x_1$$

(pour Δx_1 petit).



La fonction linéaire de $\Delta x_1 : f'(x_1) \Delta x_1$ est appelée la *différentielle de f en x_1* (x_1 étant fixé : à chaque valeur de x_1 correspond donc une différentielle).

Le graphe de la différentielle en x_1 est donné par la *tangente en M au graphe de f* (ce qui correspond au fait que la différentielle est une application *linéaire*), en prenant M pour origine.

Lorsque l'on approche un morceau de courbe par sa tangente en M (sa différentielle en M) on parle de « *linéarisation* » de la fonction en M (voir par exemple l'exercice 5 du chapitre 8 et le chapitre 10).

Extremum d'une fonction

On dit que x_0 est un *maximum local* (resp. un *minimum local*) de f s'il existe un intervalle centré en x_0 , I_{x_0} , tel que l'on ait $f(x) \leq f(x_0)$ (resp. $f(x) \geq f(x_0)$) pour tout $x \in I_{x_0}$.

Si ces inégalités sont vraies pour tout x appartenant au domaine de définition D de f on dit que x_0 est un *maximum absolu* (resp. *minimum absolu*) de f .

Si x_0 est un maximum ou un minimum (local, absolu) de f on dit que c'est un *extremum* (local, absolu) de f .

Si f admet des dérivées première et seconde en x_0 , alors on a les conditions suivantes :

$$\left. \begin{array}{l} f'(x^0) = 0 \text{ et } f''(x^0) < 0 \Rightarrow x^0 \text{ maximum (local) de } f \\ f'(x^0) = 0 \text{ et } f''(x^0) > 0 \Rightarrow x^0 \text{ minimum (local) de } f \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{conditions} \\ \text{suffisantes} \end{array}$$

2. Fonctions de plusieurs variables

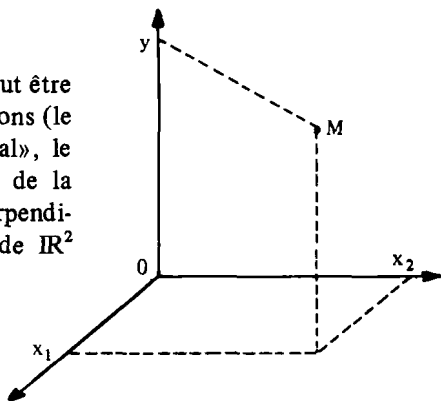
Nous allons surtout étudier les fonctions de deux variables : $y = f(x_1, x_2)$ qui permettent une représentation graphique.

Point et plan dans $\mathbb{R}^3$

Un point $M = (x_1, x_2, y) \in \mathbb{R}^3$ peut être représenté dans l'espace à 3 dimensions (le plan x_1Ox_2 étant le «plan horizontal», le plan x_2Oy se confondant avec celui de la feuille de ce livre, Ox_1 lui étant perpendiculaire). La fonction la plus simple de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$ est :

$$y = f(x_1, x_2) = a_1 x_1 + a_2 x_2 + c$$

(fonction «linéaire» ou affine).



Son graphe dans $\mathbb{R}^3$ est *un plan* (il coupe le plan de la «feuille» x_2Oy —donc $x_1 = 0$ — selon une droite : $y = a_2 x_2 + c$, le plan «horizontal» x_1Ox_2 —donc $y = 0$ — selon la droite $a_1 x_1 + a_2 x_2 + c = 0$, et le plan x_1Oy selon la droite $y = a_1 x_1 + c$).

L'équation d'un plan de $\mathbb{R}^3$ peut s'écrire de façon plus générale sous la forme : $p_1 x_1 + p_2 x_2 + p_3 x_3 = d$.

Un tel plan est perpendiculaire au vecteur $P = (p_1, p_2, p_3)$.

On définit de même dans $\mathbb{R}^n$ les *hyperplans* H :

$$H = \{ (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n = b, \ a_k \text{ et } b \in \mathbb{R} \}.$$

Représentation d'une fonction du type $y = f(x_1, x_2)$

Prenons par exemple $y = f(x_1, x_2) = 9 - x_1^2 - x_2^2$.

