

# ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИКИ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

2

# ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИКИ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

ПОД РЕДАКЦИЕЙ  
академика *В. С. НЕМЧИНОВА*

ТОМ  
2

ИЗДАТЕЛЬСТВО  
СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ  
МОСКВА 1961

**33 C 3**

**II 76**

## ВВЕДЕНИЕ

К. Маркс говорил, что наука только тогда достигает совершенства, когда ей удается пользоваться математикой<sup>1</sup>. Законы природы, такие как закон сохранения энергии, закон всемирного тяготения и другие формулируются естественными науками в виде математических выражений. Это математическое описание естественных явлений и процессов служит прочным основанием для развития техники, для все большего подчинения стихийных сил природы сознательной деятельности человека.

В течение нескольких столетий методы математического анализа применялись в ограниченном круге наук — физике, механике и некоторых других. Эти науки в свою очередь диктовали математике путь ее развития, они требовали от нее решения задач, которые были важны для их роста. Теперь положение меняется. И в других отраслях знания ныне выявлено достаточное число закономерностей, требующих изучения с количественной стороны. В числе этих отраслей — экономическая наука. Она вызывает необходимость создания новых, специальных методов математического анализа.

В настоящее время, при колossalном росте производства, одно лишь представление о специфике того или иного экономического процесса недостаточно для управления этим процессом. Мы должны изучить сложную связь, существующую между экономическими явлениями, и точно знать, какие изменения произойдут в экономике в связи с тем или иным хозяйственным мероприятием. Только тогда мы можем с уверенностью руководить производством. Очевидно, что здесь важную роль играет количественный анализ, математические приемы исследования экономики.

На большую народнохозяйственную эффективность применения математических методов при решениях экономических задач указывал А. Н. Косыгин в речи на Всесоюзном совещании научных работников в июне 1961 г. «Современные технические

<sup>1</sup> См. «Воспоминания о Марксе и Энгельсе», 1956, стр. 66.

средства,—говорил он,— быстродействующие вычислительные машины, позволяют механизировать и многие процессы умственного труда — в научных исследованиях, проектировании, планировании народного хозяйства, в разного рода учетных и банковских операциях, в статистике... Имеется также и опыт решения на вычислительных машинах многих экономических задач, связанных с планированием. Эти работы свидетельствуют о большой народно-хозяйственной эффективности применения математических методов и быстродействующих вычислительных машин. Необходимо расширить масштабы применения на практике этих методов».

В настоящей книге дается изложение различных математических методов в применении к решению экономических задач. Авторы рассматривают проблемы, относящиеся как к планированию народного хозяйства в целом, так и вопросы, касающиеся развития отдельных отраслей и производств. В связи с этим в книге не дается последовательного, систематического описания практического использования математического анализа в экономике, она представляет собою, скорее, изложение методологии решения целого ряда задач, вызванных потребностями народного хозяйства. Это отличает данную книгу от первого тома «Применение математики в экономических исследованиях», который вышел в 1959 г. и содержал работы, посвященные главным образом теоретическому освещению проблемы.

Первая группа работ, содержащихся в этом томе, посвящена исследованию вопросов, связанных с применением математических методов в планировании всего народного хозяйства. Существующая плановая практика имеет ряд недостатков. К их числу относятся: невозможность выбора оптимального плана из нескольких вариантов приемлемых плановых проектировок, необходимость длительных и сложных пересчетов для увязки многочисленных данных и др. Значительная часть этих недостатков может быть устранена, если в планировании будут применены современные математические методы экономических расчетов.

В работах В. Немчинова, В. Дадаяна, А. Конюса и О. Ланге делается попытка математического описания процесса социалистического воспроизводства. Это описание дает возможность представить взаимосвязь закономерностей хозяйственного развития в виде, наиболее удобном для обозрения и анализа. Авторы строят математические модели, с определенной степенью точности отражающие реальные процессы, которые происходят в социалистической экономике. При этом показатели развития производства рассматриваются не только как статистико-экономические данные, но и как соответствующие коэффициенты алгебраических уравнений. Такое обобщенное абстрактное выражение экономических процессов, действительное для любых конкретных показателей, может повысить качество народно-хозяйственного планирования, позволить в значительно более широких масштабах использовать вычислительную технику.

