ЭК

ЭНЦИКЛОПЕДИЯ КИБЕРНЕТИКИ

АКАДЕМИЯ НАУК
УКРАИНСКОЙ СОВЕТСКОЙ СОЦИАЛИСТИЧЕСКОЙ РЕСПУБЛИКИ

УРЕ

ЭНЦИКЛОПЕДИЯ КИБЕРНЕТИКИ

ТОМ ВТОРОЙ

Мих — Яч

ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
УКРАИНСКОЙ СОВЕТСКОЙ ЭНЦИКЛОПЕДИИ
КИЕВ — 1974

6 П2. 154. 1(03)

Том подписан к печати 20 мая 1974 г.

ХАРЬКОВСКАЯ КНИЖНАЯ ФАБРИКА им. М. В. ФРУНЗЕ

Э $\frac{305-003}{М-222\ (04)\ 74}$ 367 — 74

М

МИХАЙЛОВА КРИТЕРИЙ — один из *устойчивости критериев.*

«МН», модель нелинейная — семейство *аналоговых вычислительных машин.* Большинство машин предназначено для решения задач Коши для обыкновенных дифф. ур-ний. Разработка «МН» начата в начале 50-х годов и продолжается в настоящее время. «МН» строятся из вычисл. блоков, реализующих следующие матем. операции: интегрирование, суммирование и изменение знака переменных, умножение на постоянный и переменный коэфф., перемножение ф-ций, построение ф-ций от ф-ций (универсальное преобразование) и построение спец. ф-ций (ограничение, люфт, зона нечувствительности, петля гистерезиса и др.). «МН» бывают малой и средней мощности. «МН» средней мощности имеют в своем составе электромех. и время-импульсные *следящие системы,* позволяющие автоматизировать работу машины и повышать точность вычислений. «МН» применяют при исследовании систем автомат. регулирования, летательных аппаратов и др. сложных динамических систем. Многие машины могут работать в комплексе с реальной аппаратурой и др. машинами, а также в цифро-аналоговых комплексах.

«МН-7», «МН-7М» — малогабаритные машины малой мощности, предназначенные для исследования систем автомат. регулирования, состоят из решающего блока, электроннолучевого индикатора и блока питания. Для увеличения объема решаемой задачи можно соединять несколько таких машин в один вычисл. комплекс. «МН» может работать совместно с блоком постоянного запаздывания БПЗ-1, приборами управления или автомат. регулирования. Имеются режимы одноразового и повторного решения задач.

«МН-8» — машина средней мощности, предназначена для решения задач Коши для обыкновенных дифф. ур-ний до 32-го порядка. Состоит из 13 секций, может выполнять 4 операции дифференцирования. В «МН-8» — два пульта управления с набором элементарных логич. операций, позволяющих одновременно решать две задачи. Машина может работать с реальной аппаратурой.

«МН-10М» — полупроводниковая малогабаритная настольная машина малой мощности, предназначена для решения задач Коши для обыкновенных дифф. ур-ний до 10-го порядка и исследования реальных динамических систем. Состоит из решающего блока и блока питания. Схема ее позволяет соединять две или три машины в один комплекс, а также соединять их с реальной аппаратурой.

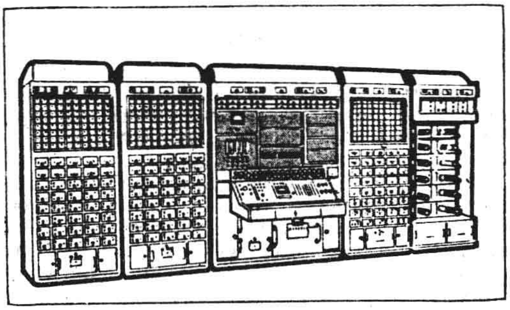
«МН-14» — машина средней мощности, предназначена для решения задач Коши для обыкновенных дифф. ур-ний до 20-го порядка. Состоит из решающих секций, шкафа питания, электроннолучевого индикатора и пульта проверки. Модификации машины «МН-14-1», «МН-14-2» отличаются набором решающих секций в комплекте. Комплекты машины содержат большое к-во нелинейных блоков, три блока постоянного запаздывания, электромех. и время-импульсные следящие системы. Большинство нелинейных блоков и блок питания —

Технические характеристики машин семейства «МН»

Модель	Общее количество							Максимальная длительность решения, *сек*	Шкала машины, *в*	Потребляемая мощность, *квт*	Площадь, *м²*
	интеграторов	усилителей	функциональных преобразователей	умножителей	специальных функций	постоянных коэффициентов	переменных коэффициентов				
«МН-М»	4	16	4	4	6				100	0,45	0,3
«МН-1»	12	36	11	20	10	36	6	200	100	15	30
«МН-2»	6	18	10	10		6	2	150	100	7	3
«МН-3»	9	145	16	30		8	20		100		
«МН-7М»	6	16	4	4	4	24		200	100	0,73	0,5
«МН-8»	32	400	10	12	49	48	36	10 000	100	25	60
«МН-9»	2	28	9			40			100		
«МН-10»	6	24	6	6	4			200	30	0,1	0,3
«МН-10М»	10	24	6	6	6	60		200	25	0,25	0,3
«МН-11»	6—9			6		4	3	100 $\frac{реш}{сек}$	100	5	20
«МН-14»	20	360	26	62	4	120	12	1÷10 000	100	15	40
«МН-17М»	80	160	32	10	6	160		0,1÷999,9	100	15	45
«МН-18»	10	50	10	8	8			1000	50	0,5	1

полупроводниковые. Модель отличается гибкой системой управления и контроля, автоматизацией ввода данных, имеется съемное *наборное поле* (см. рис.).

«МН-17М» — машина средней мощности, назначение которой — исследовать самостоятельно или в комплексе с ЦВМ сложные динамические системы, описываемые задачей Коши для обыкновенных дифф. ур-ний до 80-го порядка. Состоит из решающих секций, секции питания и электроннолучевых индикаторов. К осн. составу модели могут быть подключены дополнительные секции. В машине два съемных наборных поля для одновременного решения двух разных задач. Имеются режимы однократного решения и периодического повторения решений. Возможно объединение двух машин в один комплекс.



Аналоговая вычислительная машина «МН-14».

«МН-18» — полупроводниковая машина средней мощности, предназначена для решения задач Коши для обыкновенных дифф. ур-ний до 10-го порядка с большим к-вом нелинейностей. Модель может работать совместно с ЦВМ. Отличительная особенность машины — возможность одновременного и раздельного запуска интеграторов по группам. Имеются режимы однократного решения и периодического повторения решений.

Осн. тех. характеристики семейства машин «МН», выпущенных серийно, даны в табл.

Лит.: Грубов В. И., Кирдан В. С. Электронные вычислительные машины и моделирующие устройства. Справочник. К., 1969 [библиогр. с. 179—181].

Г. И. Грездов.

МНОГОВАРИА́НТНЫХ ЗАДА́Ч РЕШЕ́НИЕ — решение задач методом *последовательного анализа вариантов*.

МНОГОГРА́ННОЕ МНО́ЖЕСТВО — такое *выпуклое множество* в n-мерном пространстве, что точка x с координатами $x_1, x_2, \ldots, x_n$ принадлежит этому множеству тогда и только тогда, когда она удовлетворяет системе линейных неравенств

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \leqslant b_i, \qquad i = 1, \ldots, n.$$

Любая точка x М. м. может быть представлена в виде

$$x = \sum_{k=1}^{p} z^k\lambda_k + \sum_{j=1}^{q} y^j\gamma_j, \qquad (1)$$

где z^k и y^j — фиксированные векторы, зависящие только от М. м., а λ_k и γ_j — числа, удовлетворяющие условиям

$$\lambda_k \geqslant 0,\ k = 1, \ldots, p,\ \gamma_j \geqslant 0,$$

$$j = 1, \ldots, q; \quad \sum_{k=1}^{p} \lambda_k = 1.$$

И наоборот, если при некоторых фиксированных векторах z^k и y^j рассмотреть все точки x, представленные в равенстве (1), то мн-во этих точек образует М. м.

