ГЛАВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ГЕОДЕЗИИ и КАРТОГРАФИИ
МИНИСТЕРСТВА ГЕОЛОГИИ И ОХРАНЫ НЕДР СССР

ПЯТИЗНАЧНЫЕ ТАБЛИЦЫ ЛОГАРИФМОВ ЧИСЕЛ И ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

ГЕОДЕЗИЗДАТ
1960

ГЛАВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ГЕОДЕЗИИ И КАРТОГРАФИИ
МИНИСТЕРСТВА ГЕОЛОГИИ И ОХРАНЫ НЕДР СССР

ПЯТИЗНАЧНЫЕ ТАБЛИЦЫ

НАТУРАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН, ИХ ЛОГАРИФМОВ И ЛОГАРИФМОВ ЧИСЕЛ

Третье издание

Издательство геодезической литературы
МОСКВА 1960

АННОТАЦИЯ

Настоящие таблицы содержат логарифмы чисел от 1 до 9999, логарифмы четырех тригонометрических функций sin, cos, tg, ctg и натуральные значения шести функций sin, cos, tg, ctg, sec, cosec с пятью десятичными знаками. Для малых углов (и близких к 90°) даны две дополнительные таблицы натуральных значений тригонометрических функций (через 1 и 10″).

ОТ ИЗДАТЕЛЬСТВА

Настоящее третье издание пятизначных таблиц чисел тригонометрических функций напечатано фотомеханическим способом со второго издания.

Подписано к печати 14/IX-1960 г.
Печ. л. 11. Усл. п. л. 15. Тираж 25000 экз.
Формат бумаги $70\times108^1/_{16}$ Зак. 590 Цена 11 р. 25 к. +переплет 1 р.

Рижская картфабрика, Б. Алтонавас, 43

ОГЛАВЛЕНИЕ

ОБЪЯСНЕНИЕ К ТАБЛИЦАМ

Таблица I — логарифмы чисел (стр. 17)

Эта таблица содержит мантиссы обыкновенных логарифмов целых чисел от 1 до 9999, причем мантиссы вычислены с пятью десятичными знаками, т. е. с точностью до 0,00001.

На 17 странице находятся мантиссы логарифмов чисел от 1 до 100; числа помещены в столбце с надписью N, а рядом с ними, в столбцах с надписью lg, находятся мантиссы, соответствующие логарифмам этих чисел. Так, мантисса для lg 72 будет 85733, а потому $\lg 72 = 1.85733$.

Мантиссы логарифмов чисел, бóльших 100 и меньших 1000, а равно и самые числа расположены иначе. С 18 по 35 страницу включительно, в первом столбце, где написано N, находятся числа от 100 до 999, а во втором столбце, с надписью 0, помещены мантиссы логарифмов этих чисел; причем первые две цифры мантисс, общие нескольким логарифмам, написаны только раз, а остальные три цифры помещены рядом с числом, находящимся в столбце N. Следующие столбцы с надписями: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9 служат для нахождения мантисс логарифмов целых чисел от 1000 до 9999; в них помещены только три последние цифры мантисс; первые две находятся в столбце 0 и в том же ряду, где последние три цифры, или несколько выше: так (стр. 26), мантисса lg 547 будет 73799, и потому $\lg 547 = 2.73799$. Если же в таблице перед последними тремя цифрами мантиссы стоит точка, то первые две цифры надо взять в следующем горизонтальном ряду; например, для логарифма числа 3809 (стр. 23) последние три цифры мантиссы будут 081 и перед ними точка, а потому первые две цифры в столбце 0 надо взять не 57, а 58, и, следовательно, мантисса lg 3809 будет 58081.

Столбцы с надписью P. P. служат для нахождения мантисс логарифмов чисел, бóльших 9999. Каждый из столбцов, помещенных в P. P., имеет сверху число, равное разности логарифмов двух последовательных чисел и называемое *табличною разностью;* эти столбцы разделены вертикальной линией на две части; в одной из них написаны, одно под другим, числа 1, 2, 3, ... 9, а в другом — соответствующие произведения табличной разности на 0,1, на 0,2, на 0,3 ... и на 0,9.

С помощью I таблицы решим: А) по данному числу отыскать его логарифм и Б) по данному логарифму числа отыскать самое число.