Модель капиталистического хозяйства рассматривается в работе Р. Фриша. Советскому читателю ясно, что Р. Фриш, как любой буржуазный ученый, неправильно определяет экономико-политическую структуру общества, исходит из неверных социальных предпосылок. Однако математическое описание экономических процессов, сделанное им, представляет немалый интерес и знакомство с методологическими принципами этого описания может принести определенную пользу.

Вторая группа работ, содержащихся в этом томе, посвящена исследованию вопросов, связанных с применением математических методов в планировании отдельных производственных процессов в отраслях и на предприятиях. Практическое значение этих методов огромно. По мнению члена-корреспондента АН СССР Л. В. Канторовича, применение более совершенной техники планирования и методики экономических расчетов позволило бы в короткий срок увеличить выпуск продукции на 30—50%. Можно назвать и некоторые данные из опыта предприятий буржуазных стран. Так, экономическая эффективность математических методов, применяемых при расчетах увеличения объема производства, освоения новых производств, определения потребности в рабочей силе и др., по данным различных американских фирм, исчисляется в сумме от 100 тыс. до 2 млн. долларов.

В работе М. Федоровича, Н. Черейской, А. Соколовой и И. Тобелко показывается практический опыт использования математических методов при составлении заводского техпромфинплана. Эти методы намного ускоряют работу по составлению плана, обеспечивают большую точность и достоверность используемых показателей. Решение плановых задач методом, предложенным в этой статье, намного облегчает и ускоряет труд плановых работников.

Советские ученые работают над дальнейшим совершенствованием математических методов экономических расчетов. В настоящем volume публикуются две работы: одна — Д. Юдина и Е. Гольштейна, другая — А. Лурье, предлагающие новые, более прогрессивные способы решения экономических задач. Существующие ныне способы решения все же довольно громоздки, даже при использовании электронной вычислительной техники. Поэтому названные работы, указывающие более простой и быстрый путь решения задач оптимального планирования, имеют большое значение для практики.

В работе Л. Дудкина, Т. Косенко и М. Юсупова предлагаются уравнения, использование которых в плановой практике должно помочь с большей точностью решать вопросы, связанные с рациональным размещением, специализацией и кооперированием производства.

В работе Е. Четыркина показывается применение экономических моделей в сельском хозяйстве, вернее, в одной из отраслей его —

животноводстве. Автор предлагает математические методы составления оптимального рациона и создания наилучшей структуры стада, которые значительно проще, чем способы, применяемые сейчас на практике.

Отдельные проблемы изучения народного потребления с помощью математических методов приводятся в статье П. Маслова, который выступает за использование коэффициента эластичности потребления в планировании и экономическом анализе статистических данных. Он показывает положительные стороны этого коэффициента, проявляющиеся в условиях социализма, и намечает некоторые пути его применения. Наконец, в порядке постановки вопроса в настоящем сборнике публикуется работа Б. Плюхина и Р. Назаровой, в которой делается попытка использовать в экономических исследованиях богатый инструментарий естественных наук (химии, физики, биологии) и некоторые понятия кибернетики, в частности теории цепных реакций.

Таковы краткие характеристики работ, помещенных в настоящем сборнике. Следует отметить, что хотя для полного усвоения некоторых положений, содержащихся в этих работах, необходима определенная экономическая и математическая подготовка, общие их идеи доступны широкому кругу читателей.

В подготовке и редактировании работ, помещенных в настоящем томе, принимал участие старший научный сотрудник *Л. Е. Минц*.

---

---

В. С. ДАДАЯН

## ЭКОНОМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СОЦИАЛИСТИЧЕСКОГО ВОСПРОИЗВОДСТВА

### 1. Межотраслевой баланс расширенного воспроизводства

Теоретический анализ процесса социалистического расширенного воспроизводства базируется на марксистском положении о необходимости рассмотрения всего общественного продукта как в стоимостной, так и в натурально-вещественной форме, а всего общественного производства — в разрезе двух основных подразделений — производства средств производства и производства предметов потребления. При этом марксистская наука исходит из того, что социалистическая система хозяйства в корне ликвидирует свойственное капитализму противоречие между производством общественного продукта, с одной стороны, и потреблением в полном объеме всех его вещественных элементов (для возмещения израсходованных средств производства, дальнейшего расширения производства и непроизводственного потребления) — с другой.

