

НОВОСТИ И ПРОБЛЕМЫ НАУКИ

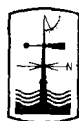
Г. В. Груза
Э. Я. Ранькова

**СТРУКТУРА И ИЗМЕНЧИВОСТЬ
НАБЛЮДАЕМОГО КЛИМАТА.
ТЕМПЕРАТУРА ВОЗДУХА
СЕВЕРНОГО ПОЛУШАРИЯ**

ЛЕНИНГРАД
ГИДРОМЕТЕОИЗДАТ
1980

Г. В. Груза, Э. Я. Ранькова

СТРУКТУРА И ИЗМЕНЧИВОСТЬ
НАБЛЮДАЕМОГО КЛИМАТА.
ТЕМПЕРАТУРА ВОЗДУХА
СЕВЕРНОГО ПОЛУШАРИЯ



ЛЕНИНГРАД
ГИДРОМЕТЕОИЗДАТ
1980

Анализируются проблемы, связанные с оцениванием, идентификацией и анализом структуры реального, наблюдаемого климата и климатической изменчивости. Предлагается система содержательных идентификаторов (обозначений) эмпирических характеристик климата.

Приводятся новые эмпирические данные о важнейших характеристиках температурного режима северного полушария, их географическом распределении, годовом ходе и вековых изменениях.

The paper "Observed Climate Structure and Variability. Air Temperature of the Northern Hemisphere" by G. V. Gruza and E. Ya. Rankova considers the problems concerned with estimation, identification and analysis of the observed climate structure and climatic variability. The system of meaningful identifiers for empirical climate characteristics is proposed.

The new empirical data are given about the most significant characteristics of the Northern Hemisphere temperatures, as well as their geographical distribution, annual variation and secular changes.

Георгий Вадимович Груза
Эсфирь Яковлевна Ранькова

СТРУКТУРА И ИЗМЕНЧИВОСТЬ НАБЛЮДАЕМОГО КЛИМАТА. ТЕМПЕРАТУРА ВОЗДУХА СЕВЕРНОГО ПОЛУШАРИЯ

Редактор Г. А. Солдатова. Техн. редактор Е. А. Маркова. Корректор Т. В. Прокофьева
ИБ № 1331

Сдано в набор 21.03.80. Подписано в печать 06.06.80. М-27873. Формат 60×90¹/₁₆. Бум. тип. № 1. Гарнитура литературная. Печать высокая. Печ. л. 4,5. Уч.-изд. л. 4,9. Тираж 800 экз. Индекс МЛ-38. Заказ № 159. Цена 60 коп. Гидрометеиздат. 199053, Ленинград, 2-я линия, 23.

Ленинградская типография № 8 ордена Трудового Красного Знамени Ленинградского объединения «Техническая книга» им. Евгения Соколовой Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 190000, г. Ленинград, Прачечный переулок, 6.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Интерес к проблемам климата и его изменениям в последние годы неуклонно возрастает. Это связано с тем, что вопросы окружающей среды и климата, как важнейшей ее характеристики, волнуют самые различные слои общества, международные и правительственные организации. Люди осознали принципиальную возможность антропогенного влияния на климат и окружающую среду и его возможные последствия.

В феврале 1979 г. в Женеве была проведена Всемирная конференция по климату, на которой был серьезно поставлен вопрос о мониторинге климата [18], т. е. о создании системы слежения за состоянием климатической системы.

Среди исследований климата, несомненно, одно из важнейших мест занимает анализ наблюдаемого климата. (Термин «наблюдаемый климат» используется в настоящей работе потому, что все представленные в ней оценки являются результатом обработки и статистического анализа данных наблюдений за фактическим состоянием реальной климатической системы Земли.) При этом большой интерес представляет фактический материал, обработанный таким образом, чтобы его впоследствии можно было интерпретировать с помощью разных вероятностных и детерминистских моделей, которые будут меняться вместе с развитием науки — меняться будут интерпретация и выводы, но доброкачественный фактический материал будет сохранен. (Разумеется, следует помнить об использованных методах первичной обработки данных наблюдений.)

Авторам представляется, что этим требованиям к обработке данных удовлетворяет метод эмпирических статистических характеристик, которые вычисляются по формулам, справедливым для генеральной совокупности. Этот метод изложен в настоящей работе.

