Проблемы советской экономики

С.С. ДАУРБЕКОВ, М.Д. САМОЗНАЕВ

ВОПРОСЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ МЕЖОТРАСЛЕВЫХ СВЯЗЕЙ

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»

Академия наук СССР
Центральный экономико-математический институт

Проблемы советской экономики

С. С. ДАУРБЕК
М. Д. САМОЗНАЕВ

ВОПРОСЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ МЕЖОТРАСЛЕВЫХ СВЯЗЕЙ

Издательство «Наука»
Москва 1981

В работе исследуются проблемы применения статистических методов к моделированию системы межотраслевых связей и пропорций народного хозяйства, вопросы построения взаимосвязанного прогноза параметров межотраслевых моделей большой размерности на перспективу. Ставятся и согласно предложенным методам решаются задачи определения вероятностных характеристик выходных параметров, выявления «стохастически» значимых коэффициентов прямых затрат, оценки устойчивости отдельных показателей и модели межотраслевого баланса в целом.

Для специалистов, занимающихся применением математических методов в экономических исследованиях и планировании.

Ответственный редактор

доктор экономических наук Э. Ф. БАРАНОВ

Саид-Эми Сайдалиевич Даурбеков, Михаил Дмитриевич Самознаев

ВОПРОСЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ МЕЖОТРАСЛЕВЫХ СВЯЗЕЙ

Утверждено к печати
Центральным экономико-математическим институтом АН СССР

Редактор издательства *Н. Я. Маркович*
Художественный редактор *И. Ю. Нестерова*
Технический редактор *Э. Л. Кунина*
Корректоры *Р. З. Землянская, В. А. Шварцер*

ИБ № 22255. Сдано в набор 06.02.81. Подписано к печати 01.06.81.
Т-09239. Формат 84×108¹/₃₂. Бумага типографская № 2
Гарнитура «обыкновенная новая». Печать высокая
Усл. печ. л. 10,08. Усл. кр.-отт. 10,28. Уч.-изд. л. 10,5
Тираж 1750 экз. Тип. зак. 287. Цена 1 р. 20 к.

Издательство «Наука» 117864 ГСП-7, Москва, В-485, Профсоюзная ул., 90
2-я типография издательства «Наука»
121099, Москва, Г-99, Шубинский пер., 10

$Д \frac{10805-180}{042(02)-81}$ 278-81. 0702000000

ВВЕДЕНИЕ

В Отчетном докладе на XXV съезде КПСС Л. И. Брежнев указал, что решающим звеном претворения в жизнь намеченных партией планов «становится организация, то есть дальнейшее совершенствование управления экономикой в самом широком смысле слова... . Необходимо в первую очередь обеспечить серьезное **совершенствование планирования** ... поднять уровень плановой работы, привести ее в соответствие с новыми масштабами и обликом нашего хозяйства, с новыми требованиями времени» [1]. Среди основных задач Л. И. Брежнев выделяет: «более умелое сочетание отраслевого и территориального развития, перспективных и текущих проблем, обеспечение сбалансированности экономики» [2]. Для решения этих задач прежде всего необходим комплексный подход, опирающийся на «более точное изучение общественных потребностей, на научные прогнозы наших экономических возможностей, на всесторонний анализ и оценку различных вариантов решений, их непосредственных и долговременных последствий» [3].

В процессе принятия плановых решений не всегда можно ограничиться знанием поведения объекта при некоторых фиксированных условиях. В плановом периоде вследствие невозможности абсолютно полного предвидения всех деталей будущего развития указанные условия могут выполниться неполностью.

Реализация принятого планового решения в новой ситуации, внешне претерпевшей пусть даже незначительные изменения, может привести к негативным для экономического развития последствиям.

В связи с этим особую актуальность приобретает задача выявления всего комплекса условий, в которых может оказаться объект планирования, и оценка вероятности их возможной реализации. Успешное решение такой задачи

---

[1] Материалы XXV съезда КПСС. М.: Политиздат, 1976, с. 58—59.
[2] Там же.
[3] Материалы XXIV съезда КПСС. М.: Политиздат, 1971, с. 67.