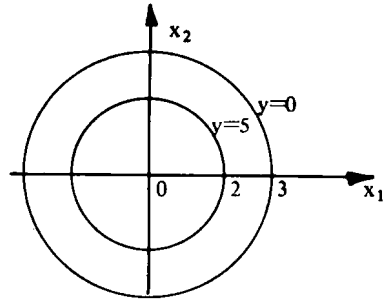
Comme x_1Ox_2 est le plan «horizontal», y mesure la «hauteur» du point $M = (x_1, x_2, y)$ (par exemple si $x_1 = 1$ et $x_2 = 1$ le point M du graphe de f sera à la «hauteur» : $y = 9 - 1^2 - 1^2 = 7$).

Tous les points du graphe de f se trouvant à la même «hauteur» y sont donnés par l'intersection du plan horizontal (de «hauteur» y) et du graphe de f . Ainsi, si on prend $y = 5$, on a $5 = 9 - x_1^2 - x_2^2$ soit $x_1^2 + x_2^2 = 4$: c'est l'équation d'un *cercle* de rayon 2 se trouvant sur le plan horizontal de «hauteur» 5.

Si $y = 8$, on obtient un cercle de rayon $9 - 8 = 1$.

Plus généralement, les intersections du graphe de f avec des plans horizontaux de «hauteur» y sont des cercles de rayon $9 - y$ (il faut donc que $y \leq 9$).

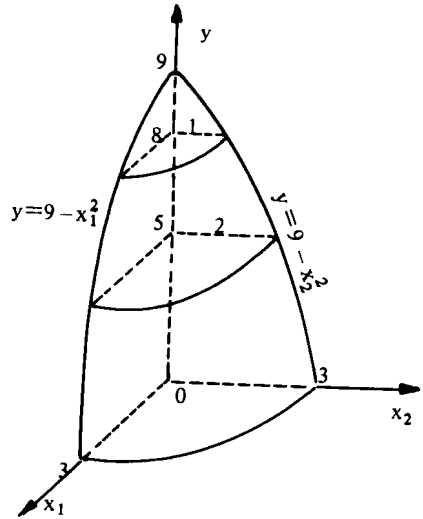
Si on projète de tels cercles sur le plan «horizontal» x_1Ox_2 en les affectant d'un nombre mesurant leur «hauteur», on obtient les *lignes de niveau* (comme dans une carte géographique).



Si on veut représenter le graphe de f , on cherche ses intersections avec les plans «verticaux» x_1Oy et x_2Oy (son intersection avec le plan x_1Ox_2 — $y = 0$ — étant un cercle centré en O et de rayon 3) :

- intersection avec x_1Oy (on fait $x_2 = 0$) : $y = 9 - x_1^2$ parabole ;
- intersection avec x_2Oy (on fait $x_1 = 0$) : $y = 9 - x_2^2$ parabole.

Nous avons tracé ce graphe pour x_1 et $y \geq 0$.



Le lecteur peut se reporter au graphique du début du chapitre 3 et à l'exercice 4 du chapitre 5 qui donnent d'autres exemples (importants).

Dérivées partielles de f

Comme f est une fonction de deux (ou plusieurs) variables, on ne peut plus parler de *sa* dérivée mais on doit considérer *ses* dérivées par rapport à chacune des variables.

Définition

La dérivée partielle de f en (x_1, x_2) par rapport à x_1 est donnée par :

$$f'_{x_1}(x_1, x_2) = \lim_{\Delta x_1 \rightarrow 0} \frac{f(x_1 + \Delta x_1, x_2) - f(x_1, x_2)}{\Delta x_1}.$$

On note aussi : $f'_{x_1} = \frac{\partial f}{\partial x_1}$.

On calcule cette dérivée partielle en considérant y comme une fonction de x_1, x_2 jouant le rôle d'un paramètre fixé.

On définit de la même façon la dérivée partielle par rapport à x_2 .