Авторы сознательно стремились ограничить выдвижение гипотез и теоретических выводов, предоставив читателю возможность самому рассмотреть фактические данные, например по температуре воздуха, одной из важнейших характеристик состояния атмосферы. (Температура воздуха в первую очередь используется как индикатор текущего климата и его изменений еще и потому, что накоплен достаточно большой материал фактических данных инструментальных наблюдений.)

В пп. 2.8 и 2.9 использованы данные, полученные Л. Н. Аристовой и Г. С. Харманской.

Авторы выражают искреннюю благодарность А. М. Обухову, М. И. Будыко, Г. С. Голицыну, М. А. Петросянцу, Н. В. Кобышевой, Л. Г. Полозовой, М. И. Фортус, К. Я. Винникову, советы и замечания которых были использованы в работе.

ПРОБЛЕМЫ ИЗУЧЕНИЯ СТРУКТУРЫ И ИЗМЕНЧИВОСТИ НАБЛЮДАЕМОГО КЛИМАТА

1.1. Климат и климатическая изменчивость. Мониторинг климата

Термин «климат» в настоящее время в литературе используется не вполне однозначно. Понятие климата, являясь основным в климатологии, менялось в процессе развития науки, что приводило к многочисленным, порой не очень продуктивным дискуссиям. Можно указать ряд перечней различных определений климата (см., например, [4]).

Современные определения климата были сформулированы группой ученых на Стокгольмской конференции ПИГАП 1974 г., посвященной физическим основам теории климата и его моделированию (превосходный перевод трудов этой конференции, выполненный А. С. Чаплыгиной под редакцией А. С. Монина, сделал эти результаты достоянием научной общественности Советского Союза [33]), хотя сходные определения давались различными учеными и раньше. Понятие климата вводится на основе рассмотрения состояний климатической системы, включающей ряд взаимодействующих физических элементов (атмосфера, океан, криосфера, поверхность суши и биомасса) и изменяющейся в различных масштабах времени. При этом под атмосферой понимается газовая оболочка Земли, являющаяся наиболее изменчивой частью системы. Понятие «океан» включает в себя соленые воды Мирового океана и прилегающих к нему морей. Криосферу составляют запасы льда и снега на земном шаре, включая материковые ледяные щиты, горные ледники, морские льды и снежный покров на суше. Под поверхностью суши понимается все, что имеется на суше, включая горы, поверхностные породы, осадочные породы и почвы, а также озера, реки и подземные воды. Биомасса включает в себя растительность на суше и в океане, а также все живые организмы в воздухе, море и на суше; сюда же относится сам человек. Теперь можно определить климат как статистический ансамбль состояний, которые проходит климатическая система за определенные периоды времени (по Монину [23] — за 30 лет).

Под статистическим ансамблем понимается множество, состоящее из известных элементов, если указано, как часто в нем встречается каждый из этих элементов, и, таким образом, появляется возможность более сжатого, во всяком случае по сравнению с простым перечислением элементов, описания этого множества с помощью статистических характеристик (средняя, дисперсия, корреляционные функции и т. д.) или функции распределения.

Легко заметить, что определение климата как статистического ансамбля является не вполне корректным, так как понятие статистического ансамбля состояний в приложении к реальной климатической системе нуждается в уточнении. Однако ясно, что

для описания климата необходимо привлекать статистические методы, так как характеристиками климата являются именно статистические характеристики системы, а не индивидуальные описания ее состояний, каждое из которых мы связываем с погодой. (Следует отметить, что на протяжении истории развития науки смысл понятия «статистика» также менялся, и весьма существенно, не меньше, чем смысл понятия «климат». Перечень определений статистики приведен в [25].)

Чтобы ограничить рассмотрение статистического ансамбля состояний климатической системы наиболее интересными и важными для нас масштабами пространства и времени, необходимо уточнить параметры физического состояния этой системы. Как при построении теоретических моделей, так и в эмпирических исследованиях целесообразно разграничивать «внутренние» (определяющиеся свойствами системы или модели) и «внешние» (описывающие внешние по отношению к системе явления, заданные независимо) переменные, характеризующие состояние системы. Очевидно, что граница между внутренними и внешними характеристиками состояния климатической системы зависит от способа рассмотрения и масштабов времени, представляющих для нас интерес, и уже потому является условной.