в ряде случаев позволяет даже на базе используемых детерминированных моделей оценить вероятность выполнения фиксированного планового задания, установить основные пути ее повышения, выявить достаточно узкий круг исходных факторов, от которых во многом, если не полностью, зависят результаты возможного развития, количественно описать эти зависимости, а также провести анализ устойчивости моделируемой системы. Решение этих задач не может быть осуществлено без широкого привлечения методов статистического моделирования.

Выявлению причин, определяющих правомерность (целесообразность) использования статистических методов в процессе моделирования сложных экономических систем, уделяется значительное внимание в литературе (см. например, [5, 9, 17, 29, 34, 41, 60, 67, 88]. Среди этих причин можно выделить две основные группы [86]:

1. Действительное существование случайных процессов, протекающих в исследуемых системах, и определяемая целями конкретного моделирования необходимость их описания и учета.

2. Возможность получения и формальной записи общей картины поведения сложной экономической системы без излишней конкретизации отдельных деталей ее механизма.

Первая группа определяется в основном потребностями анализа системы в динамике, а вторая — прежде всего, сложностью моделируемой системы.

Использование такого подхода позволяет на практике вести анализ и моделирование сложных экономических систем при требуемом уровне детализации, причем в ряде случаев удается учесть широкий круг не поддающихся строгой формализации процессов, определяющих поведение объекта моделирования.

Существование фактора неопределенности вытекает из ряда достаточно общих и касающихся широких областей экономической деятельности аспектов.

1. Развитие народного хозяйства во многом определяется научно-техническим прогрессом, его влиянием на экономику и другие сферы жизни общества. Научно-техническая революция постоянно открывает новые возможности развития и совершенствования общественного производства. Но только с ограниченной достоверностью можно говорить о возможности в рассматриваемом периоде тех или иных открытий или завершения начатых

разработок. Еще сложнее предвидеть конкретные последствия реализации исследований, результаты внедрения их в производство. Кроме того, эффективность новых технологических способов, методов хозяйствования и управления окончательно и полностью может быть установлена только в процессе их практического использования.

2. Процесс развития порождает непрерывный рост и постоянное изменение общественных потребностей. При этом следует заметить, что общество в целом и каждый элемент его хозяйственного механизма в отдельности не всегда могут определить и с необходимой точностью оценить численно всю совокупность своих целей и потребностей в будущем, выявить все возможные варианты их удовлетворения и соответственно выбрать из них наиболее эффективные. Недоучет элемента неопределенности может на практике привести к частичному нарушению необходимых пропорций в системе народного хозяйства.

3. В области планирования трудовых ресурсов принято говорить только об определенной вероятности той или иной численности, миграции, перераспределении, ибо движение трудовых ресурсов определяется, кроме экономических, еще и социальными, этническими и некоторыми другими факторами. Точное определение влияния этих факторов на движение трудовых ресурсов затруднительно.

4. Экономика тесно связана с политикой государства, зависит от международного положения страны, внешнеполитического климата, конъюнктуры мирового рынка, величины необходимых военных расходов и средств, отвлекаемых на различного рода запасы, помощь и т. п.

5. Существует еще ряд факторов, вносящих элемент неопределенности в процессе экономического развития, таких как нестабильность климатических условий, стихийные бедствия, возможность открытия новых месторождений сырья и т. д.

Понятно, что воздействия всех этих факторов на экономику невозможно в деталях предусмотреть заранее, тем более на достаточно длительный срок.

Объектом проводимого исследования является система межотраслевых связей и пропорции народного хозяйства. Изучение этой экономической системы может вестись на базе модели межотраслевого баланса производства и распределения продукции. «Эта модель хорошо зарекомендовала себя как инструмент анализа, прогнозирования и планирования материально-вещественных пропорций производства, характеризующих межпродуктовые производственные взаимосвязи» [77, с. 927]. Ее использование в планировании в настоящее время рассматривается как «фундамент всей системы плановых расчетов на основе широкого применения экономико-математических методов и вычислительной техники» [53, с. 50].