Exemple :

$$y = x_1^{1/2} x_2 + x_1/x_2 : f'_{x_1} = (1/2)x_1^{-1/2} x_2 + 1/x_2 \quad \text{et} \quad f'_{x_2} = x_1^{1/2} - x_1/x_2^2$$

On calcule les dérivées partielles d'ordre supérieur $f''_{x_1 x_1}$, $f''_{x_2 x_2}$, $f''_{x_1 x_2}$ et $f''_{x_2 x_1}$ en faisant les dérivées partielles des dérivées partielles. Ainsi si on prend l'exemple précédent :

$$f''_{x_1 x_1} = (-1/4)x_1^{-3/2} x_2, \quad f''_{x_2 x_2} = -2x_1/x_2^3 \quad \text{et} \quad f''_{x_1 x_2} = f''_{x_2 x_1} = (1/2)x_1^{-1/2} - 1/x_2^2$$

Gradient de f

Par définition, le gradient de f au point X est le vecteur colonne formé par les dérivées partielles de f en X :

$$\text{grad } f(X) = \begin{pmatrix} f'_{x_1}(X) \\ \vdots \\ f'_{x_n}(X) \end{pmatrix}$$

Différentielle d'une application en un point

Soit $M = (x_1, x_2)$ un point de $\mathbb{R}^2$ et f une application de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$. Par analogie avec le cas d'une fonction d'une variable, on dit que f est différentiable en (x_1, x_2) si et seulement si on a :

$$\begin{aligned} \Delta f(x_1, x_2) &= f(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2) - f(x_1, x_2) \\ &= f'_{x_1}(x_1, x_2) \Delta x_1 + f'_{x_2}(x_1, x_2) \Delta x_2 + \epsilon(\Delta x_1, \Delta x_2) \|\Delta x_1, \Delta x_2\| \end{aligned}$$

où $\epsilon(\Delta x_1, \Delta x_2) \rightarrow 0$ lorsque $(\Delta x_1, \Delta x_2) \rightarrow 0$.

Ainsi, si f est différentiable en (x_1, x_2) et si Δx_1 et Δx_2 sont «suffisamment petits», alors on a :

$$\Delta f(x_1, x_2) \approx f'_{x_1}(x_1, x_2) \Delta x_1 + f'_{x_2}(x_1, x_2) \Delta x_2$$

L'application linéaire $f'_{x_1} \Delta x_1 + f'_{x_2} \Delta x_2$, application de $(\Delta x_1, \Delta x_2) \in \mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$, est appelée la *différentielle* de f en $M = (x_1, x_2)$. Elle est *unique* et représentée graphiquement dans $\mathbb{R}^3$ par un plan, le plan tangent en $M = (x_1, x_2)$ au graphe de f .

C'est pourquoi on parle de «linéarisation» de f au point M lorsque l'on remplace $\Delta f(x_1, x_2)$ par la différentielle de f en M .

Dérivation «en chaîne» (ou d'une fonction de fonction)

La formule de dérivation d'une fonction de fonction, qui s'écrit dans le cas où il n'y a qu'une seule variable (en posant $F(t) = f(g(t))$) :

$$F'(t) = f'(g(t))g'(t)$$

se généralise facilement dans le cas où f est une fonction de plusieurs variables.

Considérons pour cela la fonction de deux variables $f(x_1, x_2)$, en supposant qu'elle est dérivable, à dérivées partielles continues. Si x_1 et x_2 sont des fonctions de t , soit $x_1 = g_1(t)$ et $x_2 = g_2(t)$, les valeurs prises par f dépendront également de t . Posons :

$$F(t) = f(g_1(t), g_2(t)).$$

La formule de «dérivation en chaîne» donne la dérivée de F par rapport à celles de f , de g_1 et de g_2 ; soit :

$$F'(t) = f'_{x_1}(g_1(t), g_2(t))g'_1(t) + f'_{x_2}(g_1(t), g_2(t))g'_2(t).$$

Ainsi, la dérivée de F est obtenue en calculant les *dérivées partielles* de f , par rapport à x_1 et x_2 , *évaluées au point* $(g_1(t), g_2(t))$, et les dérivées de g_1 et g_2 (en t).

La formule précédente présente des similitudes avec celle donnée pour les fonctions d'une variable : en quelque sorte, on applique cette dernière «partiellement», relativement à x_1 , puis à x_2 , et on *additionne* ces résultats «partiels».