Следует отметить, что главным предметом обсуждения на Стокгольмской конференции были гидродинамические модели климата. Анализу наблюдаемого климата и задачам его исследования было уделено сравнительно меньше внимания. В частности, статистический анализ наблюдаемого климата рассматривался лишь как дополнение к разработке численных моделей климата [33, с. 37]. Разумеется, это не вполне верно, так как объектом исследования является именно реальный, наблюдаемый климат Земли, тогда как теоретические модели климата являются лишь средством его изучения. В настоящей работе рассматриваются некоторые аспекты проблемы, связанные с эмпирико-статистическим исследованием реального, наблюдаемого климата.

Основой эмпирико-статистических исследований являются данные наблюдений. Для уточнения понятий климата и климатической изменчивости по отношению к наблюдаемому климату рассмотрим следующий пример. На рис. 1.1.1 приведены данные о ходе температуры. Эти данные не равноточны и приведены с различным разрешением во времени. Они характеризуют изменения температурных условий на Земле в различных масштабах времени и представляют собой индивидуальные реализации состояний климатической системы. При этом следует помнить, что земной климат представляет собой уникальный процесс, т. е. мы имеем дело с единственной реализацией. Рассмотрение «ансамбля» подобных реализаций возможно лишь в теоретическом или гипотетическом плане по отношению к неким планетам, имеющим историю развития, аналогичную Земле. Лаконичное описание полной истории климата Земли приведено А. С. Мониным [23].

Применение статистических методов анализа временных рядов к рядам, представленным на рис. 1.1.1, является непростой задачей, и, как будет показано ниже, обработка имеющихся данных о климате Земли может быть проведена только с использованием

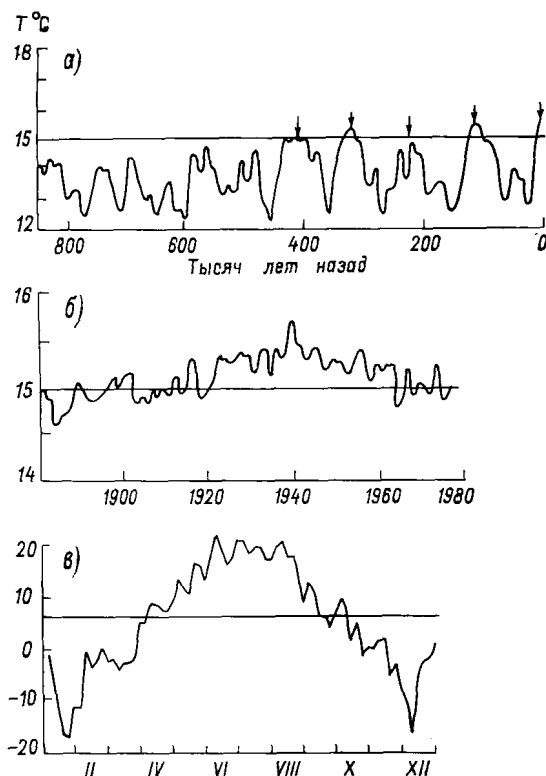


Рис. 1.1.1. Схематическое представление изменений температуры в умеренных широтах северного полушария за последний миллион лет (а), за последнее столетие (б) и ход средней суточной температуры в Москве за 1973 г. (в).

Стрелками указаны последние межледниковые периоды.

некоторой определенной априорной информации. Здесь же, забегая вперед, рассмотрим спектр изменчивости одной из характеристик климатической системы — температуры.

Попытки построить сводный глобальный спектр предпринимались многими авторами [22, 23, 39, 40]. Один из интересных примеров сборный спектральной функции, выражающей изменчивость характеристик климатической системы, приведен Кутцбахом [40]. Мы приведем (рис. 1.1.2) упрощенный схематический объединенный спектр, следуя Митчелу [43]. Этот спектр построен на

некоторых умозрительных заключениях на основе полученных разными авторами для различных участков временной шкалы эмпирических спектров. Как и для всех непериодических процессов, этот спектр является непрерывным; плотность его стремится к бесконечности для периодических составляющих и их гармоник — годовой и суточной компонент. При этом вклад в общую дисперсию