Отличительная особенность используемых методов межотраслевых расчетов — экзогенность коэффициентов межпродуктовых производственных взаимосвязей. Основными недостатками этого метода являются ограниченность учета факторов взаимозаменяемости и взаимодополняемости ресурсов, изолированный прогноз отдельных межотраслевых коэффициентов, в результате чего в исследования, проводимые на базе детерминированной модели межотраслевого баланса, априори привносится элемент неопределенности. Один из возможных подходов к преодолению указанных недостатков — использование статистических методов для описания межотраслевых потоков соотношениями, построенными на основе данных отчетных межотраслевых балансов.

Таким образом, наличие фактора неопределенности, а также трудности, связанные с изучением и описанием поведения сложных экономических систем, указывают на целесообразность привлечения методов статистического моделирования для прогноза, оценки и планирования развития как всей системы народного хозяйства в целом, так и ее элементов в отдельности.

В книге исследуется комплекс вопросов, связанных с проблемой статистического моделирования межотраслевых связей и пропорций народного хояйства. Цель ее — обоснование возможности и практическая разработка эффективных методов учета фактора неопределенности при построении экономико-математических моделей, а также выявление основных формирующих межотраслевые пропорции факторов и анализ из взаимодействия. В монографии ставится и в соответствии с предложенными методами решается круг задач, важных с точки зрения практического применения в процессе подготовки и принятия плановых решений.

1. На базе статистической отчетности по совокупности экономических регионов страны: а) предлагается и численно реализуется один из возможных подходов к проблеме оценки законов распределения экзогенных параметров модели; б) методически обосновывается и практиче-

ски осуществляется построение альтернативных вариантов моделей межотраслевых поставок; в) для каждого из исследуемых потоков решается задача выделения факторов, оказывающих на него наиболее сильное влияние.

2. Опираясь на стохастическое расширение многопродуктовой народнохозяйственной модели межотраслевого баланса: а) оцениваются вероятностные характеристики и строятся эмпирические законы распределения выходных параметров модели — компонент вектора валовых выпусков продукции; б) выявляется подмножество «значимых» в вероятностном смысле параметров модели; в) производится анализ устойчивости как всей модели межотраслевого баланса, так и каждого из ее выходных параметров относительно разработанной системы критериев.

Решение поставленных задач опирается на широкое использование вероятностных методов, методов стохастической имитации и регрессионного анализа, а также возможностей современной вычислительной техники.

В первой главе разбираются основные практически реализуемые подходы к задаче оценки закона распределения выходных параметров модели по известной совместной плотности распределения параметров условий, обосновывается правомерность и эффективность применения метода Монте-Карло [71] для ее решения. Далее конкретизируется понятие «значимости» одного или нескольких входных параметров в условиях действия случайных возмущений [65]. Применительно к указанной ситуации рассматриваются основные типы используемых критериев устойчивости и конструируется ряд критериев, позволяющих с разных позиций оценивать устойчивость народнохозяйственных межотраслевых моделей со случайными параметрами условий.

Во второй главе осуществляется строгая формализация поставленных задач, разрабатываются конкретные методы их решения, строятся соответствующие вычислительные процедуры и алгоритмы.

В третьей главе рассматриваются проблемы построения на основе методологии межотраслевых взаимодействий [87, 88] экономико-статистических моделей формирования межотраслевых пропорций; обосновывается возможность использования аппарата корреляционного и регрессионного анализа для моделирования межотраслевых связей; предлагается метод двухстадийного отбора факторов, определяющих поведение объекта моделирования.

В четвертой главе вводится категория существенности межотраслевых связей и выделяются важные из них; анализируются различные формы зависимостей моделируемых связей от групп факторов, отбор которых осуществляется с помощью методов качественного и количественного анализа.

Пятая глава посвящена проблемам организации информационного обеспечения проводимого исследования. В качестве исходных данных используется статистическая отчетность за 1966 г. по 24 экономическим районам страны. На ее базе производится практическое выделение существенных межотраслевых потоков, определяются и группируются факторы, влияющие на интенсивность этих потоков. Предлагается метод и решается задача оценки законов распределений и получения других вероятностных характеристик коэффициентов прямых затрат анализируемой многопродуктовой народнохозяйственной межотраслевой модели. В условиях заданной номенклатуры для плановых периодов различной продолжительности рассматриваются два варианта решения этой задачи.