Практически это означает, что социалистическая система хозяйства создает необходимые условия для нормального процесса реализации общественного продукта и тем самым — для нормального хода всего процесса воспроизводства. Рассмотрим эти условия на числовом примере, заимствованном из марковской схемы<sup>1</sup>.

Пусть валовое производство продукции в обоих подразделениях сложилось следующим образом:

$$\begin{aligned} \text{I. } & 4000c_1 + 1000v_1 + 1000m_1 = 6000P_1 \\ \text{II. } & 1500c_2 + 750v_2 + 750m_2 = 3000P_2 \\ & 5500c + 1750v + 1750m = 9000P \end{aligned} \quad (1.1)$$

Пусть при этом продукт для общества в обоих подразделениях распределился следующим образом:

---

<sup>1</sup> См. К. Маркс, Капитал, т. II, 1955, стр. 511—512.

Таблица 1

**Распределение продукта для общества в двух подразделениях общественного производства**

Подразделения общественного производства, в которых создается продукт для общества	Прирост средств производства		Государственный фонд для удовлетворения общественных потребностей	Расширение фонда оплаты труда для привлечения дополнительной рабочей силы в следующем году	Итого продукт для общества
	в первом подразделении	во втором подразделении			
I. Производство средств производства . . . . .	400	—	500	100	1 000
II. Производство предметов потребления . . . . .	—	100	600	50	750
<b>Итого . . . . .</b>	<b>400</b>	<b>100</b>	<b>1 100</b>	<b>150</b>	<b>1 750</b>

Общая потребность в средствах производства выражается, таким образом, суммой:

$$4000c_1 + 1500c_2 + 400\Delta c_1 + 100\Delta c_2 = 6000_{(1)}. \quad (1.2)$$

Как видим, общая потребность в средствах производства балансируется с общим объемом их выпуска (1. 1).

Общая потребность в предметах потребления составляет:

$$1000v_1 + 750v_2 + 500_{(1)} + 100_{(1)} + 600_{(2)} + 50_{(2)} = 3000_{(2)} \quad (1.3)$$

Общая потребность в предметах потребления балансируется с объемом их производства.

Для того чтобы процесс воспроизводства осуществлялся нормально, необходимо, чтобы определенный объем средств производства был реализован внутри первого подразделения. Он составляет:

$$4000c_1 + 400\Delta c_1 = 4400_{(1)} \quad (1.4)$$

Все средства производства, созданные сверх этого объема, должны быть реализованы во втором подразделении, т. е. обменены на предметы потребления <sup>1</sup>:

$$6000_{(1)} - 4400_{(1)} = 1600_{(1)}. \quad (1.5)$$

Таким образом, в межотраслевой оборот между двумя подразделениями вступает масса средств производства, стоимость которой составляет 1600.

Поскольку для прироста средств производства во втором подразделении из 750 единиц прибавочного продукта отчисляется 100,

<sup>1</sup>  $1600_{(1)} = 1000v_1 + 600_{(1)}$ .

постольку потребность второго подразделения в средствах производства, выраженная в стоимостной форме, определяется суммой:

$$1500c_2 + 100\Delta c_2 = 1600_{(2)}. \quad (1.6)$$

Материальным носителем этой стоимости (1600) является часть продукта второго подразделения, т. е. предметы потребления. Следовательно, в межотраслевой оборот между двумя подразделениями вступает масса предметов потребления, стоимость которой составляет 1600. Остальной объем произведенных предметов потребления реализуется внутри второго подразделения:

$$750v_2 + 600_{(2)} + 50_{(2)} = 1400_{(2)}. \quad (1.7)$$

Таким образом, с точки зрения межотраслевых отношений основное условие реализации общественного продукта сводится к полному соответствуию между вступающей в межотраслевой оборот из первого подразделения стоимостной массой средств производства, с одной стороны, и выходящей из второго подразделения стоимостной массой предметов потребления — с другой.

