

Б.В.ГНЕДЕНКО, В.С.КОРОЛЮК, Е.А.ЮЩЕНКО

# ЭЛЕМЕНТЫ ПРОГРАММИРОВАНИЯ

ФИЗМАТГИЗ • 1963

Б. В. ГНЕДЕНКО, В. С. КОРОЛЮК, Е. Л. ЮЩЕНКО

# ЭЛЕМЕНТЫ ПРОГРАММИРОВАНИЯ

ИЗДАНИЕ ВТОРОЕ  
СТЕРЕОТИПНОЕ

*Допущено Министерством  
высшего и среднего специального образования РСФСР  
в качестве учебного пособия  
для высших учебных заведений*



ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО  
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

МОСКВА 1963

## АННОТАЦИЯ

Книга «Элементы программирования» может служить руководством по программированию для цифровых автоматических машин. В ней нашли отражение исследования в области автоматизации программирования, решения логических задач на цифровых автоматических машинах, а также операторный метод, предложенный А. А. Ляпуновым.

Книга предназначена для студентов университетов, вузов и может быть полезна для работников научно-исследовательских институтов, занимающихся вопросами программирования.

Книга может служить учебным пособием при подготовке кадров программистов.

*Борис Владимирович Гнеденко, Владимир Семенович Королюк,  
Екатерина Логвиновна Юценко.*

### ЭЛЕМЕНТЫ ПРОГРАММИРОВАНИЯ

М., Физматгиз, 1963 г., 348 стр. с илл.

Редактор *Соловьева Л. А.*

Техн. редактор *Мурашова Н. Я.*

Корректор *Андрианова Л. Е.*

Печать с матриц. Подписано к печати 1/XII 1962 г. Бумага 60×90<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Физ. печ. л. 21,75.  
Условн. печ. л. 21,75. Уч.-изд. л. 17,34. Тираж 50 000 экз. Цена книги 62 коп. Заказ № 1166.

Государственное издательство физико-математической литературы.  
Москва, В-71, Ленинский проспект, 15.

Типография № 2 им. Евг. Соколовой УЦБ и ПП Ленсовнархоза.  
Ленинград, Измайловский пр., 29.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

|                                                                                                |            |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| От авторов . . . . .                                                                           | 5          |
| Введение . . . . .                                                                             | 7          |
| <b>Глава I. Принципы устройства электронных вычислительных машин . . . . .</b>                 | <b>13</b>  |
| § 1. Выбор системы счисления . . . . .                                                         | 13         |
| § 2. Основные логические операции . . . . .                                                    | 18         |
| § 3. Элементарные электронные схемы . . . . .                                                  | 22         |
| § 4. Представление чисел в машине . . . . .                                                    | 31         |
| § 5. Операции над числами в цифровых машинах . . . . .                                         | 35         |
| § 6. Перевод из одной системы счисления в другую . . . . .                                     | 43         |
| <b>Глава II. Принципы программного управления на цифровых автоматических машинах . . . . .</b> | <b>45</b>  |
| § 1. Принципиальная схема ЦАМ . . . . .                                                        | 45         |
| § 2. Элементарные операции, выполняемые ЦАМ . . . . .                                          | 52         |
| <b>Глава III. Элементарное программирование . . . . .</b>                                      | <b>63</b>  |
| § 1. Непосредственное программирование . . . . .                                               | 66         |
| § 2. Разветвляющиеся процессы . . . . .                                                        | 77         |
| § 3. Циклические процессы . . . . .                                                            | 89         |
| § 4. Циклические процессы, зависящие от параметров . . . . .                                   | 112        |
| § 5. Блок-схемное программирование и передача управления на подпрограммы . . . . .             | 139        |
| § 6. Формирование содержания запоминающего устройства . . . . .                                | 146        |
| § 7. Групповые операции . . . . .                                                              | 153        |
| <b>Глава IV. Операторное программирование . . . . .</b>                                        | <b>169</b> |
| § 1. Схемы счета . . . . .                                                                     | 169        |
| § 2. Схемы программ . . . . .                                                                  | 172        |
| § 3. Программирование сложных циклических процессов . . . . .                                  | 182        |
| § 4. Логические условия в схемах программ . . . . .                                            | 218        |
| § 5. Программирование логических операторов . . . . .                                          | 225        |
| § 6. Содержательное преобразование схем программ . . . . .                                     | 236        |
| <b>Глава V. Адресное программирование . . . . .</b>                                            | <b>240</b> |
| § 1. Понятие адресной программы . . . . .                                                      | 241        |
| § 2. Схемы обозревания кодов . . . . .                                                         | 248        |
| § 3. Программы задач линейной алгебры . . . . .                                                | 254        |
| § 4. Неарифметические задачи . . . . .                                                         | 261        |
| <b>Глава VI. Автоматизация программирования . . . . .</b>                                      | <b>284</b> |
| § 1. Общий обзор методов . . . . .                                                             | 284        |
| § 2. Построение алгоритмов операторной программирующей программы . . . . .                     | 293        |
| § 3. Метод адресного программирования . . . . .                                                | 298        |