В шестой главе проводится анализ и систематизация результатов расчетов, выполненных на базе оценок построенных законов распределений входных параметров модели межотраслевого баланса. Для задач построения законов распределений и оценки устойчивости компонент вектора валовых выпусков приводятся и сопоставляются результаты по обоим вариантам распределений коэффициентов прямых затрат.

В седьмой главе анализируются построенные для существенных межотраслевых потоков альтернативные варианты моделей. В процессе исследования определяются основные причины, обусловливающие изменения структуры межотраслевых связей, дается оценка факторов, воздействующих на эти связи, проводится группировка межотраслевых потоков по тесноте взаимодействия между собой.

Авторы выражают глубокую благодарность Э. Ф. Баранову за большую помощь в методологической разработке основных теоретических проблем исследования, постоянное содействие при его практической реализации. Авторы признательны Э. Б. Ершову, В. Н. Лившицу, О. Д. Проценко, В. И. Ротарю и Ю. В. Яременко за ценные советы.

Глава первая

УЧЕТ ФАКТОРА НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ В ПРОЦЕССЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ МЕЖОТРАСЛЕВЫХ СВЯЗЕЙ. ОСНОВНЫЕ ТИПЫ ЗАДАЧ

Практически любой объект экономико-математического моделирования включает параметры или связи, носящие в той или иной степени случайный характер. Формально этот элемент случайности может быть объяснен двумя причинами: нестабильностью среды, в которой находится объект моделирования (экзогенный фактор); наличием неопределенности, внутренне присущей объекту (эндогенный фактор).

Анализ причин, изложенных во введении, позволяет считать, что эндогенная неопределенность порождается действительным наличием у моделируемой системы внутреннего случайного механизма или объясняется недостаточным знанием объекта, невозможностью или сложностью его детального изучения [1]. Эта неопределенность проявляется в форме неоднозначной реакции системы на изменения внешней среды, спонтанных структурных сдвигов и т. п. Нестабильность внешней среды будет пониматься как наличие неопределенности в ряде объектов, внешних по отношению к данному и влияющих на него. Таким образом, случайные колебания внешней среды и наличие неопределенности в самой системе обусловливают случайное поведение системы и получение случайных результатов на выходе.

При построении модели сложной экономической системы учет экзогенного и эндогенного возмущающих воздействий может осуществляться путем прямого включения в модель соответствующих случайных параметров или функций, с помощью которых описывается каждый из действующих на систему извне или возмущающих ее поведение изнутри случайный фактор. В этом случае параметры входа и выхода рассматриваются как случайные

[1] С экономической точки зрения знания об объекте имеет смысл углублять до тех пор, пока затраты на изучение не превзойдут возможный эффект.

величины, а сам механизм функционирования системы — как случайный процесс. Если не сделано никаких дополнительных предположений, то математическая модель, отражающая действие этого механизма, при любом фиксированном наборе экзогенных и эндогенных параметров описывает лишь один из возможных вариантов поведения моделируемой системы.

Для включения в рассмотрение всего комплекса возможных вариантов поведения экзогенных случайных параметров системы, а также соизмерения их по вероятности практической реализации для совокупности входных параметров задается закон их совместного распределения. Если система содержит эндогенный, прямо не зависимый от параметров входа случайный механизм, то чаще всего он моделируется некой многомерной функцией от эндогенных случайных параметров.

Использование этого подхода позволяет вести моделирование весьма сложных многоуровневых стохастических процессов. Однако такой метод отражения в модели случайных процессов, протекающих в реально функционирующих системах, имеет один существенный недостаток, который заключается в обусловленной им «жесткой постановке» задачи. Термин «жесткая постановка» взят из стохастического программирования и означает строгое выполнение всего комплекса условий, применительно к рассматриваемой модели — это требование разрешимости при всех реализациях параметров условий.