МНОГОГРА́ННЫЙ КО́НУС — множество точек x n-мерного пространства с координатами $x_1, x_2, \ldots, x_n$, удовлетворяющими линейной однородной системе неравенств

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \leqslant 0, \qquad i = 1, \ldots, m. \qquad (1)$$

Некоторое мн-во образует М. к. тогда и только тогда, когда любая его точка x может быть представлена в виде

$$x = \sum_{k=1}^{p} y^j j_j, \qquad (2)$$

где y^j — фиксированный набор n-мерных векторов, а j_j — неотрицательные числа. Таким образом, М. к. можно определить как с помощью системы неравенств (1), так и с помощью ф-лы (2).

МНОГОЗНА́ЧНЫЕ СХЕ́МЫ — класс схем, выходные информационные сигналы в которых принимают более двух дискретных значений, причем каждое значение информационного сигнала определяется состоянием одного выхода схемы. Интенсивное исследование принципов построения М. с. и их применение началось в 60-х годах 20 ст.

Проблематика изучения М. с. имеет много общего с проблематикой, возникающей при изучении тех. схем дискретной техники, режим работы которых характеризуется двумя устойчивыми состояниями (двоичных схем). Существуют различные аспекты изучения М. с.: с точки зрения природы используемого физ. явления, по способу кодирования устойчивых состояний, с точки зрения особенностей хранения и переработки информации, в плане принципов построения и методов тех. реализации их и пр. Вместе с тем количественное изменение определенных характеристик режима работы в М. с. связано с целым рядом качественных изменений в их структуре, принципах построения и методах тех. реализации, способах использования тех или иных физ. явлений. В соответствии с этим М. с. имеют ряд специфических особенностей. Эти особенности представляют не только самостоятельный теоретический интерес (напр., с точки зрения схемотехники), но и имеют существенно важное прикладное значение.

В М. с. используют электромагн., акустические, пневматические и гидравлические явления. Наиболее изученными и разработанными в плане практических приложений М. с. являются электромагн. схемы.

Характеристики М. с. с точки зрения способа кодирования устойчивых состояний независимо от природы используемого физ. явления приведены на классификационной схеме (рис. 1). С точки зрения особенностей хранения и переработки информации различают схемы без свойства запоминания и схемы, обладающие этим свойством. М. с. со свойством запоминания в литературе еще наз. схемами со многими устойчивыми состояниями, или многоустойчивыми.

Принципы построения М. с. определяются, прежде всего, особенностями хранения и переработки информации на их основе, а также выбором того или иного способа кодирования устойчивых состояний, природой используемого физ. явления и т. п. В М. с. без свойства запоминания независимо от того, задерживают они сигнал или нет, устойчивые состояния режима работы обеспечиваются соответствующим выбором характеристик (квантованием значений) информационных сигналов таких схем. В соответствии с этим общий принцип их построения состоит в использовании некоторого проходного четырехполюсника с входным сигналом, принимающим определенное число дискретных значений, и монотонной зависимостью выходного сигнала от входного. В силу указанной особенности М. с., не обладающие свойством запоминания, самостоятельного значения не имеют и при построении устр-в преобразования дискретной информации их обычно используют в сочетании с М. с., обладающими свойством запоминания.

Один из наиболее широко применяемых принципов построения М. с. со свойством запоминания основан на использовании четырехполюсника (φ, рис. 2, *а*) с нелинейной (напр., ступенчатого вида, рис. 2, *б*) амплитудной характеристикой $U'_{\text{вых}} = \varphi(U'_{\text{вх}})$, охваченного цепью *обратной связи* (ОС) β, $U''_{\text{вых}} = \beta U''_{\text{вх}}$). При этом выполняются соотношения

$$U'_{\text{вх}} = U''_{\text{вых}} = U_1; \quad U'_{\text{вых}} = U_{\text{вх}} = U_2. \qquad (1)$$

Если цепь обратной связи β линейна и характеризуется выражением $U_1 = kU_2 - U_0$, где k — коэфф. усиления цепи обратной связи, U_0 — постоянное напряжение смещения на ее выходе, то в этом случае поведение схемы (рис. 2, *а*) описывается следующей системой уравнений:

$$U_2 = \varphi(U_1); \quad U_1 = kU_2 - U_0. \qquad (2)$$

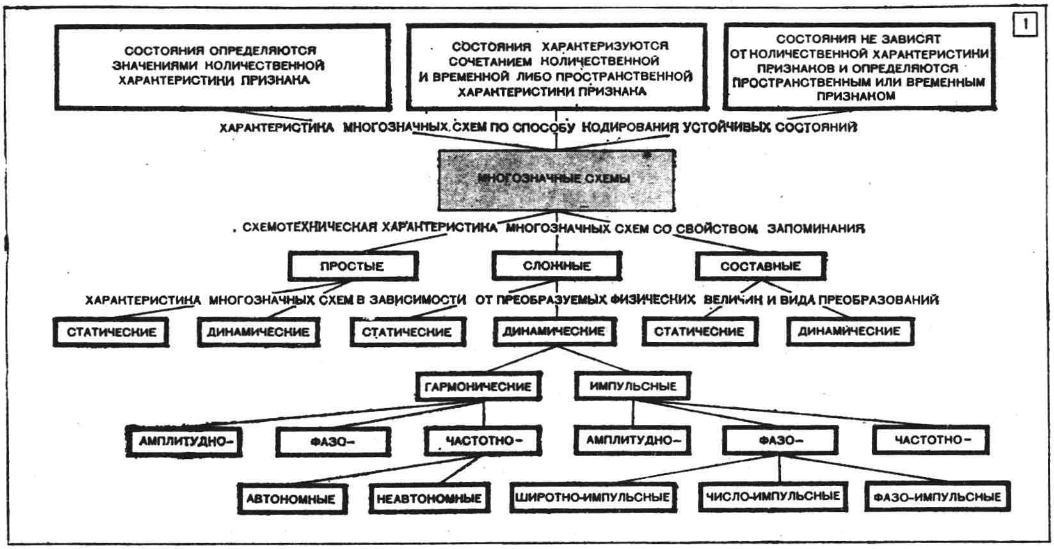
Устойчивым состояниям режима работы схемы при графическом решении системы (2) соответствуют точки пересечения характеристики четырехполюсника и прямой обратной связи, в которых выполняется $\frac{\partial\varphi(U_1)}{\partial U_1} < \frac{1}{k}$. Число точек пересечения, а, следовательно, и устойчивых состояний в общем случае определяется видом характеристик четырехполюсника и цепи обратной связи, а также их взаимным расположением. В простейшем случае, когда цепь линейна и положение прямой определяется выбором значений k и U_0, общая задача построения М. с. практически сводится к построению четырехполюсника с нелинейной амплитудной характеристикой требуемого вида. Осн. идея построения четырехполюсника этого типа состоит в том, чтобы обеспечить возможность преобразования нелинейной зависимости между некоторыми величинами x_1, x_2, ..., x_n, имеющими, вообще говоря, различную физ. природу, в требуемую амплитудную характеристику. В общем случае такая возможность обеспечивается в результате выполнения ряда последовательных преобразований $U_{\text{вых}} = \varphi_1(x_1)$, $x_2 = \varphi_2(x_1)$ ..., $x_n = \varphi_n(U_{\text{вх}})$. На практике однако, как правило, оказывается достаточно выполнить всего два преобразования, из которых, по крайней мере, одно нелинейно. При этом результирующая характеристика четырехполюсника принимает вид

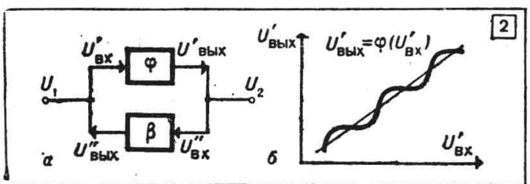
$$U_{\text{вых}} = \varphi_1[\varphi_2(U_{\text{вх}})]. \qquad (3)$$

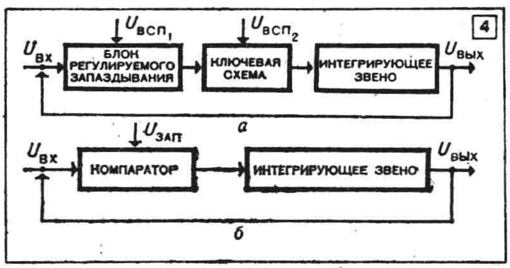
В зависимости от характера физ. величин, а также вида преобразований над ними в соответствии с (3) различают М. с.: с т а т и ч е с к и е, преобразования в которых выполняются над величинами, не зависящими явно от времени, и д и н а м и ч е с к и е, в которых, по крайней мере, одна преобразуемая величина является явной ф-цией времени или частоты гармонических колебаний. Динамические М. с., преобразуемое напряжение в которых изменяется по гармоническому закону, наз. г а р м о н и ч е с к и м и. Динамические схемы, преобразуемое напряжение в которых представлено периодической последовательностью импульсов, наз. и м п у л ь с н ы м и. Если признак устойчивого состояния вырабатывается в самой схеме и практически полностью определяется значениями ее параметров, то такая М. с. наз. а в т о н о м н о й. Схема, в которой признак, определяющий устойчивые состояния, вырабатывается внешними по отношению к ней устройствами (напр., в схемах, использующих перестраиваемую избирательную систему, это генератор, сигналы на выходе которого содержат требуемый спектр частот), наз. н е а в т о н о м н о й. В неавтономных М. с. признаки устойчивых состояний практически не зависят от их параметров. Это, как правило, приводит к повышению их стабильности и улучшению ряда других важных тех. и эксплуатационных характеристик.