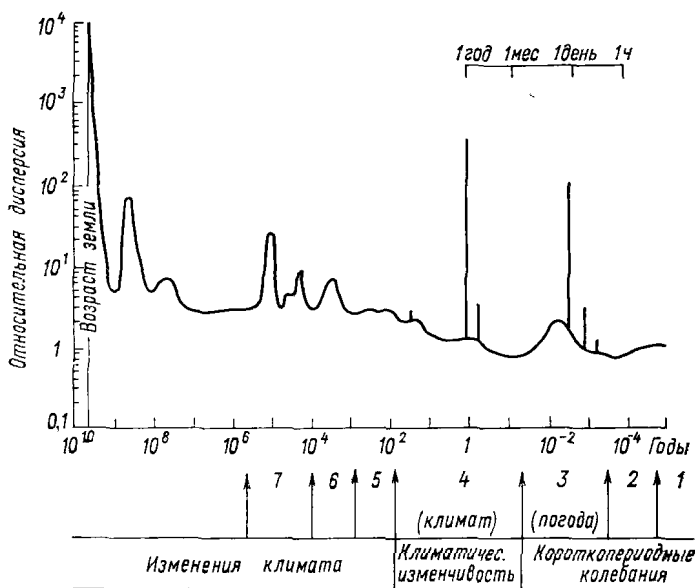


Рис. 1.1.2. Масштабы временной изменчивости состояний климатической системы (схематический спектр).

изменчивости, связанной с периодическими процессами, является конечным и может быть вычислен для годового и суточного хода, если известны их амплитуды.

Наиболее полная классификация колебаний метеорологических и океанографических параметров в зависимости от их масштабов дана Мониным [22]. Мы примем следующую практическую классификацию масштабов изменчивости характеристик климатической системы (на рис. 1.1.2 эти масштабы выделены в нижней части рисунка).

1. Микрометеорологическая изменчивость — от долей секунды до минут.

2. Мезометеорологическая изменчивость — от нескольких минут до часов.

3. Изменчивость, соответствующая синоптическим процессам, — от нескольких часов до двух-трех недель. Внутри этого интервала масштабов возможно индивидуальное прогнозирование и описание основных синоптических объектов, которые характеризуют

погоду и ее изменения. За верхнюю границу интервала часто принимают масштаб предсказуемости индивидуальных синоптических процессов, который оценивается в две-три недели.

4. Климатическая изменчивость — от трех недель до нескольких десятилетий. Изменчивость этого масштаба, принятого нами за внутренний временной масштаб климатической системы, характеризует внутриклиматические колебания, или климатическую изменчивость, или флуктуации климата. По-видимому, внутри этих флуктуаций целесообразно выделить следующие колебания:

— мелкомасштабные климатические флуктуации — месяц и сезон (один-три месяца);

— среднемасштабные климатические флуктуации — от полугода до двух-трех лет;

— длительные климатические флуктуации — от двух до пяти-шести лет.

Говоря о климатических флуктуациях, или климатической изменчивости, стоит уточнить верхнюю границу масштаба. Во многих случаях ее целесообразно принимать равной интервалу около трех десятилетий.

Масштабы более нескольких десятилетий характеризуют изменения климата. В этой области также целесообразно ввести дополнительные группы временных масштабов.

5. Межвековая изменчивость.

6. Изменчивость типа малого ледникового периода.

7. Изменчивость, связанная с ледниковыми периодами (здесь под периодом не подразумевается строго периодическое явление!).

Как уже упоминалось, следует специально рассматривать периодические колебания, связанные с суточным периодом и периодом в один год, а также их гармоник.

Из определения климата как статистического ансамбля, который описывается набором статистических характеристик, следует, что статистический спектр, изображенный на рис. 1.1.2, характеризует, вообще говоря, климат, причем статистические характеристики мелкомасштабных изменений также являются характеристиками климата. Но это одна сторона понятия «климат». Вторая сторона связана с выбором внутреннего временного масштаба климатической системы. С этой точки зрения под климатической изменчивостью мы понимаем временные масштабы примерно от трех недель до нескольких (для определенности трех) десятилетий. При этом статистические характеристики мелкомасштабной изменчивости наряду со средними значениями могут рассматриваться как характеристики климата, в то время как крупномасштабная изменчивость характеризует изменения климата. Колебания, связанные с масштабами, внутренними по отношению к климатической системе, будем называть климатической изменчивостью, или внутриклиматической изменчивостью, или флуктуациями климата.

Таким образом, понятие климата с нашей точки зрения, с одной стороны, связано со статистическим ансамблем состояний кли-

матической системы и статистическими характеристиками этого ансамбля и, с другой стороны, характеризуется временным масштабом климатической изменчивости, которому мы ставим в соответствие отрезок от трех недель до тридцати лет.