Круг экономико-математических моделей, удовлетворяющих этому условию, достаточно широк, прежде всего к ним относятся статические модели межотраслевого баланса. Для таких моделей применение указанного метода учета неопределенности позволяет путем естественного стохастического расширения их детерминированных постановок найти пути решения следующих важных для различных этапов процесса принятия планового решения задач [66].

1. По известным статистическим характеристикам или закону распределения экзогенных параметров модели построить соответствующие статистические характеристики или закон распределения показателей, получаемых на выходе.

2. Из общей массы экзогенных параметров модели выделить достаточно узкий круг так называемых «значимых» параметров, изменение вероятностных характе-

ристик которых наиболее существенным образом сказывается на соответствующих характеристиках выхода. Для ряда объектов экономико-математического моделирования результаты решения данной задачи позволяют указать эффективные методы и построить соответствующие алгоритмы регулирования моделируемой системой.

3. Провести анализ устойчивости модели и тем самым оценить силу реакции системы на действие возмущающих ее случайных факторов.

4. Путем сопоставления промежуточных и конечных результатов, получаемых в стохастической модели, с имеющейся информацией о фактическом поведении объекта моделирования в аналогичных условиях можно определить основные пути совершенствования используемой модели с целью повышения точности отображения изучаемого процесса и соответственно надежности получаемых результатов.

Решение перечисленных задач позволяет существенно расширить круг знаний о моделируемом объекте; получить дополнительную информацию для прогноза его поведения в динамике; углубить, с точки зрения повышения комплексности охвата анализируемых зависимостей, обоснование принимаемых плановых решений; в ряде случаев, когда это необходимо, разработать специальную систему стимулирования, наилучшим образом отвечающую цели скорейшего и полного выполнения плановых заданий. Круг частных приложений получаемых результатов достаточно широк, и в настоящей работе представляется возможным рассмотреть только наиболее общие из них, а также приложения, конкретно применимые к анализу системы народнохозяйственных пропорций, опирающемуся на использование модели межотраслевого баланса со случайными параметрами условий.

1.1. Основные формальные подходы к проблеме оценки закона распределения решения статической модели межотраслевого баланса со случайными параметрами условий

I. Методы решения экстремальных задач со случайными параметрами условий разрабатываются в рамках теории стохастического программирования. С именами Г. Тинтнера [109], Дж. Сенгупты [105], М. Фабера [98], Б. Берäну [92], М. Куртийо [97] и других авторов связывается так называемая пассивная постановка задач стохастического программирования.

Задача построения законов распределений оптимального значения целевого функционала и соответственно компонент оптимального плана по известной плотности совместного распределения случайных параметров условий относится к так называемым «жестким постановкам» задач пассивного стохастического программирования. Г. Тинтнер [109] один из первых осуществил указанную постановку. Им было отмечено, что проблема построения закона распределения экстремального значения целевой функции задачи линейного программирования сопряжена со значительными трудностями.

Применительно к задаче линейного программирования

$$L = cX \to \max \tag{1.1}$$

$$AX \leqslant b, \tag{1.2}$$

$$X \geqslant 0, \tag{1.3}$$

где коэффициенты a_{ij}, $i = 1, \ldots, m$, $j = 1, \ldots, n$ матрицы A, компоненты b_i, $i = 1, \ldots, m$ вектора ограничений и c_j, $j = 1, \ldots, n$ вектора коэффициентов линейной формы — случайные величины. Суть пассивной постановки заключается в следующем.

Требуется определить законы распределений $\psi(L^*)$ условного экстремума L^* целевой функции, $\psi_X(X_1^*, \ldots X_n^*)$ соответствующих составляющих оптимального плана по известной совместной плотности распределения параметров условий задачи $F(A, b, c)$.