|                                                    |     |
|----------------------------------------------------|-----|
| Глава VII. Организация работы на ЦАМ . . . . .     | 300 |
| § 1. Оформление программ на бланках . . . . .      | 300 |
| § 2. Ввод программ в ЗУ и контроль ввода . . . . . | 302 |
| § 3. Проверка правильности работы машины . . . . . | 303 |
| § 4. Отладка программ . . . . .                    | 307 |
| Приложение . . . . .                               | 309 |
| БЭСМ . . . . .                                     | 309 |
| Стрела . . . . .                                   | 316 |
| Урал . . . . .                                     | 325 |
| М-3 . . . . .                                      | 333 |
| Киев . . . . .                                     | 337 |
| Цитированная литература . . . . .                  | 347 |

---

## ОТ АВТОРОВ

Настоящая книга написана на основании опыта работы авторов на универсальных цифровых автоматических машинах, чтения курсов лекций по программированию, проведения соответствующих семинаров, руководства практикой студентов, а также участия в проектировании новых вычислительных машин. Отправным пунктом для нашей работы был курс лекций проф. А. А. Ляпунова, который он читал в Московском университете. Содержание нашей книги ясно из оглавления, и на нем нет необходимости останавливаться.

Мы будем искренне благодарны всем читателям, которые найдут возможным прислать нам свои пожелания, замечания и указания на замеченные недостатки.

*Гнеденко Б. В., Королюк В. С., Ющенко Е. Л.*



## ВВЕДЕНИЕ

Прошло лишь немногим более десяти лет с тех пор, как была построена первая автоматическая электронная цифровая машина с программным управлением, но уже можно говорить с полной определенностью, что ее появление знаменовало собой решительный скачок по пути прогресса для большого числа научных и технических проблем нашего времени.

Впервые перед наукой открылась возможность производить колоссальные по масштабам вычислительные работы в исключительно короткие сроки. Производство вычислений диктуется практической необходимостью, и потребности в счете возрастают с каждым годом.

Дело в том, что любые научные и технические разработки, любое строительство — корабля, плотины, турбины, самолета, ракеты, атомного реактора — нуждаются в предварительных, зачастую очень сложных расчетах. Порой вся их сложность состоит лишь в том, что для получения окончательного результата необходимо выполнить миллионы, а то и миллиарды арифметических операций. Для примера укажем на решение систем большого числа линейных алгебраических уравнений. Принципиальная сторона вопроса здесь достаточно хорошо выяснена уже давно, и единственная трудность, которая возникает, — это необходимость осуществления большого числа сложений, вычитаний, умножений и делений. Для систем указанного вида, содержащих 200—300 неизвестных с соответствующим числом уравнений, получение ответа достигается лишь после производства нескольких десятков миллионов элементарных арифметических действий. Даже лучшему вычислителю, в руках которого находятся простейшие вычислительные средства — арифмометры, таблицы и пр., — требуются годы, а то и десятилетия напряженного труда для решения одной-единственной задачи столь простого типа. Конечно, иногда задача допускает разбиение на части, каждая из которых может быть решена независимо одна от другой. В таком случае можно значительно ускорить вычислительный процесс, поручив выполнение независимых групп операций различным вычислителям. Однако

зачастую такое разбиение невозможно и вся задача требует последовательного выполнения операций.