Это предварительное общее рассмотрение пока не отвечает на вопрос о том, как практически выбирать материал для эмпирической оценки климата, что использовать в качестве климатической выборки для оценки гипотетического ансамбля состояний климатической системы. Когда речь идет о моделях климата, реализуемых на ЭВМ, этот вопрос оказывается более простым. Задавая постоянными внешние условия (внешние климатические факторы, или факторы изменения климата), можно повторить эксперимент практически любое количество раз и, получив таким образом ансамбль состояний сколь угодно большой по объему, провести для него статистический анализ. Этого в принципе нельзя сделать для реального климата, так как он, как мы уже упоминали, представляет собой единственный уникальный процесс.

Задача эмпирико-статистического исследования наблюдаемого климата тесно связана с проблемой мониторинга климата и состояния климатической системы. Концепции мониторинга состояния окружающей природной среды и вопросы выявления и анализа антропогенных воздействий активно изучаются под руководством Ю. А. Израэля [18, 19]. Под климатическим мониторингом в соответствии с упомянутыми работами следует понимать целенаправленную программу наблюдений, сбора и обработки данных о климатической системе для обнаружения антропогенных изменений, выявления источников и причин этих изменений, а также для оценки и прогноза масштабов ожидаемых изменений климата. Очевидно, что решение задач климатического мониторинга должно опираться на результаты исследований по некоторой комплексной всесторонней программе и на наблюдения Всемирной службы погоды, хотя для решения ряда конкретных вопросов, несомненно, понадобятся как дополнительные специальные наблюдения, так и разработка специфических чувствительных методов статистического анализа.

1.2. Система наблюдений и массивы данных

Прежде всего, рассмотрим, чем мы располагаем, приступая к эмпирико-статистическому исследованию реального климата.

Каждый метеорологический элемент или физическая величина, характеризующая состояние климатической системы, меняется в пространстве и во времени и, следовательно, является функцией трех пространственных координат (широты φ , долготы λ , высоты z) и времени (τ):

$$x_i = x_i(\varphi, \lambda, z, \tau). \quad (1.2.1)$$

Систему функций (1.2.1) можно рассматривать как символическое обозначение физической реальности. Совокупность всех (пусть

это будет избранное нами число N важнейших величин) метеорологических элементов определяет погоду. Таким образом, с математической точки зрения погода есть семейство, или система величин, или вектор, составляющими которого являются метеорологические элементы:

$$\mathbf{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_N\}.$$

Метеорологические элементы служат для численного выражения физического состояния всех составляющих климатической системы. Основными характеристиками атмосферы являются температура, давление, скорость ветра, а также влагосодержание. Величины x_i в свою очередь могут быть не только скалярами — это могут быть векторы, тензоры или даже объекты более сложной структуры. Каждый метеорологический элемент образует поле, которое, хотя бы в принципе, может быть описано функциональной зависимостью (1.2.1), вообще говоря, весьма сложной.

Эмпирические сведения об этой функции получают с помощью системы наблюдений. Так как эта функция очень сложна и масштабы изменения аргументов весьма велики, невозможно измерить все ее особенности с необходимой точностью для любых пространственно-временных представлений с помощью какой-либо одной системы. Поэтому глобальная система наблюдений включает в себя множество подсистем, отличающихся как методикой и содержанием наблюдений (т. е. подпространством избранных метеорологических элементов), так и способом представления информации в пространстве и времени [11]. Важно подчеркнуть, что большинство измерений проводятся в дискретных точках пространства и времени и имеют конечную точность (т. е. квантуются). Мы не будем здесь рассматривать правила дискретизации пространственных и временных координат и квантования уровня метеорологических элементов, а также анализировать точность восстановления исходных функций. Нас будут интересовать лишь модели представления метеорологической информации для описания исходной функции.

Вместо географических координат в (1.2.1) часто бывает удобнее рассматривать некоторые обобщенные пространственные координаты

$$x = x\{\zeta, \eta, \xi, \tau\}. \quad (1.2.2)$$

Рассмотрим крайний случай, когда все пространственные и временные координаты подвергаются дискретизации. Дискретизация может производиться по определенному правилу — тогда говорят о регулярной дискретизации, или об упорядоченных данных. Это означает, например, что наблюдения проводятся через равные промежутки изменения пространственных координат, т. е. все координаты меняются по закону арифметической прогрессии:

$$\zeta_i = i \Delta \zeta; \quad \eta_j = j \Delta \eta; \quad \xi_k = k \Delta \xi; \quad \tau_t = t \Delta \tau. \quad (1.2.3)$$

Если наблюдения проводятся в точках и в моменты времени с координатами (1.2.3), то для представления информации будут использоваться значения функции

$$x_{ijkl} = x(\zeta_i, \eta_j, \xi_k, \tau_l). \quad (1.2.4)$$

В этом случае вместо значений координат можно использовать целочисленные индексы, а координаты будут целиком определяться значениями индексов по закону их изменения (1.2.3). Таким образом, каждое значение функции при регулярной дискретизации пространственных и временных координат является элементом многомерного массива.