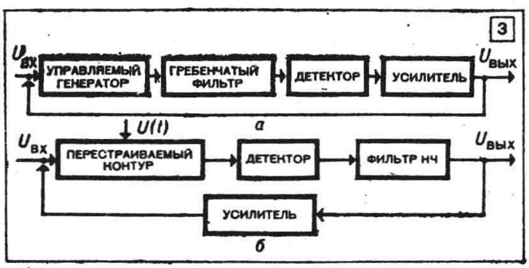
В зависимости от схемотехнических особенностей реализации элемента, обеспечивающего требуемый нелинейный характер, по крайней мере, одного из преобразований (3), М. с. на основе нелинейного четырехполюсника можно подразделить на простые, сложные и составные. В п р о с т ы х М. с. требуемую нелинейную зависимость обеспечивает элемент, неделимый в радиотехническом смысле, напр., многотуннельный диод, вольт-амперная характеристика которого содержит несколько участков отрицательного сопротивления (в этом случае нелинейный четырехполюсник вырождается в нелинейный двухполюсник). В сложных М. с. требуемую нелинейность обеспечивает некоторая композиция неделимых элементов, каждый из которых, вообще говоря, может и не быть нелинейным в указанном выше смысле. Существенно важным для этого класса схем является то, что вид реализуемой в них нелинейной зависимости (а, следовательно, и количество устойчивых состояний), как правило, не связывается с количеством используемых элементов и определяется соответствующим выбором режима работы схемы в целом. Составные схемы реализуются в результате некоторой композиции элементов при условии, что каждый из них уже реализует некоторую нелинейную зависимость (М. с., содержащие последовательно включенные туннельные диоды, объединения М. с., характеризуемые меньшим количеством устойчивых состояний), либо их количество в определенной степени пропорционально требуемому количеству устойчивых состояний (многофазный релаксатор).

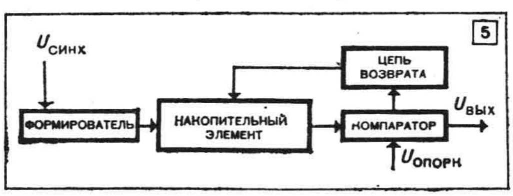
Независимо от вида выполняемых преобразований и методов их реализации динамическим амплитудно-импульсным и амплитудно-











1. Классификация многозначных схем.
2. Общая блок-схема многозначной схемы на основе нелинейного четырехполюсника с обратной связью (а) и пример амплитудной характеристики нелинейного четырехполюсника (б).
3. Блок-схемы возможных вариантов технической реализации автономной (а) и неавтономной (б) частотно-гармонических многозначных схем.
4. Блок-схемы возможных вариантов технической реализации широтно-импульсных автономной (а) и неавтономной (б) многозначных схем.
5. Блок-схема возможного варианта реализации фазо-импульсной многозначной схемы с дискретным приращением значения количественной характеристики признака устойчивых состояний.

гармоническим сложным М. с. присущи все те недостатки, которые свойственны схемам с амплитудным кодированием информации (сильная зависимость амплитуды от параметров, слабая помехозащищенность). Такие схемы практически не нашли применения.

Необходимым условием построения фазогармонической (частотно-гармонической) схемы является выполнение преобразований, при которых одной из промежуточных величин, участвующих в преобразованиях, является фаза φ гармонических колебаний: $U_{\text{вых}} = f_1(\varphi)$, $\varphi = f_2(U_{\text{вх}})$ (соответственно частота ω гармонических колебаний: $U_{\text{вых}} = \varphi_1(\omega)$, $\omega = \varphi_2(U_{\text{вх}})$) и, по крайней мере, одна из функций преобразования является нелинейной (напр., ступенчатой). В качестве примера, характеризующего возможности тех. реализации схем этого класса, на рис. 3 приведены блок-схемы автономной (*а*) и неавтономной (*б*) частотно-гармонической М. с.

Время-импульсные схемы реализуются с помощью четырехполюсника, в котором выполняется последовательность преобразований вида $U_{\text{вых}} = \varphi_1(\theta)$, $\theta = \varphi_2(U_{\text{вх}})$, из которых по крайней мере одно является нелинейным. Здесь θ — параметр, характеризующий длительность импульса, используемую в качестве признака устойчивых состояний: собственно длительность τ (широтно-импульсные М. с.), пропорциональный τ фазовый сдвиг некоторой последовательности импульсов относительно последовательности, выбранной в качестве опорной (фазо-импульсные М. с.), пропорциональное τ число импульсов (число-импульсные М. с.).

На рис. 4 приведены блок-схемы возможных вариантов широтно-импульсных автономной (*а*) и неавтономной (*б*) схем. В качестве примера, характеризующего возможности технической реализации фазо-импульсных схем, на рис. 5 приведена блок-схема одного из вариантов таких схем на основе элемента с дискретным приращением значения количественной характеристики признака устойчивых состояний.

Число-импульсные М. с. можно построить на основе широтно- и фазо-импульсных М. с. с использованием дополнительного устр-ва преобразования длительности импульсов либо фазы в их число (напр., на основе статического *триггера* с двумя устойчивыми состояниями, либо на основе схем, не являющихся многоустойчивыми).

Необходимым условием построения частотно-импульсных схем является выполнение последовательности преобразований $U_{\text{вых}} = \varphi_1(T)$, $T = \varphi_2(U_{\text{вх}})$, где T — период (частота) следования импульсов и, по крайней мере, одна из ф-ций преобразования немонотонная. Первое из указанных преобразований можно выполнить, напр., на основе резонансного контура либо управляемого генератора (автогенератора релаксационных колебаний в автономных схемах и синхронизированного релаксационного генератора — в неавтономных).

Использование при построении четырехполюсника нелинейных (с несколькими экстремумами или точками перегиба) зависимостей, имеющих различную природу, приводит к разработке М. с. с комбинированным признаком устойчивых состояний. Особенностью таких схем является наличие у каждого состояния не одного, а нескольких признаков, напр., длительности импульса и его сдвига по фазе. Наряду с увеличением количества состояний эти схемы характеризуются также более широкими функциональными свойствами в силу возможности раздельного управления признаками.

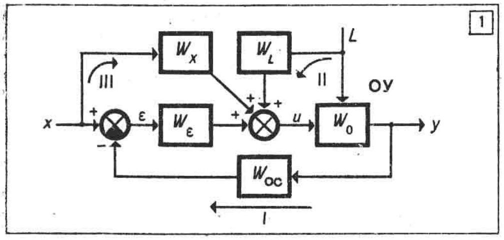
Составные М. с. можно реализовать на основе широкого класса элементов, неделимых с точки зрения конструктивной, схемной или радиотехнической реализации. Схемы такого типа, как правило, требуют бóльших затрат оборудования, чем простые и сложные, а увеличение количества устойчивых состояний приводит к соответствующему увеличению затрат и усложнению структуры схем. В отличие от простых и сложных М. с., выходной канал которых всегда состоит из одного провода (в силу чего эти схемы всегда многозначные), выходной канал составных М. с. может содержать один или несколько проводов.