Многие задачи, формальное решение которых еще совсем недавно казалось исключительно далеким от возможности практического использования из-за вычислительных трудностей, в настоящее время в связи с появлением новой быстродействующей вычислительной техники удалось довести до численных расчетов, а тем самым и до непосредственных применений. В инженерной практике вычислительные трудности приводили к тому, что часто инженеры ограничивались весьма приближенными прикидками, а иногда и совсем отказывались от расчетов даже в тех случаях, когда имелась вполне удовлетворительная теория соответствующего явления. Это обстоятельство приводило и приводит, в частности, к тому, что в практике мирятся с неоправданно высокими запасами прочности; в особо же ответственных случаях прибегают к дорогостоящим экспериментам и моделированию. Применение быстродействующих вычислительных машин открывает перед современной техникой невиданные возможности. Достаточно сказать, что лучшие образцы машин сейчас способны производить десятки тысяч умножений многозначных чисел в секунду. Иными словами, машина в секунду производит столько вычислений, сколько не способен произвести даже опытный вычислитель за целый месяц работы. Это обстоятельство не может не оказать глубокого влияния на весь комплекс технических, экономических и естественных наук, стимулируя широкое использование вычислительных методов. Внедрение этих методов позволит выбирать оптимальные варианты решения инженерных задач и тем самым принесет огромный экономический эффект.

Как ни велико значение новой вычислительной техники для производства вычислительных работ, быть может, еще большее значение имеет то, что быстродействующие цифровые вычислительные машины оказалось возможным приспособить к решению задач логического характера. В качестве примера такого рода можно привести удачные попытки осуществления автоматического перевода с одного языка на другой, проводимые в СССР, США и других странах. Оказалось, что на машину удастся переложить некоторые функции интеллектуальной деятельности и тем самым освободить человека от монотонных мыслительных операций, совершаемых по определенным правилам. Особенно большие перспективы открываются в связи с использованием вычислительных машин для автоматического управления производственными процессами. Это направление привлекает большое число ученых и инженеров. Чтобы характер этого рода приложений был достаточно отчетливо выяснен, мы

приведем несколько примеров, заимствованных из технической литературы.

Фирма «Сокони мобил ойл компани» использовала электронную вычислительную машину для выбора наивыгоднейшего режима перегонки нефти. Исходными данными при этом являются стоимость на рынке нефтепродуктов, рабочей силы, различных материалов и ряд других факторов. Для составления программы были предварительно математически описаны процессы каталитического крекинга, алкилирования и др. Программа, моделирующая процесс перегонки, включает в себя 6000 команд и чисел и осуществляется машиной за 9 минут, из которых 6 минут затрачиваются на ввод в машину программы.

Фирма «Вест Пенн электрик» создала электронную вычислительную машину для выбора наиболее экономичного режима работы энергосистемы мощностью 1300 Мвт, объединяющей десять тепловых электростанций и одну гидростанцию. Общая протяженность линий электропередач 2500 км при напряжениях в 66 и 132 кВ. Машина используется для расчета оптимального режима работы системы при учете потерь в сетях, стоимости топлива на отдельных станциях, коэффициентов полезного действия генераторов, работающих для покрытия нагрузки, и учета других факторов, определяющих стоимость энергии. Полученное решение используется для распределения нагрузок между станциями.

В настоящее время в периодической печати появилось значительное число работ, касающихся применения быстродействующих вычислительных машин к автоматическому управлению металлорежущими станками, доменным процессом, к задачам государственного планирования, для библиографических целей и т. д. Ряд такого рода интересных и важных применений был освещен в докладах на сессии Академии наук СССР, посвященной научным проблемам автоматизации производства [1].