Полное соответствие между объемом производственных ресурсов продукции обоих подразделений и общественной потребностью в ней может быть выражено с помощью баланса, построенного в виде шахматной таблицы:

**Таблица 2**  
**Баланс продукции двух подразделений**  
**общественного производства**

Производство	Общая потребность		Итого производство
	в средствах производства	в предметах потребления	
1. Средств производства ..	4 400	1 600	6 000
2. Предметов потребления	1 600	1 400	3 000
И т о г о потребность	6 000	3 000	9 000

Наличие балансового соотношения между ресурсами продукции обоих подразделений и общественной потребностью в ней предполагает наличие определенных пропорций как между обоими подразделениями, так и между отдельными производственными звеньями внутри каждого из них. В самом деле, это балансовое соотношение возможно только в том случае, когда, скажем, средства производства, реализуемые внутри первого подразделения, соответствуют потребности этого подразделения не только по общему объему стоимости, но и по потребительной стоимости. А это значит, что полностью данная масса средств производства

может быть реализована только при условии, что и объем и номенклатура ее соответствуют производственной потребности отраслей. То же самое относится и к межотраслевому обмену со вторым подразделением.

С другой стороны, обмен в собственном смысле слова между двумя подразделениями, как правило, в непосредственных формах не осуществляется. Предметы потребления сначала реализуются населению, получающему денежные средства в порядке оплаты труда, а также общественным потребителям (в лице организаций и учреждений непроизводственной сферы), и только после этого выручка от реализации направляется в первое подразделение в порядке уплаты за полученные средства производства. Следовательно, обмен между подразделениями опосредствуется обменом с населением и общественными потребителями. Нарушение балансового соотношения в одной из этих двух сфер немедленно влечет за собой нарушение общих пропорций. А это значит, что необходимым условием и важнейшим моментом пропорциональности как между основными подразделениями общественного производства, так и между отдельными звенями в каждом из них, является строго определенное соотношение между объемом оплаты труда в обоих подразделениях и размером денежного фонда общественного потребления, с одной стороны, и общей стоимостью продукции второго подразделения — с другой.

Для того чтобы повести анализ дальше по линии детализации и углубления, нужно разложить обобщающие, синтетические показатели баланса продукции двух подразделений на составляющие их элементы и проследить самый способ формирования как производственных ресурсов продукции, так и общественной потребности в ней. Для этой цели необходимо отделить в балансе движение стоимостей от движения потребительных стоимостей и показать не только конечные результаты процесса межотраслевого обмена, но и те основные промежуточные стадии, которыми он опосредствуется.

Каким образом должен быть преобразован баланс продукции двух подразделений для решения этой задачи?

Начнем с показателя 4400. Он выражает объем продукции, реализуемой внутри первого подразделения. По натурально-вещественному составу это — средства производства. По стоимости показатель 4400 может быть разделен на две части: 4000 — возмещение и 400 — накопление. Источником возмещения является стоимость, перенесенная с использованных средств производства; источником накопления — прибавочный труд. При этом в общей массе потребительных стоимостей, созданных в первом подразделении, может быть выделена совершенно определенная группа средств производства, воплощающих в себе накапливаемую стоимость (400). Поэтому в искомой развернутой форме баланса подразделение стоимости возмещения от стоимости накопления может быть совмещено с харак-

теристикой распределения потребительной стоимости продукции первого подразделения. Для этого в балансовой таблице следует выделить два раздела: один — для характеристики возмещения израсходованных средств производства ( $4000 c_1$ ) и другой — для характеристики прироста ( $400\Delta c_1$ ).

Рассмотрим теперь показатель, стоящий в первом столбце второй строки таблицы 2:  $1600_{(2)}$ . Он выражает собой потребность второго подразделения в средствах производства, в том числе 1500 — для возмещения и 100 для расширения. Поскольку весь этот объем (1600) средств производства является продукцией первого подразделения, поскольку обе его составные части могут быть показаны в балансе в составе распределения потребительной стоимости продукции первого подразделения. В таком случае в разделе возмещения необходимо показать 1500  $c_2$ , а в разделе прироста — 100  $\Delta c_2$ .

Как уже было выяснено, общая потребность в средствах производства в социалистическом хозяйстве балансируется с объемом валовой продукции первого подразделения. Поэтому при расположении в одной строке балансовой таблицы все перечисленные показатели будут характеризовать распределение средств производства между потребителями с учетом экономического назначения (возмещение и расширение производства).