А) *По данному числу отыскать его логарифм.* Рассмотрим:

1) Данное число целое и менее 100. В этом случае находим мантиссу прямо на 17 странице, а характеристику ставим по общим правилам, например $\lg 28 = 1.44716$. Точно так же, если надо вычислить, например, lg 0,67, то, заметив, что характеристика этого логарифма есть $\bar{1}$, ищем мантиссу lg 67 на 17 странице; рядом с 67 стоит 82607, и потому $\lg 0,67 = \bar{1},82607$.

2) Данное целое число более 100 и менее 1000. Положим, требуется найти lg 598; тогда, отыскав в столбце N (стр. 27) число 598, берем в столбце 0, рядом с данным числом, последние три цифры мантиссы, т. е. 670; написав перед ними две цифры 77, взятые в том же столбце, несколько выше, получим 77670, т. е. мантиссу lg 598; следовательно, $\lg 598 = 2.77670$.

3) Данное целое число более 1000 и менее 9999. Пусть требуется найти lg 3697; тогда, отыскав в столбце N (стр. 23) первые три цифры (369)

данного числа, идем вправо по этому горизонтальному ряду и останавливаемся в столбце с надписью 7; находим там 785 и, написав перед этим числом две цифры (56), взятые в столбце 0, получим 56785 — мантиссу искомого логарифма; следовательно, $\lg 3697 = 3.56785$. Точно так же $\lg 36{,}97 = 1.56785$.

4) Данное целое число более 9999. Положим, требуется найти $\lg 527687$; тогда, зная, как отыскивается логарифм четырехзначного числа, отделяем в данном числе запятою четыре первые цифры от левой руки к правой; найдем $\lg 5276{,}87$. Число 5276,87, очевидно, более 5276 и менее 5277, а потому $\lg 5276{,}87$ более (стр. 26) $\lg 5276 = 3.72230$ и менее $\lg 5277 = 3.72239$; следовательно, чтобы получить $\lg 5276{,}87$, надо $\lg 5276$ увеличить на число, соответствующее 0,87, и которое мы обозначим буквой z. Но разность между меньшим и бо́льшим (5276 и 5277) числами равна 1, а разность между их логарифмами равна 9 стотысячным; кроме того, нам известно из алгебры, что *для чисел, больших 1000, разности логарифмов чисел, различающихся не более как на единицу, приблизительно пропорциональны разностям соответствующих им чисел,* и потому

$$1 : 0{,}87 = 9 : z, \text{ откуда } z = 0{,}87 \,.\, 9 = 7{,}83 \text{ стотысячным.}$$

Отсюда видим, что к мантиссе меньшего логарифма надо прибавить 7,83 стотысячных или просто 8 стотысячных, следовательно, она будет равна $0{,}72230 + 0{,}00008 = 0{,}72238$; а так как характеристика $\lg 527687$ будет 5, то поэтому $\lg 527687 = 5.72238$.

Величину z можно определить с помощью столбца P. P. с надписью 9; там видим, что на 0,8 надо прибавить 7,2, а на 0,07 прибавить 0,63, т. е. всего 7,83 стотысячных или просто 8 стотысячных. Самые действия располагаются так:

Число	Мантисса	
5276	72230	Табл. разн. = 9
0,8	7,2	
0,07	0,63	
$\lg 5276{,}87 = 5.72238$		

Б) *По данному логарифму числа найти самое число.* Рассмотрим:

1) Мантисса данного логарифма находится в таблице. Положим, требуется найти число, соответствующее логарифму 2.83487. Для этого отыскиваем сначала число, соответствующее мантиссе данного логарифма, а потом уже по характеристике определяем место запятой в найденном числе. Чтобы найти число, соответствующее мантиссе 83487, отыскиваем в столбце с надписью 0 первые две цифры мантиссы, т. е. 83; найдя их (стр. 29), смотрим в других столбцах, между теми трехзначными числами, которые имеют справа 83, число 487; видим, что 487 состоит в столбце с надписью 7 и что в том же ряду, где 487, в столбце N написано число 683. Поэтому число соответствующее мантиссе 83487, будет 6837; характеристика же 2 показывает, что в числе 6837 надо отделить от левой руки к правой три знака; следовательно, искомое число будет 683,7.