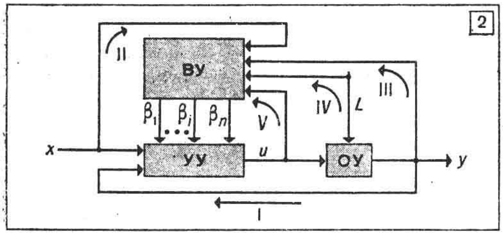
Наиболее изученными и разработанными в инженерном плане являются сложные и составные М. с., среди которых, в первую очередь, следует отметить фазо-импульсные схемы. Разработанные М. с. характеризуются количеством устойчивых состояний — от единиц (*параметроны*) до нескольких десятков и даже сотен (частотно-гармонические схемы на основе фазового детектора). Получены первые образцы М. с. (сложные и составные фазо-импульсные схемы) в микроэлектронном исполнении (на основе МОП-структур).

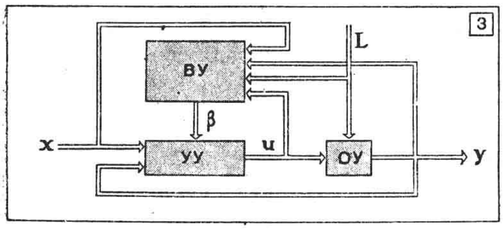
М. с. сложные и составные находят широкое применение в устр-вах автоматики, цифровой измерительной (в т. ч. ряде серийно выпускаемых приборов — частотомеров и счетчиков, измерителей временных интервалов и т. д.) и цифровой *вычислительной технике*. Преимущественное применение в вычисл. технике находят многозначные схемы, на основе которых выполняют многозначные логические элементы ЦВМ, т. е. элементы, реализующие функции многозначной логики и многозначные элементы памяти (триггеры). В связи с применением элементов указанного типа в технике дискретных устр-в возникает ряд специфических теор. и инженерных задач, решаемых в рамках *структурной теории автоматов* с многозначным структурным алфавитом. Практическое использование М. с. приводит к упрощению структуры соответствующих устр-в, снижению затрат оборудования, потребления энергии, габаритов, стоимости, повышению надежности, а также улучшению некоторых других тех. и эксплуатационных характеристик. В СССР (з-д «Точэлектроприбор», Киев) впервые в мире освоен серийный выпуск цифровых измерительных приборов на многоустойчивых элементах.

Лит.: Сигорский В. П., Ситников Л. С., Утяков Л. Л. Многоустойчивые элементы дискретной техники. М.— Л., 1966 [библиогр. с. 351—358]; Ситников Л. С. Многоустойчивые элементы в цифровой измерительной технике. К., 1970 [библиогр. с. 135—137]; Иваськив Ю. Л. Принципы построения многозначных физических схем. К., 1971 [библиогр. с. 305—316]. *Ю. Л. Иваськив.*

МНОГОКО́НТУРНАЯ СИСТЕ́МА АВТОМАТИ́ЧЕСКОГО УПРАВЛЕ́НИЯ — система автоматического управления, содержащая два или более контуров, по которым осуществляются связи между различными координатами (а часто и *возмущающими воздействиями*) с целью реализации различных функций (компенсации возмущения, самонастройки и т. п.).







1. Схема комбинированной многоконтурной системы автоматического управления.
2. Схема самонастраивающейся многоконтурной системы.
3. Схема многомерной самонастраивающейся системы (все переменные — векторы; β — вектор настраиваемых параметров УУ).

Примером М. с. а. у. может служить *комбинированная система автоматического управления* (рис. 1). В этой системе *управляющее воздействие* u определяется тремя переменными: $u = W(x, \varepsilon, L)$, где $\varepsilon = x - W_{oc} \cdot y$; W_x, W_L, W_ε, W_0, W_{oc} — операторы, выражающие связь между соответствующими координатами системы, ОУ — объект управления. Связи в системе осуществляются по трем контурам: I — по управляемой координате y (*обратная связь*), II — по возмущающему воздействию L; III — по задающему воздействию x. Схема самонастраивающейся М. с. а. у. приведена на рис. 2. Осн. контур обратной связи I здесь связывает выход объекта управления ОУ — y со входом управляющего устройства УУ. Кроме того, имеется еще два контура обратной связи — III и V, а также контуры связей по задающему воздействию x — II и возмущающему воздействию L — IV. В вычисл. устр-ве ВУ производится *идентификация объектов управления* и определяются оптим. (в смысле принятого *критерия качества систем автоматического управления*) параметры $\beta_1 - \beta_n$ управляющего устр-ва с учетом характеристик ОУ, возмущения L и задающего воздействия x. Аналогичная система для многомерного случая приведена на рис. 3.

Понятие контура в приведенных структурных схемах М. с. а. у. связано с реализацией той или иной функции (компенсации возмущений, самонастройки, идентификации и т. д.). В этом смысле М. с. а. у. отличается от многосвязной системы, где наличие взаимосвязи еще не означает формирования определенной ф-ции управления, а зачастую рассматривается как форма представления процесса взаимного влияния между отдельными звеньями или координатами системы.

Матем. описание М. с. а. у. выполняется обычно в виде отдельных зависимостей (уравнений) всех рассматриваемых контуров, а описание многомерной системы автомат. управления представляют, как правило, в виде одного матричного уравнения, в котором не выделяются уравнения локальных контуров.

Начало систематическим исследованиям М. с. а. у. было положено при решении задачи выбора связей между отдельными регуляторами из условий *автономности.* Дальнейшее развитие теории М. с. а. у. связано с разработкой теории *инвариантности систем автоматического управления.*

Структуру М. с. а. у., характеристики и параметры отдельных звеньев определяют, исходя из комплекса различных задач, возлагаемых на систему (напр., идентификация, компенсация возмущений, определение показателей качества управления, оптим. параметров управляющих устр-в), и требований (зачастую противоречивых) к качеству управления (напр., точность, быстродействие, экономичность, помехоустойчивость),— т. е. синтез М. с. а. у. требует *системного подхода.* Решение такого комплекса задач в рамках одноконтурных систем невозможно, в связи с чем М. с. а. у. находят широкое применение при *автоматизации управления производственным процессом*, управлении энергетическими установками, в нефтехимии, в управлении двигателями движущихся объектов и т. д.

Лит.: Вознесенский И. Н. О регулировании машин с большим числом регулируемых параметров. «Автоматика и телемеханика», 1938, № 4—5; Ивахненко А. Г. Техническая кибернетика. К., 1962 [библиогр. с. 412—416]; Теория инвариантности в системах автоматического управления. М., 1964. *К. Д. Жук, Ю. В. Крементуло.*

МНОГОКРИТЕРИА́ЛЬНОСТИ ПРОБЛЕ́МА — выбор решения при наличии множества функций цели $f = \{f_i(\alpha)\}$ $(i = 1, 2, \ldots, M)$, где α — некоторая альтернатива, под которой понимают либо непрерывную векторную переменную, принадлежащую выпуклой замкнутой области, обычно определяемой системой линейных или нелинейных неравенств, либо дискретную переменную, принимающую конечное мн-во заданных значений. Возникает при исследовании *сложных систем управления* и в игровых ситуациях.

Поскольку оптимум по каждому критерию не всегда можно достигнуть при одном и том же значении α^0, то определяют, в каком смысле понимать решение. Обычно такое решение понимают как мн-во эффективных альтернатив. Альтернатива α^0 наз. эффективной, если нет других альтернатив, лучших хотя бы по одному критерию и не худших по остальным. Критерии мн-ва f имеют различный физ. смысл, одни из них максимизируются, а другие минимизируются. Прежде чем перейти к формулировке задачи, на основании которой можно найти мн-во эффективных альтернатив, заметим, что если α^0 — эффективная альтернатива мн-ва критериев $f = \{f_i\}$ $(i = 1, \ldots, M)$, то α^0 — эффективная альтернатива мн-ва ф-ций $W = \{w_i(f_i(\alpha))\}$ $(i = 1, \ldots, M)$, где $w_i(f_i(\alpha))$ — монотонная ф-ция $f_i(\alpha)$, и обратно.