Несомненно, что в указанных направлениях исследовательская работа еще только начинается и даже самое ближайшее будущее принесет необозримые успехи. Но для этого необходима упорная и систематическая работа по изучению и математическому описанию процессов, подлежащих автоматизации. До некоторой степени исследования этого рода представляют собой новую область математической деятельности, которая требует специальной подготовки и специального направления мысли. Несомненно, что уже теперь нужно учесть это при организации университетского образования.

До последнего времени человечество огромную долю своих творческих усилий затрачивало на то, чтобы использовать силы природы для освобождения человека от однообразного утоми-

тельного физического труда путем использования разнообразных машин. Одновременно, но в сравнительно меньшей степени, человечество стремилось и к облегчению умственного труда, к тому, чтобы переложить на те или иные приспособления часть загрузки интеллекта. На протяжении столетий на этом пути удалось сделать немало. Чтобы в этом убедиться, достаточно вспомнить об изобретении книгопечатания, фотографии, звукозаписи, счетных машин и приспособлений и многого другого. Каждое из указанных изобретений перекладывало на машины то, что раньше способен был осуществлять лишь разум человека — накапливать и передавать другим опыт и знания, запоминать образы и звуки, производить вычисления и т. д. Теперь мы стоим на пороге новой эпохи, когда силы природы будут использованы также для увеличения интеллектуальной мощи человечества и для освобождения человека от утомительной однообразной умственной работы. Это даст возможность сосредоточить творческие возможности на нерешенных проблемах, на развитии новых направлений в науке. Электронные вычислительные машины являются важным шагом на этом пути; первые попытки использования их в указанном направлении уже сделаны и оказались исключительно удачными. Дальнейшие возможности представляются нам буквально неисчерпаемыми.

Революционизирующее воздействие быстродействующих цифровых машин сказывается сейчас как на изменении инженерных устройств, так и на установлении новых связей между научными дисциплинами, отстоявшими друг от друга весьма далеко в самом недавнем прошлом, а также и в том, что они послужили мощным толчком для бурного развития новых научных дисциплин. В первую очередь в связи со сказанным нужно упомянуть кибернетику, которую можно определить как науку о способах восприятия, хранения, переработки и использования информации в машинах и в живых организмах. Моделирование некоторых физиологических и мыслительных процессов может оказать существенную помощь как физиологии, так и технике, например при построении управляющих машин. Кибернетика призвана объединить усилия математиков, биологов, физиков, техников, психологов, экономистов и лингвистов и способствовать взаимному развитию соответствующих дисциплин.

Само собой разумеется, что быстродействующие вычислительные машины оказали существенное влияние и на некоторые разделы математики. Прежде всего, возник вопрос о препарировании математических задач для постановки их на машину. Речь идет не только о том, чтобы свести интересующую нас задачу к решению того или иного уравнения или к уже готовой формуле, в которую нужно лишь подставить значения аргументов и произвести необходимые операции. Для того чтобы ма-

шина могла без вмешательства человека пройти весь путь от начальных условий задачи до выдачи численных результатов и прекращения вычислений, необходимо предварительно разложить процесс решения задачи на элементарные операции и тем самым создать условия, при которых она может автоматически в необходимом порядке, шаг за шагом, проделать все требуемые операции. Здесь очень важно подчеркнуть слово автоматически, так как всякое вмешательство человека в огромной степени задерживает производство вычислений. Действительно, если машине на производство каждой операции необходимы лишь десятитысячные и даже сотысячные доли секунды, то человеку на изменение хода вычислений нужны уже минуты. Таким образом, необходимо, чтобы машина не только производила сложение и умножение, но чтобы в ней автоматически происходил переход от одной операции к другой, «запоминание» результатов промежуточных вычислений, выбор чисел из «памяти», изменение характера вычислений, выдача окончательных результатов, своевременное прекращение работы машины. Это осуществляется с помощью устройства программного управления. Новая математическая дисциплина, позволяющая производить необходимое разбиение задачи на элементарные операции, т. е. составлять программу, по которой должна работать машина, получила наименование теории программирования.