2) Мантисса данного логарифма не находится в таблице. Положим, требуется отыскать число, соответствующее логарифму 3.46142. Для этого, отыскав в столбце 0 (стр. 21) первые две цифры логарифма, т. е. 46, ищем остальную часть мантиссы (142) в других столбцах между трехзначными числами, служащими добавлением тех мантисс, которые начинаются с 46. В этих числах нет 142, а есть число 135, меньшее 142, и число 150, большее 142, т. е. находим две мантиссы: 46135 и 46150, между которыми содержится данная мантисса; мантиссе же 46135 соответствует число 2893, а мантиссе 46150 — число 2894, и потому искомое число будет равно меньшему числу, сложенному с некоторою правильно дробью, которую обозначим буквою z. Чтобы вычислить z, заметим, что разность между бо́льшим и меньшим логарифмами, т. е. табличная разность, равна $46150 - 46135 = 15$ стотысячным, а разность между соответствующими им числами равна 1, потому что $2894 - 2893 = 1$; разность же между мантиссою меньшего логарифма

(46135) и данного (46142) равна 7 стотысячным, а разность между соответствующими им числами есть z. А так как разности между числами, бо́льшими 1000 и различающимися между собою не более как на единицу, приблизительно пропорциональны разностям их логарифмов,

то $$1 : z = 15 : 7, \text{ откуда } z = \frac{7}{15} = 0{,}47.$$

Поэтому число, соответствующее мантиссе данного логарифма, будет $2893 + 0{,}47 = 2893{,}47$. Характеристика же 3 данного логарифма показывает, что в целом числе должно быть четыре цифры, а потому искомое число будет 2893,47, т. е.

$$3.46142 = \lg 2893{,}47.$$

Величину z можно найти с помощью столбца, помещенного в Р. Р. Для этого поступают так: определив табличную разницу, которая в рассматриваемом примере равна 15, смотрим в правой стороне столбца под номером 15 число 7 или ближайшее меньшее: находим 6,0 и рядом с ним 4, а потому десятых долей в z будет 4. Полученное число 6 вычитаем из 7, находим в разности 1; увеличив ее в 10 раз, получим 10 и ищем опять в правой стороне того же столбца число 10 или ближайшее к нему; там имеется число 10,5, которому соответствует 7, а потому видим, что сотых долей в z будет 7; следовательно, $z = 0{,}47$. Самые действия располагают так: обозначив буквою u искомое число, имеем:

	$\lg u = 3{,}46142$	Число
для	135	2893
1-я разность	7	
для	6	4
2-я разность, увеличенная в 10 раз,	10	
для	10,5 . . .	7
		$u = 2893{,}47$

Примечание. Внизу каждой из страниц I таблицы помещены таблички, употребление которых указано на стр. 10 и 11.

Таблица II — логарифмы тригонометрических величин (стр. 37)

Наверху и внизу каждой страницы поставлено число градусов, и если проследим всю эту таблицу, то увидим, что наверху идут от 0 до 45°, а внизу — от 45 до 90°. Каждая страница разделена вертикальными линиями на несколько частей: в первом столбце слева и последнем столбце справа помещены (′) минуты; в столбцах, где написано sin, tg, ctg и cos, помещены, соответственно, логарифмы синусов, тангенсов, котангенсов и косинусов, и *если берем градусы сверху, то минуты надо взять слева на той же странице, а надписи* sin, tg, ctg *и* cos *читать сверху; если же берем градусы снизу, то минуты надо взять справа на той же странице, а надписи* sin, tg, ctg *и* cos *читать снизу страницы.*

В столбце d после столбца с надписью sin помещены табличные разности, т. е. разности между двумя последовательными логарифмами синусов; точно так же в столбце d, подле столбца с надписью cos, находятся табличные разности для логарифмов косинусов, а в столбце d. c., находящемся между столбцами с надписями tg и ctg, находятся общие табличные разности для логарифмов тангенсов и котангенсов. Начиная с 3°, сбоку каждой страницы помещены столбцы, в которых показано сколько из полной разности приходится на 1″, 2″, 3″ . . . 9″.