Для нахождения эффективных точек выберем такие монотонные ф-ции $w_i(f_i(\alpha))$, чтобы они были безразмерными и все минимизировались. С этой целью введем следующие монотонные преобразования: для критериев, которые максимизируются

$$w_i(f_i(\alpha)) = \frac{f_i^0 - f_i(\alpha)}{f_i^0 - f_{i\,(\min)}}, \qquad (1)$$
$$i = 1, \ldots, m,$$

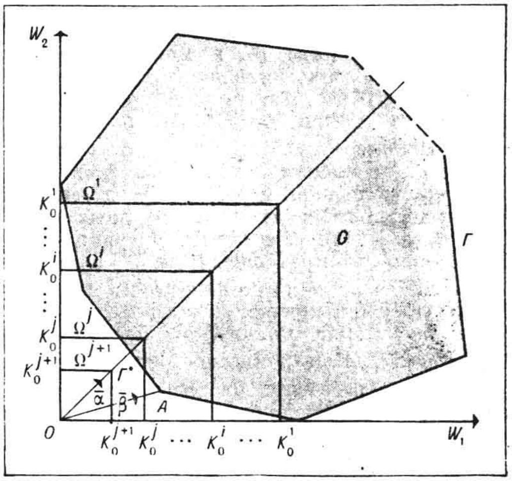
и для критериев, которые минимизируются

$$w_i(f_i(\alpha)) = \frac{f_i(\alpha) - f_i^0}{f_{i\,(\max)} - f_i^0}, \qquad (2)$$
$$i = m + 1, \ldots, M,$$

где f_i^0 — оптимальное значение i-го критерия, $f_{i\,(\min)}$ — наименьшее значение максимизируемого критерия, $f_{i\,(\max)}$ — наибольшее значение минимизируемого критерия. Значения $f_i^0, f_{i\,(\max)}, f_{i\,(\min)}$ находятся при $\alpha \in U$ либо $\alpha \in V$, где U — выпуклая замкнутая область, V — дискретное мн-во $V = \{v_j\}$ $(i = 1, \ldots, N)$. Решение параметрической задачи

$$\min_{\substack{\alpha\in U\\(\alpha\in V)}} W(\alpha) = \min_{\substack{\alpha\in U\\(\alpha\in V)}} \left\{ \sum_{i=1}^{m} \gamma_i \frac{f_i^0 - f_i(\alpha)}{f_i^0 - f_{i\,(\min)}} + \sum_{i=m+1}^{M} \gamma_i \frac{f_i(\alpha) - f_i^0}{f_{i(\max)} - f_i^0} \right\} \qquad (3)$$

для всех $\gamma_i \in \Gamma^+ \left\{ \gamma_i > 0,\ \sum_{i=1}^{M} \gamma_i = 1 \right\}$ при достаточно общих условиях дает мн-во эффективных альтернатив. В этом случае остается проблема выбора единственного решения из мн-ва несравнимых эффективных альтернатив, т. е. задача выбора компромиссного решения. Известны различные подходы к определению компромисса. При одном из подходов под компромиссным решением понимают такое, которое дает миним. относительное отклонение



Геометрическая интерпретация выбора компромиссного решения на примере двух равноценных критериев.

от оптим. значений по всем критериям в соответствии с заданным предпочтением, определяемым весовыми коэффициентами ρ_i, такими, что $\rho_i \in \rho^+ = \left\{ \rho_i > 0,\ \sum_{i=1}^{M} \rho_i = 1 \right\}$. Если критерии равноценны, то $\rho_i = \frac{1}{M}$ $(i = 1, \ldots, M)$, и компромиссным решением будет такое, для которого относительные потери, выраженные соотношениями (1) и (2), одинаковы. Если же критерии не равноценны, то компромиссным решением будет такое, для которого одинаковы «взвешенные» потери

$$\tilde{w}_i(\alpha) = \rho_i w_i(f_i(\alpha)) = \rho_i \frac{f_i^0 - f_i(\alpha)}{f_i^0 - f_{i\,(\min)}}, \qquad (4)$$
$$i = 1, \ldots, m,$$

$$\tilde{w}_i(\alpha) = \rho_i w_i(f_i(\alpha)) = \rho_i \frac{f_i(\alpha) - f_i^0}{f_{i\,(\max)} - f_i^0}, \qquad (5)$$
$$i = m + 1, \ldots, M.$$

Как видно из (1) и (2), w_i удовлетворяют ограничениям $0 < k_0 \leqslant w_i \leqslant 1$ в случае равноценных критериев, либо $0 < k_0 \leqslant$

$\leqslant \tilde{w}_i (f_i(\alpha)) = \rho_i w_i < 1$ для неравноценных. Следовательно, под компромиссным решением будем понимать такую эффективную альтернативу $\alpha^k \in U$ ($\alpha^k \in V$), для которой выполняются следующие равенства:

$$\rho_1 w_1 (f_1(\alpha^k)) = \cdots = \rho_i w_i (f_i(\alpha^k)) = \\ = \cdots = \rho_M w_M (f_M(\alpha^k)) = k_0. \qquad (6)$$

Если на основании *экспертных оценок методов* определено $\rho_i \in \rho^+$, то компромиссной альтернативой α^k будет та, при которой выполняются равенства (6) и минимизируется критерий (3). В силу линейности критерия (3) минимум достигается на нижней границе для $w_i (f_i(\alpha))$, т. е. при минимально возможном $k_0 > 0$. Искомое k_0 в этом случае может быть найдено на основании метода дихотомии.

Поясним изложенный выше подход геометрически на примере двух равноценных критериев f_1 и f_2 для $\alpha \in U$. На рисунке G — область значений критериев W_1 и W_2 на мн-ве ограничений U, Γ — граница этого мн-ва, Ω^i — область значений критериев w_1 и w_2, в которой эти критерии принимают значение не больше чем k_0^i. Компромиссное решение будет в точке Γ^* пересечения биссектрисы координатного угла $w_1 0 w_2$ (критерии f_1 и f_2 равноценны) с границей области G. Для неравноценных критериев в качестве координатных ф-ций выберем $\tilde{w}_1 = \rho_1 w_1$ и $\tilde{w}_2 = \rho_2 w_2$, где w_1 и w_2 определяются соответственно выражениями (4) и (5). Тогда критерии $\tilde{w}_1$ и $\tilde{w}_2$ равноценны, и для нахождения компромиссного решения можно пользоваться указанной процедурой.

Основными проблемами в задаче многокритериальной оптимизации являются выбор процедуры определения предпочтения на мн-ве критериев и способ введения обобщенного критерия, оптимизация которого дает решение согласно выбранной схеме компромисса и определенному предпочтению.

Лит.: Волкович В. Л. Многокритериальные задачи и методы их решения. «Кибернетика и вычислительная техника», 1969, в. 1; Гермейер Ю. Б. Введение в теорию исследования операций. М., 1971 [библиогр. с. 382—383]; Льюс Р. Д., Райфа Х. Игры и решения. Пер. с англ. М., 1961 [библиогр. с. 608—625]; Карлин С. Математические методы в теории игр, программировании и экономике. Пер. с англ. М., 1964 [библиогр. с. 798—819].

В. Л. Волкович.

МНОГОМЕ́РНЫЕ СИСТЕ́МЫ АВТОМАТИ́ЧЕСКОГО УПРАВЛЕ́НИЯ — автоматические системы, у которых число как управляемых координат, так и управляющих воздействий равно двум и более. Специфика М. с. а. у. заключается в том, что поведение каждой управляемой координаты $y_i(t)$ определяется не только *управляющим воздействием* $u_1(t)$, а (в общем случае) всей совокупностью этих воздействий $u_1(t) \ldots, u_m(t)$, образующих вектор управления **U**, а также вектором возмущающих воздействий Λ. Необходимость в создании М. с. а. у. возникает в тех случаях, когда требуется управлять одновременно несколькими взаимосвязанными параметрами некоторого физ. процесса. В качестве примера можно привести систему стабилизации частоты и напряжения генераторов в энергосистемах, систему управления скоростью вращения и т-рой газов в турбореактивных двигателях, систему управления толщиной проката в различных пролетах прокатного стана с помощью управления скоростью вращения и степенью поджатия валков и т. п. В ряде случаев применение М. с. а. у. является единственным способом достижения цели управления.