Dans le cas où f est une fonction de n variables, on a, de même :

$$F'(t) = \sum_{i=1}^n f'_{x_i}(g_1(t), \dots, g_n(t))g'_i(t).$$

Le théorème des fonctions implicites

Nous rencontrerons souvent par la suite des relations de la forme :

$$f(x_1, x_2) = 0$$

(en fait, on aura plutôt des relations : $g(x_1, x_2) = \text{constante}$, mais on arrive à l'égalité précédente en posant $f(x_1, x_2) = g(x_1, x_2) - \text{constante}$).

Soit un point (a, b) tel que $f(a, b) = 0$. Si f est dérivable en (a, b) , à dérivées partielles non nulles, alors le théorème des fonctions implicites permet d'affirmer que la relation $f(x_1, x_2) = 0$ définit, au voisinage de (a, b) , une fonction $h(x_1)$ telle que :

$$f(x_1, h(x_1)) = 0 \quad \text{pour } x_1 \text{ «proche» de } a \\ h(a) = b.$$

La fonction h peut n'être définie que *localement*.

Par dérivation en chaîne de la relation $f(x_1, h(x_1)) = 0$, on obtient la dérivée de h en a . En effet :

$$f'_{x_1}(x_1, h(x_1)) + f'_{x_2}(x_1, h(x_1))h'(x_1) = 0.$$

D'où, en faisant $x_1 = a$ et $h(a) = b$ (et à condition que $f'_{x_2}(a, b) \neq 0$) :

$$h'(a) = - \frac{f'_{x_1}(a, b)}{f'_{x_2}(a, b)}.$$

Ce résultat sera plusieurs fois utilisé par la suite, notamment dans le chapitre I.

On a des résultats similaires dans le cas où f est une fonction de plusieurs variables.

Extremum d'une fonction de plusieurs variables

Les définitions sont les mêmes que dans le cas d'une fonction d'une variable, à condition de considérer (dans le cas «local») une «boule» (et non plus un intervalle) centrée au point X_0 , susceptible d'être un extremum.

La condition nécessaire est, si f est dérivable en X_0 :

$$f'_{x_i}(X_0) = 0 \quad i = 1, \dots, n \quad (\text{ou, ce qui est le même, } \text{grad } f(X_0) = 0).$$

Les conditions de suffisance sont nettement plus compliquées que dans le cas d'une fonction d'une variable.

Extremum d'une fonction sous contrainte

On recherche les extrema d'une fonction de deux variables g , dont les variables sont soumises à la contrainte $f(x_1, x_2) = 0$. Dans cette recherche, on peut procéder de deux façons différentes (mais toutes deux basées sur le théorème des fonctions implicites) :

— Si f est dérivable, à dérivées partielles non nulles, il résulte du théorème des fonctions implicites que les points qui vérifient la contrainte au voisinage d'un point donné sont de la forme $(x_1, h(x_1))$. On remplace alors x_2 par $h(x_1)$ dans g , de façon à avoir une fonction d'une seule variable : $g(x_1, h(x_1))$. On se ramène alors au cas traité précédemment : si g est dérivable, une condition nécessaire pour avoir un extremum de $g(x_1, h(x_1))$ est que sa dérivée par rapport à x_1 s'annule (cette dérivée étant

$$g'_{x_1}(x_1, h(x_1)) + g'_{x_2}(x_1, h(x_1))h'(x_1).$$

— On construit le *lagrangien*, f et g étant supposés continûment dérivables :

$$L(x_1, x_2) = g(x_1, x_2) + \lambda f(x_1, x_2)$$

dont on annule les dérivées par rapport à x_1 et x_2 . En tenant compte de la contrainte, on obtient donc un système de 3 équations (dérivées partielles nulles + contrainte) à 3 variables (la solution optimale + le multiplicateur de Lagrange λ), dont on cherche la solution (point «candidat» à être un extremum).

CHAPITRE I

LE CONSOMMATEUR

Présentation

La théorie du consommateur occupe une place centrale dans la théorie néoclassique ; elle s'intéresse tout particulièrement à ce qui est à la base des échanges entre les agents. Historiquement, elle s'est construite autour de la notion d'utilité, et tout particulièrement sur celle de l'«utilité de la dernière unité consommée», même si les présentations plus récentes font plutôt appel à la notion de relation de préférence (qualifiée parfois de relation d'utilité ordinale).