Наша цель — изложить в настоящей книге основные идеи этой дисциплины на базе рассмотрения как совершенно элементарных, так и более сложных примеров. В значительной части эти примеры заимствованы нами из практики и встречались нам при решении конкретных задач на быстродействующих вычислительных машинах. Помимо изложения основ программирования, необходимых для каждого программиста, мы считаем необходимым познакомить читателей с новыми идеями программирования, которые разрабатываются в настоящее время. В частности, мы уделяем значительное внимание операторному методу программирования, предложенному А. А. Ляпуновым.

Следует отметить, что в основе вычислительных процессов на машине всегда лежит какой-нибудь метод приближенного решения — замена интеграла через интегральную сумму, замена дифференциального уравнения на уравнение в конечных разностях и т. д. Весь арсенал привычных приближенных методов анализа теперь пущен в ход. При этом обнаружилось, что далеко не каждый из этих методов приспособлен к особенностям автоматического счета. Для применения ранее разработанных методов приближенных вычислений к работе на машине требуется их усовершенствование и развитие. Нужно вспомнить также старые, давно забытые приемы приближенных вычислений;

может случиться, что некоторые из них окажутся удачными. Конечно, необходимо также создание новых приближенных методов; эти исследования нужно форсировать хотя бы потому, что привычные подходы к ряду важных задач приводят к исключительно трудоемким вычислениям даже для современных машин. К таким задачам относятся, в частности, многомерные задачи математической физики. Известно, например, что задачи, связанные с расчетом гетерогенных атомных котлов, при приведении их к уравнениям в конечных разностях в ряде случаев требуют рассмотрения сеток, содержащих миллионы узлов. Общее число элементарных операций, которые при этом должны быть осуществлены, достигает десятков миллиардов. При разработке приближенных методов анализа возникли новые задачи, с которыми ранее почти не приходилось встречаться; в качестве примера можно указать на вопрос исследования устойчивости счета.

В настоящее время еще не установилась окончательная терминология для наименования современных вычислительных машин с программным управлением. Первоначально их называли электронными вычислительными машинами, подчеркивая этим то, что основными элементами этих устройств являлись электронные приборы. Далее, поскольку на смену электронным элементам теперь приходят другие, кажется естественным указывать в первую очередь на то, что эти машины являются не моделирующими устройствами, а выдают цифровые результаты; было внесено предложение называть такие машины автоматическими быстродействующими цифровыми вычислительными машинами (АБЦВМ, см. А. А. Ляпунов и Г. А. Шестопал [2]). Мы предлагаем их назвать короче — цифровая автоматическая машина (ЦАМ), поскольку представление о быстродействии машины сильно меняется. Так 30 000—100 000 операций в секунду, воспринимаемые сейчас как почти рекордная скорость машины, через несколько лет, когда будут построены машины с сотнями тысяч и даже миллионами операций в секунду, будут казаться не быстродействием, а нормальной скоростью машины. Поэтому мы сохраняем лишь два основных качества в наименовании машины: то, что она цифровая, и то, что она автоматически действует.

---

## ГЛАВА I

### ПРИНЦИПЫ УСТРОЙСТВА ЭЛЕКТРОННЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МАШИН

В настоящей главе рассматриваются арифметические и логические принципы устройства цифровых вычислительных машин. С техническими особенностями осуществления этих принципов и связанными с ними идеями конструирования цифровых автоматических машин (ЦАМ) читатель может познакомиться по имеющейся литературе.

Вместе с тем следует отметить, что в настоящее время еще не создана математическая теория конструирования ЦАМ, в связи с чем одной из центральных задач современной вычислительной математики и техники является развитие теории синтеза электронных вычислительных и управляющих схем.

#### § 1. Выбор системы счисления

В настоящее время для изображения числа употребляется весьма совершенный *позиционный* принцип записи, согласно которому один и тот же числовой символ (цифра) имеет различные значения в зависимости от места, которое он занимает. Такая система записи чисел основана на том, что некоторое число единиц, например  $c$ , объединяется в одну единицу второго разряда; объединение  $c$  единиц второго разряда составляет единицу третьего разряда, и т. д. Число  $c$  носит название *основания счисления*.