В этой области выполнен ряд работ [94, 98, 107, 110, 111], где при использовании существенных предпосылок о характере распределения параметров ограничений удается получить закон распределения оптимального функционала. Однако, как отмечается в [86], обобщающей достижения современного стохастического программирования, предложенные точные методы неконструктивны и крайне трудоемки, причем трудоемкость резко возрастает с увеличением размерности задачи. В связи с этим получили развитие приближенные методы оценки отмеченных распределений. Наиболее распространенные из них [97, 100] опираются на использование неравенства Чебышева и некоторых свойств задачи линейного программирования.

Коротко остановимся на тех из указанных методов [86], которые могут быть использованы применительно к задаче оценки закона распределения вектора решения системы линейных уравнений со случайными параметрами.

$$AX = b, \tag{1.4}$$

$$X \geqslant 0, \tag{1.5}$$

где элементы матрицы A и компоненты вектора ограничений b так же, как и в (1.1) — (1.3),— случайные величины.

Рассматривается случай, когда матрица A имеет размерность $n \times n$ и при любом допустимом наборе a_{ij}, $i, j = 1, \ldots, n$ является невырожденной, а для наборов (A, b) введено следующее отношение порядка.

Считается, что $(A_1, b_1) \geqslant (A_2, b_2)$, если

$$a_{ij}^{(1)} \leqslant a_{ij}^{(2)} \text{ и } b_i^{(1)} \geqslant b_i^{(2)}, \quad i, j = 1, \ldots, n.$$

Здесь X, $X = A^{-1} b$, является монотонной неубывающей функцией набора (A, b), так как при этих условиях из

$$(A_1, b_1) \geqslant (A_2, b_2) \tag{1.6}$$

следует

$$X_1 \geqslant X_2, \tag{1.7}$$

где $X_1 = A_1^{-1} b_1$, $X_2 = A_2^{-1} b_2$.

С другой стороны, из (1.7) в общем случае не следует (1.6), что определяет справедливость следующего соотношения для вероятностей

$$P\,(X_1 \geqslant X_2) \geqslant p = P\,\{(A_1, b_1) \geqslant (A_2, b_2)\}. \tag{1.8}$$

Из (1.8) и неравенства Чебышева [43]

$$P\,\{|\eta - \bar{\eta}| \leqslant t\sigma_\eta\} \geqslant 1 - \frac{1}{t^2}, \tag{1.9}$$

где η — случайная величина с конечным математическим ожиданием $\bar{\eta}$ и ограниченной дисперсией σ_η^2, для независимых случайных параметров условий непосредственно вытекает следующее утверждение, справедливое при любом законе распределения составляющих набора (A, b),

$$P\,\{X(\bar{A} + t\sigma_A, \bar{b} - t\sigma_b) \leqslant X(A, b) \leqslant X(\bar{A} - t\sigma_A, \bar{b} + t\sigma_b)\} \geqslant p(t) = P\,\{(\bar{A} + t\sigma_A, \bar{b} - t\sigma_b) \leqslant (A, b) \leqslant (\bar{A} - t\sigma_A, \bar{b} + t\sigma_b)\} \geqslant (1 - 1/t^2)^k, \tag{1.10}$$

где $k = n^2 + n$ — число случайных элементов в наборе (A, b), $(\bar{A}, \bar{b})$ и (σ_A, σ_b) — наборы из математических ожиданий и среднеквадратических отклонений соответствующих элементов, $t > 0$;

$$\underset{\sim}{X}(\bar{A} + t\sigma_A, \bar{b} - t\sigma_b) = (\bar{A} + t\sigma_A)^{-1}(\bar{b} - t\sigma_b),$$
$$\tilde{X}(\bar{A} - t\sigma_A, \bar{b} + t\sigma_b) = (\bar{A} - t\sigma_A)^{-1}(\bar{b} + t\sigma_b).$$

Если случайные составляющие η_i, $i = 1, \ldots, k$ набора (A, b) независимы и распределены, например по нормальному закону с двумя известными первыми центральными моментами $\bar{\eta}_i$ и σ_i^2, то для компонент вектора решения оценка $p(t)$ определяется непосредственно

$$\begin{aligned} p(t) = P\{(\bar{A} + t\sigma_A, \bar{b} - t\sigma_b) \leqslant (A, b) \leqslant \\ \leqslant (\bar{A} - t\sigma_A, \bar{b} + t\sigma_b)\} = P\{\bar{\eta}_i - t\sigma_i \leqslant \eta_i \leqslant \\ \leqslant \bar{\eta}_i + t\sigma_i, i = 1, \ldots, k\} = [2\Phi(t) - 1]^k, \end{aligned} \quad (1.11)$$