Il est indispensable de bien comprendre l'articulation entre «variation à la marge» et dérivée d'une fonction (en liaison avec la recherche d'un extremum de cette dernière), entre taux de substitution de deux biens et rapport de leurs prix, car ce sont là des thèmes centraux de la théorie du consommateur.

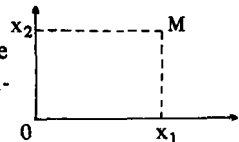
Paniers de biens, espace des marchandises

Considérons n biens, caractérisés par l'indice i ($i = 1, 2, \dots, n$). Si on note x_i la quantité du bien i , on appelle *panier de biens* le vecteur formé par les $x_i : (x_1, x_2, \dots, x_n)$. Comme les x_i mesurent des quantités, on peut considérer qu'ils sont non négatifs. Par ailleurs, afin de pouvoir utiliser les résultats traditionnels de l'analyse mathématique, on suppose que les x_i sont des *nombre réels* (non négatifs). Ce qui revient à supposer que les biens considérés sont *parfaitement divisibles*. Donc : $x_i \in \mathbb{R}_+$ ($i = 1, 2, \dots, n$).

L'ensemble des vecteurs $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}_+^n$ est appelé *espace des marchandises* ; il est représenté graphiquement par l'*orthant positif* de $\mathbb{R}^n$.

Par la suite, nous considérerons souvent des paniers comportant deux biens seulement, car cela permet une représentation graphique sans nuire à la généralité des résultats.

Le panier de biens (x_1, x_2) est alors représenté par le point $M = (x_1, x_2)$, comme le montre le graphique ci-contre.



Comme cela a déjà été dit, nous utiliserons toujours par la suite des majuscules pour caractériser des vecteurs.

Relation de préférence du consommateur

La théorie du consommateur telle qu'elle est exposée ici s'appuie sur une hypothèse fondamentale (et forte) : on suppose que *le consommateur peut classer dans un certain ordre, selon ses préférences, tous les paniers de biens possibles.*

On suppose donc qu'il existe *une relation de préférence* $\succsim$ propre au consommateur (caractérisant ses goûts) et telle que, étant donné deux paniers de biens M et N , on a soit $M \succsim N$, soit $N \succsim M$.

Le symbole $\succsim$ se lit : « préféré ou indifférent à ».

Lorsque l'on a une *préférence stricte*, on écrit $\succ$; tandis que l'indifférence (deux paniers de biens sont considérés comme équivalents par le consommateur) est notée $\sim$.

On suppose que cette relation de préférence a les propriétés suivantes :

$M \succsim M$ (réflexive)

$M \succsim N$ et $N \succsim P \Rightarrow M \succsim P$ (transitive)

La relation $\succsim$ munie de ces propriétés est un *préordre*.

L'hypothèse fondamentale faite ci-dessus revient à dire que $\succsim$ est un *pré-ordre total*.

Remarque : Lorsque l'on a m consommateurs, caractérisés par un indice j ($j = 1, 2, \dots, m$) qui ont des goûts différents, on doit distinguer leurs relations de préférence : on les écrit sous la forme $\succsim_j$ ($j = 1, 2, \dots, m$).

Classes d'équivalences et courbes d'indifférence

Soit un panier de biens quelconque $M = (x_1, x_2)$. L'ensemble C_M des paniers de biens Q considérés par le consommateur comme équivalents à M , selon sa relation de préférence, forme *une classe d'équivalence* par rapport à sa relation de préférence :

$$C_M = \{ Q \in \mathbb{R}^2 / Q \sim M \}$$

Ainsi si $P \sim M$ alors $P \in C_M$.

Si on suppose que les biens 1 et 2 peuvent être divisés en fractions aussi petites que l'on veut (ce qui est le cas par exemple pour de la farine ou un liquide, mais non pour une table ou une voiture), c'est-à-dire que les biens sont parfaitement *divisibles*, alors on peut supposer que l'ensemble C_M contient une infinité de points représentés par une courbe dans l'espace des marchandises, appelée *courbe d'indifférence* passant par le point M (en réalité une courbe d'indifférence est caractérisée par n'importe lequel de ces points car $P \sim M \Rightarrow C_P = C_M$).