Синусы и косинусы для углов в промежутке от 0 до 90° выражаются правильными дробями; тангенсы для углов в промежутке от 0 до 45° и котангенсы от 45 до 90° также правильные дроби, а потому их логарифмы будут отрицательными. Для избежания в печати отрицательных характеристик прибавили в указанных случаях по 10 к характеристикам логарифмов, не изменяя их мантисс, а потому при вычислениях это обстоятельство не следует упускать из виду.

С помощью II таблицы решим два вопроса:

А) *По данному углу найти логарифм тригонометрической величины этого угла.*

Пример I. Найти lg sin 25° 12′.

Находим страницу, у которой сверху написано 25° и в крайнем левом столбце 12′ (стр. 63); тогда в горизонтальном ряду с 12′ и в столбце, где написано сверху sin, стоит табличный lg sin 25° 12′, т. е. увеличенный на 10 против настоящего, следовательно,

$$\lg \sin 25°12' = 9.62918 - 10 = \bar{1}.62918.$$

Пример II. Найти lg ctg 72°48′.

Отыскиваем страницу, где написано внизу 72° и в крайнем правом столбце 48′ (стр. 55); искомый табличный логарифм находится в том же горизонтальном ряду, где взяли 48′, и в том столбце, где снизу написано ctg: там найдем 9.49073, и, следовательно,

$$\lg \operatorname{ctg} 72°48' = 9.49073 - 10 = \bar{1}.49073.$$

Пример III. Найти lg tg 52°13′48″.

В таблице нет угла 52°13′48″, а есть два ближайших к нему, из которых один более данного и равен 52°14′, а другой менее данного и равен 52°13′; берем логарифм тангенса меньшего угла, т. е. 52°13′, и находим (стр. 75), что

$$\lg \operatorname{tg} 52°13' = 0.11058.$$

Так как взяли угол, меньший данного на 48″, а потому и логарифм его будет менее настоящего; следовательно, для получения искомого логарифма надо взятый нами логарифм увеличить на некоторое число, соответствующее 48″. На той же странице, где lg tg 52°13″; смотрим в столбце d. c., какова разность между взятым логарифмом, т. е. 0.11058, и ближайшим бо́льшим; находим 26 стотысячных; разность же между соответствующими им углами (52°14′ и 52°13′) равна 1′, или 60″; следовательно, на 60″ приходится 26 стотысячных, а сколько приходится на 48″, неизвестно, — положим, z. Тогда, зная, что *для одной и той же тригонометрической величины разности между логарифмами двух последовательных углов, помещенных в таблицах, приблизительно пропорциональны разностям соответствующих углов,* получим:

$$60'' : 48'' = 26 : z, \text{ откуда } z = \frac{26 \cdot 48}{60} = 20{,}8$$

стотысячных, или просто 21 стотысячная. Прибавим 21 стотысячную к меньшему логарифму (0.11058), получим искомый 0.11079. Итак,

$$\lg \operatorname{tg} 52°13'48'' = 0.11079.$$

Вместо того, чтобы составлять пропорцию для определения z, можем воспользоваться столбцом, помещенным сбоку страницы и вверху которого написано 26; там увидим, что на 4″ приходится 1,73, а, следовательно, на 40″ придется 17,3; на 8″ приходится 3,47, а потому на 48″ придется всего 17,3 + 3,47 = 20,77, или просто 21 стотысячная. Действия располагают так:

$$\begin{array}{rl} \lg \operatorname{tg} 52°13' & = 0.11058 \\ +\,48'' & \ldots +21 \\ \hline \lg \operatorname{tg} 52\ 13'48'' & = 0.11079 \end{array} \qquad \text{Табл. разн.} = 26 \qquad \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} 40'' \ldots 17{,}3 \\ 8'' \ldots\ \ 3{,}47 \end{array} \right. \\ \hline 48'' \ldots 20{,}77 \end{array}$$

Пример IV. Найти $\lg\cos 72°52'29''$ Имеем (стр. 55):

$$\begin{array}{ll} \lg\cos 72°52' = \bar{1}.46923 & \text{Табл. разн.} = 41 \quad \left\{\begin{array}{l} 20'' \ldots 13{,}7 \\ \underline{\ 9'' \ldots \ 6{,}15} \end{array}\right. \\ \underline{\qquad +29'' \ldots\ldots -20^{1)}} & \\ \lg\cos 72°52'29'' = \bar{1}.46903 & \qquad\qquad\qquad\quad 29'' \ldots 19{,}85 \end{array}$$