С другой стороны, вся продукция второго подразделения реализуется индивидуальным и общественным потребителям, поэтому навстречу потоку потребительных стоимостей, выходящих из второго подразделения, движется поток стоимости. Источник создания этой стоимости лежит всецело в сфере производства. Следовательно, потребляемая часть вновь созданной стоимости должна быть распределена (и перераспределена) таким образом, чтобы общее ее количество у индивидуальных и общественных потребителей оказалось бы в точности равным стоимости продукции второго подразделения: 3000.

Для отражения этого процесса в балансе необходимо отделить характеристику формирования денежного фонда у потребителей от характеристики его использования.

Источником формирования денежного фонда потребления является оплата труда в производственной сфере, а также часть прибавочного продукта, направляемая в централизованный государственный фонд для удовлетворения общественных потребностей. Оплата труда составляет по подразделениям соответственно 1000  $v_1$  и 750  $v_2$ , а отчисления от стоимости прибавочного продукта в централизованный государственный фонд — соответственно  $600_{(1)}$  и  $650_{(2)}$ . Кроме того, на дополнительную оплату труда в будущем периоде отчисляется 100 от прибавочного продукта первого подразделения и 50 от второго.

Особо следует остановиться на движении части прибавочного продукта, направляемой на прирост оплаты дополнительного труда, который будет привлечен в производство в будущем периоде ( $100_{(1)}$

и  $50_{(2)}$ ). Поскольку оплата этого дополнительного труда будет иметь место только в следующем году, постольку в данном году  $100_{(1)}$  и  $50_{(2)}$  не включаются в фонд оплаты труда. Вместе с тем увеличение оплаты труда в будущем периоде в обоих подразделениях вызывает необходимость уже в данном периоде создать запас предметов потребления, стоимость которого должна полностью соответствовать будущему приросту оплаты труда:

$$100_{(1)} + 50_{(2)} = 150.$$

Таким образом, общий размер денежного фонда, предназначенный для потребления, равен:

$$1000v_1 + 750v_2 + 500_{(1)} + 600_{(2)} = 2860. \quad (1.8)$$

Формирование денежного фонда потребления может быть показано в балансе в разрезе отраслей оплаты труда, а также направлений использования прибавочного продукта. Единственным способом использования этого фонда является приобретение, а также создание запаса предметов потребления. Следовательно, в балансе характеристика использования денежного фонда потребления может быть совмещена с характеристикой распределения потребительной стоимости продукции второго подразделения. Единственным направлением этого распределения является удовлетворение спроса непроизводственных потребителей.

В таблице 3 (стр. 13) представлена принципиальная схема развернутого баланса продукции двух подразделений общественного производства. Баланс построен таким образом, что при чтении по столбцам его показатели характеризуют состав стоимости продукции каждого подразделения; при чтении же по строкам — распределение продукции в натурально-вещественной форме.

В балансе можно выделить четыре раздела, показатели которых имеют самостоятельное значение. Первый раздел располагается в левом верхнем углу и охватывает показатели межотраслевого распределения средств производства в размере фонда возмещения. Все показатели, расположенные вправо от первого раздела, входят во второй раздел. Они характеризуют материально-вещественный состав национального дохода. Третий раздел расположен под первым. Он содержит показатели вновь созданной стоимости в каждом из подразделений общественного производства. И, наконец, в полосе пересечения второго и третьего разделов находится четвертый раздел, охватывающий показатели перераспределения вновь созданной стоимости.

Таким образом, данная схема баланса содержит всю информацию, необходимую для обобщенного анализа общественного воспроизводства как единого процесса производства, распределения и потребления общественного продукта. Вместе с тем особенность баланса, заключающаяся в том, что он построен по принципу двойной характеристики совокупного общественного продукта — по