Типовая блок-схема многомерной системы представлена на рис. В общем случае размерности векторов регулирующих воздействий **U**, управляемых координат **Y** и возмущений Λ могут отличаться друг от друга. Как и одномерные системы, М. с. а. у. можно классифицировать по принципу управления — на замкнутые, разомкнутые (со связями по возмущениям, на рис. связи показаны пунктиром) и *комбинированные системы автоматического управления*; по способу передачи сигналов — на непрерывные и *дискретные системы управления*; по характеру функциональных связей между координатами системы — на линейные и *нелинейные системы управления*; по назначению — на *стабилизации системы, следящие системы, системы программного управления* и самонастраивающиеся системы (в частности, *системы экстремального регулирования*).

Матем. описание М. с. а. у. может быть выполнено с помощью характеристик «вход — выход» и в категориях пространства состояний. В исследованиях часто ограничиваются описаниями лишь линейных М. с. а. у., у которых число входных и выходных координат одинаково. Непрерывные линейные М. с. а. у. могут быть описаны (в категориях характеристик «вход — выход»):

а) системами дифференциальных уравнений

$$Q(D)\,Y(t) = P(D)\,\Psi(t), \qquad (1)$$

где $Q(D)$, $P(D)$ — $(n \times n)$-матрицы с элементами $q_{ij}(D)$ и $p_{ij}(D)$, представляющими собой многочлены оператора дифференцирования $D \equiv \frac{d}{dt}$; **Y** (t), $\Psi(t)$ — выходной и входной векторы соответственно;

б) векторно-матричным уравнением свертки

$$\mathbf{Y}(t) = \int_0^t G(t-\tau)\,\Psi(\tau)\,d\tau + \Phi(t), \qquad (2)$$

где $\Phi(t)$ — реакция М. с. а. у. на ненулевые начальные условия, которая определяется начальными значениями координат и корнями $D_1 \ldots D_n$ характеристического уравнения, а $G(t)$ — весовая $(n \times n)$-матрица (матрица *импульсных переходных функций*), каждый элемент которой $g_{ij}(t)$ представляет реакцию i-выхода на *дельта-функцию*, действующую на

j-вход, при всех остальных входах, равных нулю, и при нулевых начальных условиях;

в) передаточными матрицами. Преобразование Лапласа матрицы $G(t)$ определяет передаточную матрицу (матрицу *передаточных функций*) $G(p)$, которую можно также определить, преобразовав по Лапласу (при нулевых начальных условиях) уравнение (1): $\mathbf{Y}(p) = G(p)\,\Psi(p)$; $G(p) = Q^{-1}(p)\,P(p)$, где p — параметр преобразования Лапласа.

Передаточные матрицы и другие характеристики «вход — выход» рассматриваются в общем виде как для замкнутых, так и для разомкнутых систем. Между передаточными матрицами замкнутых и разомкнутых М. с. а. у. существуют соотношения, аналогичные соответствующим соотношениям для передаточных функций. Так, если $G_1(p)$ — передаточная матрица объекта управления, связывающая векторы $\mathbf{U}(p)$ и $\mathbf{Y}(p)$, а $G_2(p)$ — передаточная матрица управляющего устройства (см. рис.), то передаточная матрица замкнутой системы по задающему воздействию (Ψ-вход, $\mathbf{Y}$-выход) имеет вид

$$G_{зз}(p) = [E + G_1(p)\,G_2(p)]^{-1}\,G_1(p)\,G_2(p), \quad (3)$$

где E — единичная матрица. Если вектор возмущений λ, действующий на объект, связан с вектором $\mathbf{y}$ передаточной матрицей $G_\lambda(p)$, то передаточная матрица замкнутой системы по возмущению $G_{з\lambda}(p)$ (при отсутствии управляющего устр-ва по возмущению) имеет вид

$$G_{з\lambda}(p) = [E + G_1(p)\,G_2(p)]^{-1}\,G_\lambda(p). \quad (4)$$

Характеристическое уравнение замкнутой М. с. а. у. имеет вид

$$\det[\,E + G_1(p)\,G_2(p)\,] = 0, \quad (5)$$

где $\det[\cdot]$ — определитель соответствующей матрицы.

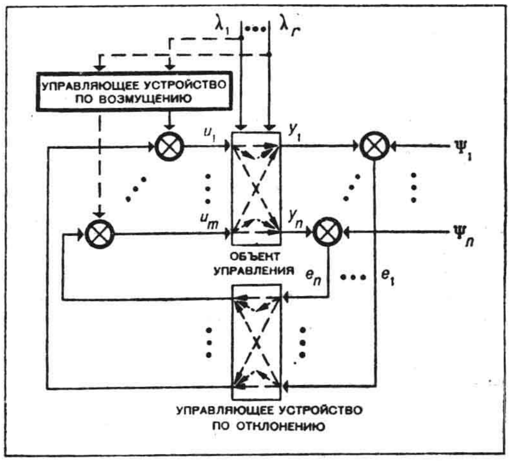
Характеристики «вход — выход» описывают только полностью управляемую и полностью наблюдаемую часть системы (см. *Наблюдаемости и управляемости условия*). Движения неуправляемой или ненаблюдаемой частей М. с. а. у., среди которых в общем случае могут иметь место и неустойчивые движения, не могут быть описаны характеристиками «вход — выход». В этом смысле наиболее полное описание М. с. а. у., охватывающее также движения ее неуправляемых и ненаблюдаемых частей (если таковые имеются), гарантируется описанием в категориях пространства состояний, т. е. с помощью системы уравнений 1-го порядка вида

$$\dot{\mathbf{X}} = A\mathbf{X} + B\Psi, \quad \mathbf{Y} = C\mathbf{X}, \quad \mathbf{X}_{t=0} = \mathbf{X}(0), \quad (6)$$

где Ψ-вход и $\mathbf{Y}$-выход всей замкнутой системы (см. рис.) — n-мерные векторы, а размерность вектора $\mathbf{X}$ равна N, причем $N \geqslant n$. Числовые матрицы A, B, C имеют размеры $N \times N$, $N \times n$, $n \times N$ соответственно. От описания М. с. а. у. типа (6) можно легко перейти к характеристикам «вход — выход». Так, преобразовав по Лапласу (6) при нулевых начальных условиях, передаточную матрицу системы $G(p)$, аналогичную в даном случае $G_{зз}(p)$ в (3), можно определить как $G(p) = C'(pE - A)^{-1}B$. Характеристическое уравнение в этом случае можно записать в виде

$$\det[pE - A] = 0. \quad (7)$$

Если выполняются условия наблюдаемости и управляемости, то корни уравнения (7) (собственные числа матрицы A) совпадают



Блок-схема многомерной системы автоматического управления.

с корнями (5). Если же сокращение полюсов передаточных функций, входящих в матрицу $G_1(p)$, нулями передаточных ф-ций матрицы $G_2(p)$ управляющего или *корректирующего устройства* приводит к появлению неуправляемых и ненаблюдаемых частей, то соответствующие корни исчезают в (5), но остаются в (7).

Для линейных дискретных М. с. а. у. применяют соответствующие дискретные аналоги, а именно:

а) системы разностных уравнений: $Q(\zeta) \times \mathbf{Y}_n = P(\zeta)\,\Psi_n$, где ζ — оператор сдвига на один интервал $\zeta\,\mathbf{Y}_n = \mathbf{Y}_{n+1}$, $Q(\zeta)$ и $P(\zeta)$ — $(n \times n)$-матрицы с элементами $q_{ij}(\zeta)$ и $p_{ij}(\zeta)$, являющиеся полиномами относительного оператора ζ;

б) дискретные аналоги интегр. свертки: $\mathbf{Y}_n = \sum_{j=0}^{j=\infty} G(n-j)\,\Psi_j + \Phi_n$, где $G(n-j)$ — весовая матрица, Φ_n — реакция на ненулевые начальные условия;

в) передаточные матрицы: $\mathbf{Y}^*(z) = G(z) \times \Psi^*(z)$, где $z = e^{pT}$ (T — интервал дискретности) — символ *Лапласа дискретных преобразований*. Соотношения, аналогичные (3, 4), имеют место и для дискретных М. с. а. у. Уравнение в терминах простр-ва состояний имеет вид

$$\mathbf{X}_{n+1} = A\mathbf{X}_n + B\Psi_n, \quad \mathbf{Y}_n = C\mathbf{X}_n, \tag{8}$$

где под матрицами A, B, C и векторами $\mathbf{X}$, $\mathbf{Y}$, Ψ подразумевается то же, что и в (6).