Можно взять логарифм косинуса ближайшего большего угла, т. е. 72°53′, только тогда придется сделать поправку уже на 31″, потому что 72°53′ — — 72°52′29″ = 31″, и ее прибавить к $\lg\cos 72°53'$:

$$\begin{array}{ll} \lg\cos 72°53' = \bar{1}.46882 & \text{Табл. разн.} = 41 \quad \left\{\begin{array}{l} 30'' \ldots 20{,}5 \\ \underline{\ 1'' \ldots \ 0{,}68} \end{array}\right. \\ \underline{\qquad -31'' \ \ldots + 21} & \\ \lg\cos 72°52'29'' = \bar{1}.46903 & \qquad\qquad\qquad\quad 31'' \ldots 21{,}18 \end{array}$$

Б) *По данному логарифму тригонометрической величины для угла найти соответствующий угол.*

Логарифмы каждой из тригонометрических величин находятся в двух столбцах, из которых один служит продолжением другого, например, логарифмы косинусов расположены в одном столбце, когда идем от 0 до 45°, и затем в другом, когда идем от 45 до 90°, поэтому, отыскивая данный логарифм, надо пользоваться обоими столбцами. При решении предложенного вопроса может случиться: 1) что данный логарифм находится в таблице и 2) данный логарифм не находится в таблице.

Пример I. $\lg \mathrm{tg}\, x = \bar{1}.12813$, найти x.

Для получения табличного логарифма тангенса прибавим к данному 10 и получим 9.12813. Смотрим число 9.12813 в столбце, в котором написано сверху tg, обращая сперва внимание на характеристику (9) и первый десятичный знак после запятой (1), а потом уже и на остальные десятичные знаки; на стр. 45 находим логарифм, одинаковый с данным, и так как надпись tg[2]) сверху, то градусы берем сверху, а минуты слева и в том же ряду, где данный логарифм; найдем 7° и 39′, а потому $x = 7°39'$.

Пример II. $\lg\cos x = \bar{1}.43546$, найти x.

Прибавив 10 к данному логарифму найдем табличный логарифм: 9,43546 и, обращая внимание сперва на характеристику 9 и первый десятичный знак 4, а потом и на остальные десятичные знаки, находим его на стр. 53, в левом столбце. Но так как надпись cos расположена в этом столбце снизу, то берем градусы также снизу (74°), а минуты справа и в том же горизонтальном ряду, где данный логарифм (11′); следовательно, $x = 74°11'$.

Пример III. $\lg\sin x = \bar{1}.52767$, найти x.

Прибавив к данному логарифму 10 найдем табличный логарифм 9.52767. Обращая внимание на характеристику 9 и первый десятичный знак 5, а потом и на остальные десятичные знаки логарифма, видим (стр. 57), что такого логарифма там нет, а есть к нему два ближайших: 9.52740 и 9.52775, из которых один менее данного, а другой более данного.

Взяв ближайший к данному логарифму и меньший данного, т. е. 9.52740, увидим, что ему соответствует угол в 19°41′, меньший искомого; этот логарифм отличается от данного на 27 стотысячных, и потому полученный угол надо увеличить на некоторое число секунд, соответствующее 27 стотысячным. Из таблицы логарифмов находим, что разность между упомянутыми меньшим и бо́льшим логарифмами (см. столбец d) 35 стотысячных, а разность между соответствующими им углами 1′, или 60″; следовательно, на 35 стотысячных приходится 60′, а на 27 стотысячных, положим, приходится z''. А нам известно, что для одной и той же тригонометрической величины раз-

---

[1]) Поправку на 29′ вычитаем, потому что с уменьшением угла косинус увеличивается, а потому, взяв $\lg\cos 72°52'$, найдем логарифм, больший настоящего. То же самое будет и для котангенса.

[2]) Так как $\lg \mathrm{tg}$ отрицательный, то угол будет менее 45°.

ности между логарифмами двух последовательных углов, помещенных в таблице, приблизительно пропорциональны разностям соответствующих углов, и потому

$$35 : 27 = 60'' : x, \text{ откуда } x'' = \frac{27 \cdot 60''}{35} = 46'',3,$$

или просто 46″, так как при пятизначных логарифмах ограничиваются целыми секундами.