**М о д е л ь 1.**

**Баланс производства и распределения продукции основных подразделений  
(1 год, или период  $t$ )**

**Таблица 3**

		Чистая продукция										фонд потребления						
		фонд накопления					фонд производства											
Источник получения	распределение продукции	отчисления от чистого дохода в государственный фонд для удовлетворения общественных потребностей					прирост основных фондов					запасы предметов потребления в счет дополнительной оплаты труда						
		натуро (2 + 3)	натуро (4 + 5)	натуро (6 + 7)	натуро (7 + 8)	натуро (10 + 11)	натуро (13 + 14)	натуро (9 + 12 + 15)	натуро (16)	натуро (17 + 18)	натуро (19 + 20)	натуро (21 + 22)	натуро (23 + 24)	натуро (25 + 26)	натуро (27 + 28)	натуро (3 + 16)		
1. Производство средств производства . . . . .	4 000	1 500	5 500	×	×	400	100	500	×	×	100	50	150	1750	1 100	2 850	500	6 000
2. Производство предметов потребления . . . . .	2 000	1 500	3 500	×	×	400	100	500	100	100	100	50	150	1750	1 100	2 850	3 000	3 000
3. Итого (1 + 2) . . . . .	6 000	3 000	9 000	300	600	1 100	200	550	750	-200	-100	-300	X	-1 100	-1 100	-1 100	0	0
4. Оплата труда . . . . .	1 000	750	1 750	500	600	1 100	-400	-100	-500	-100	-50	-150	X	-1 100	-1 100	-1 150	1 750	0
5. Прибавочный продукт . . . . .	1 000	750	1 750	500	600	1 100	-400	-100	-500	-100	-50	-150	X	-1 100	-1 100	-1 150	1 750	1 750
6. Итого (4 + 5) . . . . .	2 000	1 500	3 500	500	600	1 100	-400	-100	-500	-100	-50	-150	X	-1 100	-1 100	-1 150	1 750	1 750
7. Сальдо распределения чистого дохода . . . . .		X	X	X	X	X												
8. Итого (6 + 7) . . . . .	2 000	1 500	3 500	500	600	1 100	200	550	750	-200	-100	-300	X	-2 200	-2 200	-1 750	1 750	1 750
9. Всего (3 + 8) . . . . .	6 000	3 000	9 000	300	600	1 100	600	650	1 250	-100	-50	-150	1 750	-1 100	.650	1 750	10 750	

стоимости и по натурально-вещественному составу — определяет возможность превращения этого баланса в эффективное орудие конкретного экономического анализа и планирования.

Для реализации этой возможности сама схема баланса должна быть конкретизирована применительно к практическим нуждам межотраслевого анализа и планирования. Для этого необходимо в первую очередь представить в балансе общественное производство не только в разрезе двух основных подразделений, но также в разрезе конкретных отраслей, в которых создается общественный продукт.

Межотраслевой баланс производства и распределения продукции может быть разработан с любой степенью подробности. Производственная сфера может быть представлена в нем, например, основными отраслями материального производства: промышленностью, сельским хозяйством, строительством, транспортом и т. д. Он может быть построен как многоотраслевой, с полным перечислением производственных комплексов и даже отдельных производств. И, наконец, при дальнейшем развертывании он может быть превращен в многопродуктовую матрицу межотраслевого движения продукции, номенклатура которой будет насчитывать сотни наименований.

Такое развертывание баланса ни в коей мере не снизит его значения для анализа основных экономических соотношений, складывающихся в процессе расширенного социалистического воспроизводства; напротив, наличие более детальной информации позволит конкретизировать и углубить этот анализ.

Какие же свойства межотраслевого баланса определяют его значение как эффективного инструмента экономического анализа и народнохозяйственного планирования?

Межотраслевой баланс представляет собой развернутую характеристику производственных связей, складывающихся в процессе создания, распределения и использования общественного продукта между отдельными производственными звеньями. В нем находят подробное отражение экономические связи, определяемые соотношениями между производством, потреблением и накоплением в народном хозяйстве. Группировка статистической информации в балансе позволяет с помощью простого суммирования выйти на важнейшие экономические показатели, такие как совокупный общественный продукт, национальный доход, чистый доход по отраслям производства, фонд возмещения, фонд потребления, фонд накопления и др. Фактический материал, содержащийся в балансе, подобно моментальной фотографии фиксирует совокупный результат реального процесса производства, распределения и потребления общественного продукта, который в действительности продолжается непрерывно в течение целого года.