Устойчивость линейных М. с. а. у. имеет место, если корни характеристического ур-ния (7) замкнутой М. с. а. у. расположены в левой полуплоскости комплексного переменного. Если система полностью управляема и наблюдаема, то проверку условий устойчивости можно производить и по расположению корней характеристического уравнения (5). Для устойчивости дискретных М. с. а. у. необходимо, чтобы корни соответствующего характеристического ур-ния располагались внутри окружности единичного радиуса. Проверку этих условий без нахождения корней характеристического уравнения можно выполнить алгебр. или частотными методами (см. *Гурвица теорема, Устойчивости дискретных систем теория, Устойчивости критерии*). Поскольку для М. с. а. у. большой размерности раскрытие определителя типа (5, 7) сопряжено с громоздкими вычислениями, то проверку условий устойчивости и построения областей устойчивости в пространстве параметров таких М. с. а. у. производят на ЭЦВМ. Частотные критерии Попова, Якубовича, Цыпкина широко используются и для анализа устойчивости нелинейных М. с. а. у. специального вида (см. *Устойчивости непрерывных систем теория*). Более общие результаты по анализу устойчивости нелинейных М. с. а. у. могут быть получены *Ляпунова методами*. Если можно определить корни характеристического уравнения М. с. а. у., то анализ качества М. с. а. у. можно выполнить известными методами по расположению этих корней в комплексной плоскости (см., напр., *Корневого годографа метод*). В ряде частных случаев (двумерные М. с. а. у., М. с. а. у., состоящие из одинаковых *подсистем*, связанных между собою безынерционными связями и т. п.) анализ качества весьма эффективно производят, используя известные приемы частотных методов анализа качества одномерных систем (см. *Систем автоматического управления анализ, Частотные характеристики систем автоматического управления*).

Методы синтеза М. с. а. у. (см. *Систем автоматического управления синтез*) выбирают в зависимости от цели, стоящей перед конструктором М. с. а. у. Так, одним из наиболее известных подходов к синтезу М. с. а. у. является синтез управляющего устр-ва по условиям *автономности*. Под автономностью М. с. а. у. понимают независимое друг от друга изменение управляемых координат, что эквивалентно расчленению системы уравнений, описывающей динамику М. с. а. у., на n независимых уравнений отдельных контуров. Для линейных систем эти условия имеют вид $H = G_1(p)\, G_2(p) = \operatorname{diag}\{h_{11}(p) \ldots h_{nn}(p)\}$, где $G_1(p)$ и $G_2(p)$ — то же, что и в (3). Это означает, что отдельные элементы многомерного управляющего устройства следует выбрать так, чтобы произведение его передаточной матрицы $G_2(p)$ и передаточной матрицы объекта $G_1(p)$ было диагональной матрицей. Однако не во всех случаях условия автономности обеспечивают наилучшее качество функционирования М. с. а. у. Если имеется возможность измерить вектор возмущений λ, то синтез высокоточных и быстродействующих М. с. а. у. можно осуществить, используя теорию *инвариантности систем автоматического управления*. Существенные результаты получены в решении задачи синтеза М. с. а. у. при стационарных случайных воздействиях. Если в (2) входной сигнал $\Psi(t)$ состоит из полезного случайного сигнала $r(t)$ и помехи $n(t)$ с заданными матрицами *корреляционных функций*, то задача заключается в определении весовой матрицы $G(t)$, доставляющей минимум функционалу $\sum_{i=1}^{n} \overline{e_i^2}(t)$, где $\overline{e_i^2}$ — среднеквадратичная погрешность между истинными и желаемыми значениями i-й выходной величины. Если структура системы не задана, то матрицу $G(t)$ находят, распространив методы решения задачи Винера (см. *Винера — Хопфа уравнение* первого рода) на многомерный случай. Если элементы $G(t)$ заданы, то указанный функционал можно минимизировать, изменяя варьируемые параметры *весовых функций* $g_{ij}(t)$ (см. *Оптимальных параметров системы выбор*).

Проблема синтеза оптимальных М. с. а. у. тесно связана с задачами *вариационного исчисления* и *программирования математического*. Так, в некоторых случаях функционал, характеризующий качество работы системы, может иметь вид линейной формы $I = \sum_{i=1}^{n} C_i y_i$ установившихся значений координат системы при линейных ограничениях $U > 0$, $AU = \mathbf{b}$, где A — $(m \times n)$-числовая матрица $(m < n)$, $\mathbf{b}$ — n-мерный вектор. Тогда значение вектора U, минимизирующего (максимизирующего) форму I, отыскивают методом *программирования линейного*. Но чаще всего функционал качества предст ляет собой нелинейную ф-цию координат. Так, напр., если движение многомерного объекта управления описывается уравнением вида (6) (с заменой Ψ на u), то в большинстве случаев функционал качества имеет вид $I_t = \int_0^t V\, dt$, где $V = X'LX + U'MU$ — квадратичная форма, L, M — матрицы ($N \times N$ и $n \times n$ соответственно) весовых коэффициентов, знак $'$ означает транспонирование. В этом случае отыскание управления U как функции координат пространства состояний $\mathbf{X}$, экстремизирующего функционал I_t, может быть выполнено методами *программирования динамического, программирования нелинейного*, использованием *Понтрягина принципа максимума* и т. д. Поскольку функция V, входящая в функционал I_t, аналогична ф-ции Ляпунова, то существует глубокая связь между синтезом оптимальных М. с. а. у. и методами Ляпунова. Если показатель качества работы М. с. а. у. представляет собой нелинейную ф-цию φ установившихся значений управляющих координат U и возмущений $\lambda_i : \varphi = \varphi (U, \Lambda)$, то отыскание экстремума φ по U для различных возмущений Λ может быть выполнено многомерной системой экстремального регулирования.

Синтезированные алгоритмы управления М. с. а. у. достаточно сложны, поэтому реализация современных М. с. а. у. основана на широком использовании новейших достижений вычисл. техники.

Лит.: Мееров М. В. Системы многосвязного регулирования. М., 1965 [библиогр. с. 381—384]; Катковник В. Я., Полуэктов Р. А. Многомерные дискретные системы управления. М., 1966 [библиогр. с. 410—413]; Чинаев П. И. Методы анализа и синтеза многомерных автоматических систем. К., 1969 [библиогр. с. 372—375].

К. Д. Жук, А. А. Туник, П. И. Чинаев.

МНОГОПО́ЛЮСНИК КОНТА́КТНЫЙ — *схема контактная,* в которой есть несколько входных и выходных полюсов. М. к. с n входными и m выходными полюсами наз. (n, m)-полюсником. М. к., в котором полюсов два (один входной и один выходной), наз. многополюсником контактным.

МНОГОПО́ЛЮСНИК КОНТА́КТНЫЙ РАЗДЕЛИ́ТЕЛЬНЫЙ — *многополюсник контактный,* между любой парой выходных полюсов которого реализуется функция, тождественно равная нулю, т. е. ни при каком состоянии М. к. р. между его выходными полюсами нет замкнутого пути. Примером разделительного $(1, 2^n)$-полюсника может служить *«дерево» контактное* с n реле.

МНОГОПО́ЛЮСНИК КОНТА́КТНЫЙ УНИВЕРСА́ЛЬНЫЙ для множества функций алгебры логики P — *многополюсник контактный* с k входными и одним выходным полюсами, т. е. $(k, 1)$-полюсник такой, что какова бы ни была функция $f(x_1, \ldots, x_n) \in P$, найдется такой входной полюс, что между ним и выходным полюсом реализуется эта функция $f(x_1, \ldots, x_n)$.

МНОГОПРОГРА́ММНАЯ ОБРАБО́ТКА ИНФОРМА́ЦИИ, мультипрограммная обработка информации — обработка информации на цифровых вычислительных машинах, обеспечивающая практически параллельное выполнение нескольких программ. При М. о. и. используется реальное совмещение в машине решения нескольких задач (или совмещение определенных фаз решения) и кажущееся совмещение, основанное на поочередном, напр., циклическом обслуживании к.-л. устр-вом всех решаемых задач. Примером реального совмещения является одновременный счет некоторой задачи центр. *процессором* и ввод (или вывод) информации по другой задаче, осуществляемый автономным устр-вом ввода (или вывода). К реальному совмещению относится также параллельное решение нескольких задач на многопроцессорных ЦВМ. Кажущееся совмещение решения нескольких задач на одном процессоре может быть достигнуто, напр., периодическим его переключением с решения одной задачи на другую.