В качестве основания счисления можно взять любое целое число, большее единицы. В системе счисления с основанием  $c$  любое число  $a$  записывается в виде

$$a = \pm \sum_{k=-\infty}^{p-1} \alpha_k c^k, \quad (1)$$

где величины  $\alpha_k$  принимают значения  $0, 1, 2, \dots, c-1$ , а  $p$  — некоторое целое число, зависящее от  $c$  и от  $a$ . Если ввести

обозначение  $\beta_n = \alpha_{p-n}$ , то число  $a$  может быть записано в виде, несколько отличном от (1):

$$a = \pm c^p \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n c^{-n}.$$

Число  $p$  называется *порядком* числа  $a$  (понятно, что значение  $p$  зависит от того, какую систему счисления мы употребляем). Порядок числа определяет место запятой в записи числа, а именно, запятая должна стоять перед  $\beta_{p+1}$ . Множитель

$\sum_{n=1}^{\infty} \beta_n c^{-n}$  всегда заключен в полуинтервале  $[0, 1]$ ; он носит название *мантииссы числа  $a$* .

В повседневной жизни наиболее употребительна десятичная позиционная система счисления, в которой за основание принято число десять. Любое число в этой системе счисления, как это хорошо известно, может быть записано с помощью расположенных в соответствующем порядке десяти числовых знаков: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Например, число 429,538 является сокращенной записью выражения

$$4 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2} + 8 \cdot 10^{-3}.$$

Подобные же сокращенные записи мы будем впоследствии употреблять для изображения чисел, записанных в позиционных системах счисления с другим, недесятичным основанием. Так, например, в восьмеричной системе счисления запись 321,57 означает, что рассматривается число

$$3 \cdot 8^2 + 2 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^0 + 5 \cdot 8^{-1} + 7 \cdot 8^{-2}.$$

В ряде как теоретических, так и практических задач некоторые системы счисления, отличные от десятичной, представляют известные преимущества. Так, например, двоичная система счисления используется в большинстве современных ЦАМ как в силу простоты технического осуществления операций над двоичными числами, так и в силу широко открывающейся при этом возможности использовать методы математической логики, в частности, исчисления высказываний. В практике работы ЦАМ применяются также и другие системы счисления — восьмеричная, шестнадцатеричная и некоторые другие.

Отметим, что двоичная система счисления для изображения одного и того же диапазона чисел требует меньшего числа элементов машины для их записи, чем десятичная. Действительно, количество чисел, имеющих  $n$  разрядов, в системе счисления с основанием  $c$  равно  $M = c^n$ . Необходимое для представления этих чисел число элементов пропорционально  $N_c = c \cdot n$ . Зафи-

ксируем число  $M$  и найдем то  $c$ , при котором  $N_c$  достигает минимума. Из первого написанного нами равенства находим, что

$$n = \frac{\ln M}{\ln c}.$$

Подставив это значение в выражение для  $N_c$ , находим:

$$N_c = \frac{c \ln M}{\ln c}.$$

Легко найти, что минимум этого выражения достигается при  $c = e = 2,71828 \dots$  С рассматриваемой точки зрения самой выгодной системой счисления является троичная. Для изображения всех чисел от 1 до  $10^6$  в десятичной системе счисления требуется 60 элементов, в двоичной — 40, а в троичной — 38. Однако увеличение числа элементов для записи чисел в двоичной системе по сравнению с троичной невелико. Если число элементов, необходимое для записи в двоичной системе, обозначить  $N_2$ , а для записи в троичной —  $N_3$ , то

$$\frac{N_2}{N_3} = \frac{2 \ln 3}{3 \ln 2} = \frac{2 \lg_{10} 3}{3 \lg_{10} 2} \approx 1,056.$$

Троичная система счисления не получила широкого применения в цифровых машинах в связи с трудностями конструирования достаточно надежных быстродействующих элементов с тремя устойчивыми состояниями. В то же время имеется большое число физических приборов, которые могут в определенных схемах соединений обладать двумя устойчивыми различными состояниями, — конденсаторы, электронные лампы кристаллические триоды и др. Схемы существующих элементов, из которых составляются ЦАМ, по своему существу являются двоичными. Конденсатор может быть заряжен и не заряжен, лампа может проводить или не проводить ток. К тому же двоичная система счисления предпочтительнее перед другими системами счисления благодаря исключительной простоте выполнения арифметических операций над двоичными числами.