где

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{t} e^{-\frac{\xi^2}{2}} d\xi.$$

Величина $p(t)$ в (1.10) может быть ограничена снизу и в случае, когда составляющие набора (A, b) представляют из себя систему зависимых случайных величин [86]. Применительно к указанной ситуации неравенство Чебышева имеет вид

$$P(\bar{\eta}_i - t\sigma_i \leqslant \eta_i \leqslant \bar{\eta}_i + t\sigma_i, i = 1, \ldots, k) \geqslant 1 - k/t^2. \quad (1.12)$$

Тогда при любом законе распределения (A, b) справедливо

$$\begin{aligned} P\{\underset{\sim}{X}(\bar{A} + t\sigma_A, \bar{b} - t\sigma_b) \leqslant X(A, b) \leqslant \\ \leqslant \tilde{X}(\bar{A} - t\sigma_A, \bar{b} + t\sigma_b)\} \geqslant p(t) = P\{(\bar{A} + t\sigma_A, \bar{b} - t\sigma_b) \leqslant \\ \leqslant (A, b) \leqslant (\bar{A} - t\sigma_A, \bar{b} + t\sigma_b)\} \geqslant 1 - k/t^2. \end{aligned} \quad (1.13)$$

Сопоставление (1.11) и (1.13) показывает, что использование (1.13) при независимых компонентах (A, b) дает, вообще говоря, гораздо более грубую оценку $p(t)$.

Далее, если принять $A = (E - a)$, $b = Y$, где a — матрица коэффициентов прямых затрат, Y — вектор конечного продукта, E — единичная матрица, то (1.4) — (1.5) представляет статическую модель межотраслевого баланса. При условии, что в наборе (a, Y) введено отношение порядка

$$(a_1, Y_1) \geqslant (a_2, Y_2), \text{ если } a_{ij}^{(1)} \geqslant a_{ij}^{(2)},$$
$$Y_i^{(1)} \geqslant Y_i^{(2)}, \quad i, j = 1, \ldots, n,$$

исходя из (1.13), при любом законе распределения (a, Y) для вектора валовых выпусков $X = (X_1, \ldots, X_n)$ справедливо

$$P\{\underset{\sim}{X}(\bar{a} - t\sigma_a, \bar{Y} - t\sigma_Y) \leqslant X(a, Y) \leqslant$$
$$\leqslant \tilde{X}(\bar{a} + t\sigma_a, \bar{Y} + t\sigma_Y)\} \geqslant p(t) = P\{(\bar{a} - t\sigma_a, \bar{Y} - t\sigma_Y) \leqslant$$
$$\leqslant (a, Y) \leqslant (\bar{a} + t\sigma_a, \bar{Y} + t\sigma_Y)\} \geqslant 1 - \frac{k'}{t^2}, \quad (1.14)$$

где k' — число случайных составляющих набора (a, Y); $(\bar{a}, \bar{Y})$ и (σ_a, σ_Y) — наборы из математических ожиданий и среднеквадратических отклонений соответствующих элементов.

Применительно к модели межотраслевого баланса соотношения (1.10) — (1.11) примут вид

$$p(t) = P\{(\bar{a} - t\sigma_a, \bar{Y} - t\sigma_Y) \leqslant (a, Y) \leqslant$$
$$\leqslant (\bar{a} + t\sigma_a, \bar{Y} + t\sigma_Y) \geqslant (1 - 1/t^2)^{k'} \quad (1.15)$$

$$P\{\underset{\sim}{X}(\bar{a} - t\sigma_a, Y - t\sigma_Y) \leqslant X(a, Y) \leqslant$$
$$\leqslant \tilde{X}(\bar{a} + t\sigma_a, \bar{Y} + t\sigma_Y)\} \geqslant p(t) = [2\Phi(t) - 1]^{k'}. \quad (1.16)$$