Подчеркнем, что в лучшем случае все, что мы имеем для статистического анализа данных наблюдений и измерений состояний климатической системы за некоторый период, сводится к информационному массиву, подобному упомянутому выше. Мы будем рассматривать в качестве основного массив, являющийся отображением функции (1.2.1) в узлы регулярной сетки X_{gmdfl} , где индексам присвоим следующий содержательный смысл независимо от порядка: g — год, m — месяц, d — номер дня, f — номер широтного круга при $\Delta\varphi = 5^\circ$, l — номер меридиана при $\Delta\lambda = 10^\circ$.

1.3. Задачи идентификации состояний климатической системы

В задачах эмпирико-статистического анализа реального климата, как и вообще при анализе любых систем [36], очень важным представляется вопрос о соотношении опытной информации, т. е. данных наблюдений за климатической системой, и априорной информации. Как уже упоминалось выше, мы имеем единственную реализацию некоторого процесса изменения климатической системы. Наблюдения охватывают лишь некоторый отрезок времени ее развития. Имея в виду анализ данных на основе инструментальных наблюдений, мы будем опираться на выборки и архивы, которые уже упоминались.

Во всех случаях, когда мы имеем единственную выборку случайного процесса, даже при свидетельствах о его нестационарности возникает сильное искушение анализировать имеющиеся данные путем осреднения по времени и делать при этом статистические выводы как в случае стационарного (эргодического) процесса. Во многих случаях гипотеза о стационарности (по крайней мере, локальной стационарности в определенные отрезки времени) в некотором смысле могла бы быть обоснована. Однако в подавляющем большинстве работ, в особенности по спектральному анализу фактических данных или оценкам корреляционных функций, вообще ничего не говорится о принятой гипотезе, которая, по существу, и составляла бы априорную информацию, необходимую для выбора метода статистического анализа опытных данных.

Таким образом, мы сформулировали правило, которое часто упускается из виду: при статистическом анализе опытных данных необходимо сформулировать метод анализа, который должен

опираться, вообще говоря, на некоторую статистическую гипотезу о модели, соответствующей опытным данным. Так, в классической климатологии, по существу, принималась гипотеза о постоянстве климата, т. е. гипотеза о том, что все данные, которые подвергаются анализу, являются выборкой из постоянной совокупности. В связи с этим был распространен тезис о том, что чем длиннее выборка, тем лучше для климатических характеристик.

Задачу эмпирико-статистического исследования климатической системы можно сформулировать как задачу идентификации состояния климатической системы и количественной оценки параметров этого состояния на основе некоторой вероятностной модели. В зависимости от использованной априорной информации о системе задача идентификации может быть сформулирована в узком и широком смысле [36]. В узком смысле задача идентификации состоит в оценивании параметров состояния системы по результатам наблюдений за этой системой в реальных условиях. При этом считается, что структура этой системы и класс моделей, к которым относится система, известны, т. е. априорная информация о климатической системе достаточно велика.

При идентификации в широком смысле априорная информация об объекте практически отсутствует или очень бедна. Поэтому приходится на основании только эмпирических данных решать, какую выбрать структуру модели или класс моделей, нужно ли оценивать степень стационарности, оценивать линейность связей между переменными, какие переменные, характеризующие состояние системы и ее изменений, следует выбрать. Таким образом, чем меньше используется априорной информации, тем ближе становится задача идентификации к задаче простого статистического оценивания. Однако следует заметить, что никакое оценивание невозможно при полном отсутствии априорной информации, которую в минимальном случае составляет статистическая гипотеза о постоянстве генеральной совокупности или статистического ансамбля или, например, о стационарности процесса. Принятые гипотезы в этом случае и характеризуют выбранную вероятностную модель, диктующую методы статистической обработки.

При анализе нестационарных процессов — а процесс изменения климатической системы является скорее всего нестационарным — чрезвычайно продуктивными могут оказаться понятия мгновенной статистической характеристики, текущей статистической характеристики и средней статистической характеристики, которые мы рассмотрим далее, в частности на примере мгновенного, текущего и среднего статистических спектров.