Некоторым неудобством двоичной системы счисления в ЦАМ (как, впрочем, и всякой другой системы счисления, отличной от десятичной) является необходимость перевода исходных данных из десятичной в двоичную систему при вводе их в машину и обратного перевода из двоичной системы в десятичную при выводе результатов вычислений. Эта необходимость обусловлена тем, что десятичная система счисления является общепринятой. Однако в подавляющем большинстве задач объем вычислительных операций превосходит количество входных и выходных данных, которые только и подлежат

переводу из одной системы счисления в другую, и поэтому указанный недостаток является совершенно несущественным. К тому же этот перевод зачастую производится автоматически.

Так как мы не предполагаем у читателя привычки к системам счисления, отличным от десятичной, то для ориентировки приводим небольшую табличку записи чисел в различных системах (см. таблицу 1). При этом отметим, что поскольку в последней графе мы приводим запись чисел в шестнадцатеричной системе и в этой системе счисления должны быть обозначения для шестнадцати цифр, то мы используем для обозначения нуля и первых девяти единиц обычные знаки, а для обозначения десяти, одиннадцати, двенадцати, тринадцати, четырнадцати и пятнадцати — соответственно знаки  $\bar{0}$ ,  $\bar{1}$ ,  $\bar{2}$ ,  $\bar{3}$ ,  $\bar{4}$ ,  $\bar{5}$ .

Таблица 1. Запись чисел в различных системах

| Системы счисления |            |            |            |              |                                 |
|-------------------|------------|------------|------------|--------------|---------------------------------|
| десятичная        | двоичная   | троичная   | пятеричная | восьмеричная | шестнадцатеричная               |
| 1                 | 1          | 1          | 1          | 1            | 1                               |
| 2                 | 10         | 2          | 2          | 2            | 2                               |
| 3                 | 11         | 10         | 3          | 3            | 3                               |
| 4                 | 100        | 11         | 4          | 4            | 4                               |
| 5                 | 101        | 12         | 10         | 5            | 5                               |
| 6                 | 110        | 20         | 11         | 6            | 6                               |
| 7                 | 111        | 21         | 12         | 7            | 7                               |
| 8                 | 1000       | 22         | 13         | 10           | 8                               |
| 9                 | 1001       | 100        | 14         | 11           | 9                               |
| 10                | 1010       | 101        | 20         | 12           | $\bar{0}$                       |
| 11                | 1011       | 102        | 21         | 13           | $\bar{1}$                       |
| 12                | 1100       | 110        | 22         | 14           | $\bar{2}$                       |
| 13                | 1101       | 111        | 23         | 15           | $\bar{3}$                       |
| 14                | 1110       | 112        | 24         | 16           | $\bar{4}$                       |
| 15                | 1111       | 120        | 30         | 17           | $\bar{5}$                       |
| 16                | 10000      | 121        | 31         | 20           | 10                              |
| 17                | 10001      | 122        | 32         | 21           | 11                              |
| 0,5               | 0,1        | 0,11...    | 0,22...    | 0,4          | 0,8                             |
| 0,3               | 0,01001... | 0,02200... | 0,122...   | 0,23146...   | 0,4 $\bar{2}\bar{2}\bar{2}$ ... |
| 0,(3)             | 0,0101...  | 0,1        | 0,1313...  | 0,2525...    | 0,55...                         |

При подготовке задач нередко пользуются восьмеричной и шестнадцатеричной системами счисления. Переход от этих систем к двоичной осуществляется весьма просто. Действительно,