Особое значение имеет тот факт, что баланс содержит достаточную информацию для анализа основных соотношений будущего года. Такая возможность становится очевидной уже при рассмотре-

нии баланса продукции двух подразделений столбцов. Записанная  
чения основных показателей планового баланса столбцов. Записанная  
вить к показателям первых двух столбцов осталось. Записанная  
ветствующие показатели 8, 9, 11 и 12-го столбцов. Записанная  
в виде уравнений, эта операция сводится к следующему:

$$\begin{aligned} (4000 + 400) c_1 + (1000 + 100) v_1 + 1100 m_1 &= 6600 P_1 \\ (1500 + 100) c_2 + (750 + 50) v_2 + 800 m_2 &= 3200 P_2 \\ \hline (5500 + 500) c + (1750 + 150) v + 1900 m &= 9800 P. \end{aligned} \quad (1.9)$$

Показатели третьего (т. е.  $t + 2$ -го) года будут теперь целиком зависеть от распределения прибавочного продукта во втором году. И все-таки есть в уравнении (1.9) элементы, захватывающие и третий год. Это — основные параметры простого воспроизводства. Валовой выпуск средств производства во втором году  $6600 P_1(t+1)$ , который сам определяется размером накопления прибавочного продукта в предшествующем периоде  $400 \Delta c_1(t)$ , есть минимальная граница выпуска средств производства в третьем году для обеспечения простого воспроизводства. Точно так же выпуск первого года [ $6600 P_1(t)$ ] определил объем простого воспроизводства средств производства во втором году. Простое воспроизводство выступает здесь как опорный момент воспроизводства расширенного: «Воспроизводство в расширенном масштабе... является сначала только простым воспроизводством»<sup>1</sup>.

Числовые зависимости элементов межотраслевого баланса, сформулированные в математической форме, превращаются в выражение общих количественных закономерностей социалистического расширенного воспроизводства. Математическая формулировка этих закономерностей позволяет подвергнуть точному анализу не только фактически сложившиеся соотношения в системе общественного производства, но также исследовать возможные варианты будущего развития. В этом смысле математические выражения, описывающие взаимосвязь экономических элементов в процессе расширенного воспроизводства, выступают в роли математической модели, отражающей в обобщенной форме действительные соотношения реальных вещественных величин. Точно так же описанный выше баланс продукции двух подразделений является своего рода экономической моделью, в которой процесс расширенного воспроизводства получает развернутую характеристику в виде системы конкретных числовых показателей, описывающих материальные результаты воспроизводственного процесса по состоянию на определенный момент времени.

И в уравнениях математической модели, и в балансе производства и распределения продукции описываются одни и те же величины, одни и те же зависимости. Только в математической записи эти

---

<sup>1</sup> К. Маркс, Капитал, т. II, 1955, стр. 507.

величины и зависимости получают обобщенное, абстрактное выражение, действительное для любых конкретных показателей, тогда как все элементы межотраслевого баланса представляют собой единовременную количественную характеристику какого-то одного производственного цикла.

Фактические показатели баланса могут рассматриваться как результат конкретизации общих закономерностей, записанных в математической форме. А раз так — то сама система математического описания экономических взаимосвязей превращается в формулировку способа перехода к балансу следующего периода.

## 2. Цикл воспроизводства всех средств производства один год при неизменном органическом строении производственных фондов (модель 1)

В качестве первого приближения к созданию математической модели социалистического расширенного воспроизводства мы рассмотрим предельно обобщенный ее вариант, основанный на некоторых допущениях.

А°. Наиболее важным из них является предположение о том, что все средства производства, созданные в данном году, целиком переносят свою стоимость на продукт одного только следующего года, и, следовательно, если позволительно говорить в такой обобщенной модели о сроках службы средств производства, то он одинаков для всей их массы и во всех случаях равен одному году (или во всяком случае одному периоду, продолжительность которого принимается за единицу отсчета времени).

Б°. Вторым существенным допущением, принимаемым в рассматриваемой модели, является неизменность органического строения фондов. Это предположение дает возможность рассмотреть вначале простейшую схему воспроизводства, в которой показатели удельной потребности в средствах производства, необходимых для возмещения и для расширения производства, остаются неизменными во времени.

Введем некоторые обозначения. При этом будем иметь в виду, что согласно традиции в математике постоянные величины обозначаются обычно первыми буквами алфавита, а переменные — последними.

Поскольку объем производства, а также размер потребления средств производства в каждом из подразделений есть величины переменные, примем:

$X_1$  и  $X_2$  — объем производства соответственно в первом и во втором подразделении ( $P_1$  и  $P_2$  в схемах Маркса),  
 $x_{11}$  и  $x_{12}$  — масса средств производства, израсходованных соответственно в первом и во втором подразделении ( $C_1$  и  $C_2$  в схемах Маркса).