Одним из осн. преимуществ М. о. и. при реальном совмещении является лучшее согласование работы сравнительно медленных устр-в ввода — вывода с быстродействующим центр. процессором. Это объясняется тем, что в случае однопрограммной работы ЦВМ в течение интервалов времени, требуемых для ввода или вывода информации, центр. процессор, как правило, бездействует. Такие же простои процессора возникают и в случае организации однопрограммной работы ЦВМ в *диалога режиме.* При М. о. и. вероятность простоя центр. процессора значительно снижается, т. к. во время ввода или вывода одной из задач центр. процессор может быть загружен решением другой задачи. При этом важно, чтобы *вычислительная система* была хорошо сбалансирована по производительности и числу внешн. устр-в, обслуживающих процессор. М. о. и. на ЦВМ организует управляющая программа *операционной системы.* Другим из осн. преимуществ М. о. и. при реальном и кажущемся совмещениях является независимая одновременная работа на машине ряда пользователей. К методам организации М. о. и. относят *пакетную обработку информации, обработку информации в режиме разделения времени, обработку информации в реальном масштабе времени.*

М. о. и. возможна при наличии спец. аппаратных средств. Осн. из них: 1) устр-во памяти на базе *дисков магнитных* или *барабанов магнитных* объемом, значительно превышающим объем главной *памяти ЦВМ.* Назначение этой (промежуточной) памяти — хранение всей или части информации в течение интервала времени, когда эти задачи не решаются центр. процессором. В момент времени, когда процессор возвращается к решению одной из этих задач, информация о ней вызывается в главную память ЦВМ. С помощью такого распределения информаций достигается оперативность работы центр. процессора; 2) средства, позволяющие перемещать (релоцировать) *программы* и данные в пределах главной памяти ЦВМ. Релоцируемость (переместимость) программ и данных необходима для того, чтобы при вызове очередной порции информации из промежуточной памяти её можно было переместить на свободное место в главной памяти. Релоцируемость достигается с помощью аппаратных средств, обеспечивающих превращение *адресов математических,* содержащихся в программе, в истинные (физические) *адреса* в момент выполнения команды; 3) *система прерывания ЦВМ,* реагирующая на сигналы, приходящие от внеш. устр-в и накопителей, и, в случае надобности, прерывающая задачу (с последующим возобновлением), решаемую в данный момент центр. процессором, для обеспечения оперативного обслуживания их; 4) средства, обеспечивающие *памяти защиту*. Защита внеш. или промежуточной памяти обеспечивается управляющей программой (см. *Управление данными*); 5) автономные каналы обмена внеш. устр-вами и внеш. *накопителями*, обеспечивающие реальное совмещение работы центр. процессора с процессами ввода — вывода информации; 6) электронные часы (таймер) контролируют при помощи управляющей программы временное протекание вычислительного процесса, а также осуществляют его планирование. *А. И. Никитин.*

МНОГОТО́ЧЕЧНАЯ КРАЕВА́Я ЗАДА́ЧА — *краевая задача* для одномерного дифференциального или интегро-дифференциального уравнения, у которого установлены ограничения на решения более чем в двух точках.

МНОГОША́ГОВОГО ПРОЦЕ́ССА ПРОИЗВО́ДСТВА МОДЕ́ЛЬ — *модель математическая*, создаваемая для изучения межотраслевых аспектов развития экономики, а также для решения *задач об узких местах* в производстве. Эта модель относится к классу моделей *программирования динамического*.

Задача оптим. управления многошаговыми процессами произ-ва с дискретным временем ставится следующим образом. Пусть $x(t)$, $z(t)$, c, a $(t = 1, \ldots, N)$ — n-мерные векторы, A_1, A_2, B_1, B_2 — $(n \times m)$-*матрицы*. Нужно найти последовательность $x(t)$, $z(t)$, $t = 1, \ldots, N$, максимизирующую форму $(a, x(N))$ при ограничениях

$$\left.\begin{aligned} &x(t+1) = x(t) + A_1 x(t) + A_2 z(t);\\ &t = 0, \ldots, N-1;\quad x(0) = c;\\ &z(t) \geqslant 0;\quad t = 0, 1, \ldots, N-1;\\ &B_1 z(t) \leqslant B_2 x(t);\quad x(t) \geqslant 0. \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Задачи вида (1) решают обычно методами *программирования линейного* с использованием схем декомпозиции, учитывающих блочную структуру ограничений.

Иногда модели, описывающие многошаговые процессы произ-ва, рассматривают в дифф. форме; тогда задачу оптим. управления записывают в виде:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{dx}{dt} = A_1 x(t) + A_2 z(t);\quad 0 \leqslant t \leqslant T;\\ &x(0) = c;\\ &z(t) \geqslant 0;\quad 0 \leqslant t \leqslant T;\\ &B_1 z(t) \leqslant B_2 x(t);\quad 0 \leqslant t \leqslant T. \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Нужно выбрать такое управление $z(t)$, $0 \leqslant t \leqslant T$, чтобы получить максимум функционала

$$L = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i(t);\quad (\{x_i(t)\} = x(t))$$

при выполнении условий (2). Для решения такого рода задач разработаны спец. методы, основанные на теории динамического выпуклого программирования, на использовании принципа максимума; изучены свойства оптим. управления также при $T \to \infty$ (т. н. «магистральные теоремы»). *Н. З. Шор.*

МНОГОША́ГОВОГО ПРОЦЕ́ССА РАСПРЕДЕЛЕ́НИЯ МОДЕ́ЛЬ — *модель математическая*, используемая для описания экономических процессов, таких, как планирование капиталовложений на длительный период развития и реконструкции отраслей и предприятий, и в других важных экономических приложениях.

Задача многошагового распределения ресурсов формулируется следующим образом. Пусть r видов ресурсов распределяется на N шагах процесса. Обозначим через $x_i(k-1)$ к-во ресурсов перед k-м шагом, $x_{ij}(k)$ — к-во ресурсов i-го вида, используемых для получения дополнительно некоторого к-ва j-го ресурса, $g_i(x_{1i}(k), \ldots, x_{ri}(k))$ — ф-цию, показывающую к-во ресурсов i-го вида, получаемых при использовании вектора ресурсов $\{x_{ji}(k)\}_{j=1}^{r}$ на k-м шаге. Т. о., имеются естественные ограничения:

$$x_i(k+1) = x_i(k) - \sum_{j=1}^{r} x_{ij}(k) + g_i(x_{1i}(k), \ldots$$
$$\ldots, x_{ri}(k));\qquad i = 1, 2, \ldots, r;$$
$$x_j(0) = c_i;\quad x_{ij}(k) \geqslant (0);\quad i, j = 1, \ldots, r;$$
$$k = 1, \ldots, N;$$
$$\sum_{j=1}^{r} x_{ij}(k) = x_i(k);\quad i = 1, \ldots r;$$
$$k = 1, \ldots, N.$$

При этих ограничениях и заданном векторе начальных ресурсов $\{x_j(0)\}$ нужно максимизировать определенную *целевую функцию* конечных ресурсов $F(x_1(N), \ldots, x_r(N))$.

При $r \leqslant 3$ задачи многошагового распределения решаются методами *программирования динамического*. При $r > 3$ для решения таких задач более применимы общие методы нелинейного программирования (см. *Программирование математическое*). Если ф-ции g_i и F линейны, то в этом случае можно применять методы *программирования линейного*. *Н. З. Шор.*

МНОГОША́ГОВЫЕ ЗАДА́ЧИ — Задачи, в которых множество искомых параметров, определяющих решение, разбивается на несколько групп так, что значения параметров, входящих в данную группу, определяются на определенном этапе (шаге) многошагового процесса решения. М. з. особенно часто возникают при управлении длительными процессами в условиях неопределенности или противодействия противника (многоэтапное *программирование стохастическое*, многошаговые игры), когда на промежуточных этапах принятия решений получают дополнительную информацию о состоянии управляемого процесса. М. з. изучаются методами *программирования динамического*. *Н. З. Шор.*