1.4. Физическое осреднение и вероятностная интерпретация

Статистические характеристики системы обычно получаются с помощью некоторого осреднения. При этом они могут служить или для целей, описательных по отношению к изучаемой выборке, или для получения статистических выводов о генеральной сово-

купности. В последнем случае об этой генеральной совокупности необходима некоторая априорная информация в виде статистической гипотезы о структурной или вероятностной модели системы.

Выполнив осреднение по пространственным и временным координатам, мы получим результаты физического осреднения, которые отличаются от оценок математического ожидания в теоретико-вероятностном смысле. Статистические гипотезы необходимы именно для интерпретации физических средних как оценок математических ожиданий. Непосредственно физические средние, относящиеся к конкретным областям пространства и времени, составляют предмет описательной климатологии. Классическая климатология выработала правила соответствующей обработки, что позволило организовать мировую службу климата на базе Всемирной службы погоды. Эта обработка, как правило, ведется помесечно для конкретных лет и многолетних обобщений и служит целям описательной статистики климатической системы. В работе [11] мы предложили называть указанную задачу календарной статистикой.

В климатологии традиционно в первую очередь использовалось осреднение по времени. Если исключить пока из рассмотрения периодические составляющие (суточный и годовой ход), что достигается рассмотрением данных за конкретный сезон (месяц) и определенное время суток или средних годовых величин, то различным моментам времени можно придать смысл различных реализаций, принимая гипотезу об эргодичности процесса. Умолчав об этой гипотезе, классическая климатология не вполне обоснованно использует статистическую терминологию и вероятностную интерпретацию для средних по времени и пространству.

Представим случайный процесс как функцию $x(v, t)$ случайного параметра v и времени t . Фиксируя время $t = t_0$, получаем случайную величину $x(v, t_0)$, распределение которой в общем случае зависит от t_0 . Фиксируя же некоторое значение случайного параметра v , получаем одну из возможных реализаций случайного процесса, представляющую собой уже неслучайную функцию времени.

Операция осреднения есть, в сущности, операция интегрирования с тем или иным весом [24]. Так, среднее по времени можно, в частности, найти из выражения

$$\overline{x(t)} = \lim_{t \rightarrow T} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt. \quad (1.4.1)$$

Среднее по ансамблю вычисляется как

$$M[x(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x, t) dx, \quad (1.4.2)$$

где $f(x, t)$ — функция распределения x , зависящая в общем случае от t .

Отметим, что эргодический стационарный процесс тем и замечателен, что для него, по определению, средние по времени и по множеству равны друг другу.

В общем случае среднее для нестационарного процесса, рассматриваемого как функция двух переменных, может определяться как результат двухкратного осреднения — по ансамблю и по времени. Порядок осреднения безразличен, так же как и порядок интегрирования. Произведя для нестационарного процесса осреднение по ансамблю, получим функцию от времени; для устранения этой зависимости следует произвести повторное осреднение, на этот раз по времени, и наоборот [34].

Подчеркнем, что в нашем информационном массиве климатических данных (1.2.1) нет случайной переменной ν , а есть только пространственные и временные координаты. Осредняя по этим координатам, мы можем получить результаты только физического осреднения и использовать их для целей описательной статистики, для фиксации характеристик климатической системы в конкретные промежутки времени.

Для теоретико-вероятностной интерпретации мы должны какие-то координаты (или связанные с ними индексы) принять в соответствии с гипотезой (априорной информацией) за случайные переменные. В этом случае в основе статистического оценивания лежит также операция осреднения или интегрирования с той или иной весовой функцией. Именно весовая функция и является главным образом носителем априорной информации об анализируемой системе.

Рассмотрим подробнее вопрос о практическом осреднении и интерпретации соответствующих статистических характеристик. Для определенности будем рассматривать объект в виде функции двух переменных $x(\theta, t)$, из которых одна — пространственная координата θ (точнее, комплекс возможных пространственных координат), а вторая — время t .

Пока не сделано никаких допущений, следует рассматривать пространственно-временное осреднение в самом общем виде:

$$\bar{x}(\theta, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x(\theta - \theta', t - t') w(\theta', t') d\theta' dt', \quad (1.4.3)$$

где $w(\theta, t)$ — весовая функция, нормированная в области интегрирования, т. е.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w(\theta', t') d\theta' dt' = 1.$$

Осреднению могут подвергаться не непосредственно наблюдаемые величины, а функции от них, например $g(x)$ (в этом случае подынтегральная функция x заменяется функцией $g(x)$), и в зависимости от вида этой функции результат осреднения дает различные статистические характеристики величины x :

дисперсию при

$$g(x) = (x - \bar{x})^2,$$

функцию распределения вероятностей при

$$g(x) = \begin{cases} 1, & x \leq x_0; \\ 0, & x > x_0 \end{cases}$$

и т. д.