Однако изложенный подход имеет ряд существенных недостатков, вследствие которых оценки (1.14) — (1.16) нельзя признать вполне удовлетворительными. Так, в (1.15) t не может быть меньше 1, что вообще не позволяет оценить вероятность попадания вектора валовых выпусков в интервал

$$P\{\underset{\sim}{X}(\bar{a} - \theta\sigma_a, Y - \theta\sigma_Y) \leqslant X(a, Y) \leqslant$$
$$\leqslant \tilde{X}(\bar{a} + \theta\sigma_a, \bar{Y} + \theta\sigma_Y)\} \geqslant p(\theta) \geqslant \left(1 - \frac{1}{\theta^2}\right)^{k'}, \quad (1.17)$$

где $\theta < 1$ и поэтому $(1 - 1/\theta^2) < 0$.

Также при $t > 1$ и достаточно больших k' возможность использования оценки (1.15) весьма ограничена, так как получаемые значения $(1 - 1/t^2)^{k'}$ практически неотличимы от нуля, например даже при $t = 2$ и $k' = 100$ величина $(1 - 1/t^2)^{k'} = (1/2)^{100}$, а такая точность вычислений доступна далеко не всякой ЭВМ.

Оценка (1.14) может применяться лишь в том случае, когда $t \geqslant \sqrt{k'}$, т. е. при очень больших t, что в свою очередь не позволяет оценить основной круг вероятностей реализаций вектора X:

$$P\{\underset{\sim}{X}(\bar{a} - \theta\sigma_a, \bar{Y} - \theta\sigma_Y) \leqslant X(a, Y) \leqslant \\ \leqslant \tilde{X}(\bar{a} + \theta\sigma_a, \bar{Y} + \theta\sigma_Y)\} \geqslant p(\theta) \geqslant 1 - \frac{k'}{\theta^2}, \qquad (1.18)$$

где $\theta < \sqrt{k'}$ и поэтому $(1 - k'/\theta^2) < 0$.

Теоретически в соотношениях типа (1.16) вероятность

$$p(t) = P\{(\bar{a} - t\sigma_a, \bar{Y} - t\sigma_Y) \leqslant (a, Y) \leqslant (\bar{a} + t\sigma_a, \bar{Y} + t\sigma_Y)\} \qquad (1.19)$$

может быть посчитана при любых значениях $t \geqslant 0$. Однако практически, исходя из точности расчетов на современных ЭВМ, если величина k' достигает нескольких тысяч, t также должно быть относительно большим ($t \geqslant 3$) в зависимости от конкретных особенностей законов распределения компонент набора (a, Y). В то же время уже при $t = 3$ для каждой распределенной по нормальному закону случайной величины справедливо соотношение [25]

$$P\{\bar{a}_{ij} - 3\sigma_{ij} \leqslant \bar{a}_{ij} \leqslant \bar{a}_{ij} + 3\sigma_{ij}\} \geqslant 0{,}997. \qquad (1.20)$$

В каждом конкретном случае трудно определить, насколько в действительности вероятность (1.14) отличается от величины $p(t)$, получаемой из соотношения (1.16).

Отмеченные факты указывают на ограниченные возможности применения оценки (1.16) при решении конкретных задач.

Перечисленные недостатки приводят к выводу, что использование приведенного метода для оценки закона распределения компонент вектора валовых выпусков моделей межотраслевого баланса большой размерности не может быть признано правомерным.

II. Г. Тинтнер [109] предложил применительно к задаче стохастического программирования со случайной матрицей A, состоящей из независимых нормально распределенных коэффициентов a_{ij}, и с детерминированными векторами b и c следующий приближенный метод оценки закона распределения компонент оптимального плана $X_j^* = (X_1^*, \ldots, X_n^*)$ и соответствующего им значения целевой функции L^*.

Матрица A представляется в виде суммы $A = \bar{A} + \theta\sigma_A$, где $\bar{A}$ — известная матрица математических ожи-