Если интеграл (1.4.3) не зависит от какого-либо аргумента, то говорят об однородности относительно этого аргумента. В частности, для стационарного процесса средняя не зависит от момента времени t , так что $\bar{x}(\theta, t) = x(\theta)$.

Весовую функцию $w(\theta, t)$ можно выбрать так, что произойдет осреднение лишь по одной координате. Если принять, например,

$$w(\theta', t') = \delta(\theta') w_t(t'), \quad (1.4.4)$$

где $\delta(\theta)$ — дельта-функция Дирака, т. е.

$$\delta(\theta) = 0 \text{ при } \theta \neq 0,$$

$$\delta(\theta) = \infty \text{ при } \theta = 0,$$

$$\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \delta(\theta) d\theta = 1 \text{ при } \varepsilon > 0,$$

то осреднение будет производиться только по времени t , а результат осреднения будет функцией второй координаты, в данном случае θ . В этом случае осреднение (1.4.3) фактически сводится к однократному интегрированию по t с весовой функцией $w_t(t')$:

$$\bar{x}(\theta, t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\theta, t - t') w_t(t') dt'. \quad (1.4.3')$$

В предположении стационарности интеграл (1.4.3') превращается в $\bar{x}(\theta)$, а при однородности еще и по θ — в константу $\bar{x}$.

Остановимся на осреднении по времени несколько подробнее, поскольку оно в метеорологии играет особую роль. Без ограничения общности осреднение (1.4.3') можно рассматривать как оператор получения любой статистической характеристики величины x , поскольку характер подынтегральной функции (x или $g(x)$) на данном этапе анализа никакой роли не играет. Опустим также пространственную координату θ , тогда

$$ST(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g[x(t - \tau)] w(\tau) d\tau, \quad (1.4.5)$$

где $ST(t)$ — искомая статистическая характеристика, которая получена осреднением по реализациям процесса, но остается функцией момента t .

Легко показать, что, варьируя весовую функцию $w(\tau)$, можно осуществить принципиально различный подход к осреднению. Так, при

$$w(\tau) = \begin{cases} \frac{1}{T} & \text{при } 0 \leq \tau \leq T, \\ 0 & \text{при } \tau < 0 \text{ и } \tau > T \end{cases}$$

интеграл (1.4.5) представляет собой среднюю за период T , непосредственно предшествующий моменту t . Такие статистические характеристики принято называть мгновенными:

$$ST_m = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t g[x(\tau)] d\tau. \quad (1.4.6)$$

Для того чтобы получить текущую статистическую характеристику ST_c , интегрирование следует осуществить по всему периоду, предшествующему моменту t (начало периода формально относится к $-\infty$):

$$ST_c = \int_{-\infty}^t g[x(\tau)] w(t-\tau) d\tau. \quad (1.4.7)$$

Если при таком виде осреднения весовая функция постоянна, то это соответствует случаю, когда к моменту t отнесена средняя величина за весь период до момента наблюдения, т. е. с одинаковым весом учтены все наблюдения. Если вспомнить, что средние величины обычно используются в качестве каких-то оценок, кладутся в основу работы различных устройств, автоматов и т. д., то систему, которая работает с величинами, осредненными по правилам (1.4.6) и (1.4.7), можно назвать системой с конечной или бесконечной равномерной памятью. Целесообразно иногда использовать системы с убывающей памятью. Для таких систем, например, можно использовать весовую функцию следующего вида:

$$w(\tau) = \begin{cases} e^{-\alpha\tau} & \text{при } \tau \geq 0, \\ 0 & \text{при } \tau < 0. \end{cases} \quad (1.4.8)$$

Мгновенная статистическая характеристика является функцией момента времени t и длины учитываемого периода T : $ST_m(t, T)$, тогда как текущая статистическая характеристика зависит лишь от текущего момента времени t , к которому она относится: $ST_c(t)$. Очевидно также, что при некоторых допущениях

$$ST_m(t, T) = ST_c(t) - ST_c(t-T).$$

Понятия средней, текущей и мгновенной статистических характеристик по времени могут быть распространены и на другие коор-