Прибавив 46″ к меньшему углу (19°41′), получим $x = 19°41'46''$

Нахождение числа секунд, на которое следует увеличить меньший угол, можно произвести с помощью столбцов, помещенных сбоку страницы, и в нашем примере с помощью столбца с надписью 35. Для этого ищем в столбце с надписью 35 с правой его стороны, т. е. между десятичными дробями, число 27 или ближайшее к нему и меньшее; но так как самое большее из чисел, находящихся в правой стороне столбца, значительно разнится от 27, то мы все числа этого столбца увеличиваем в 10 раз и находим, что меньшее и ближайшее к числу 27 будет 23,3, которому соответствует 40″ (не забудьте, что мы увеличили число 2,33 в 10 раз). Вычтя 23,3 из 27, найдем 3,7 и смотрим опять справа в этом же столбце число 3,7 или ближайшее к нему; находим 3,5, которому соответствует 6″; следовательно, на 27 стотысячных приходится 46″. Самые действия располагаем так:

	$\lg \sin x = \bar{1}.52767$	Табл. разн. = 35
ближайшее меньшее	740 .....19°41′	
	27	
для	23,3...........40″	
	3,7	
для	3,5........... 6″	
	$x = 19°41'46''$	

Пример IV. $\lg \operatorname{ctg} x = \bar{1}.22947$, найти x. На стр. 47 находим:

	$\lg \operatorname{ctg} x = \bar{1}.22947$	Табл. разн. = 76
ближайшее меньшее	901.....80°23′	
	46	
для	38...........30″	
	8	
для	7,6......... 6″	
	$x = 80°23' - 36'' = 80°22'24''$	

или ближайшее большее	977.......80°22′	
	$\lg \operatorname{ctg} x = \bar{1}.22947$	Табл. разн. = 76
	30	
для	25,3........20″	
	4,7	
для	5,07....... 4″	
	$x = 80°22'24''$	

Когда угол близок к нулю, то, при нахождении логарифмов синуса и тангенса такого угла, употребление пропорции, с помощью которой определяется поправка логарифма тригонометрической величины для угла, не будет достаточно точным, так как здесь табличные разности изменяются очень быстро; то же самое можем сказать и при решении обратного вопроса, а также и о логарифмах косинуса и котангенса для углов, близких к 90°. В таких случаях можно воспользоваться таблицами, помещенными внизу страниц I таблицы. Там стоят числа секунд, равные соответствующим числам градусов, минут и секунд, а рядом с ними два столбца S и T, в которых помещены логарифмы синуса и тангенса с пятью десятичными знаками, так как первые цифры (4.685) принадлежат всем логарифмам первого и второго столбца. Чтобы найти табличный логарифм sin или tg угла, меньшего 3°, выражаем угол в секундах и, найдя логарифм этого числа секунд, придаем к нему логарифм, стоящий в столбце S или T, смотря по тому, ищем ли lg sin или lg tg, рядом с данным углом или ближайшим к нему.

Пример I. Найти lg sin 1°9′46″.

На стр. 39 видим, что такого угла нет, а есть ближайший к нему: 1°10′ = 4200″, с которым рядом стоит в столбце S число 4.68554. Так как 1°10′ = 4200″, то 1°9′46″ = 4200″ — 14″ = 4186″. Но

$$\begin{array}{r} \lg 4186 \ldots\ldots = 3.62180 \\ 1°10' \ldots\ldots\ 4.68554 \\ \hline \text{Табличный } \lg \sin 1°9'46'' = 8.30734 \end{array}$$

Пример II. Найти lg ctg 89°53′23″, 8.

Известно, что ctg 89°53′23″,8 = tg (90°—89°53′23″,8) = tg 6′36″,2 = tg 396″,2, тогда (стр. 38):

$$\begin{array}{r} \lg 396{,}2 \ldots\ldots 2.59791 \\ 390'' \ldots\ldots 4.68558 \\ \hline \text{Табличный } \lg \operatorname{tg} 6'36'',2 = 7.28349 \end{array}$$

следовательно, lg ctg 89°53′23″,8 = $\bar{3}.28349$.

При решении обратного вопроса, т. е. когда видим по таблице III, что логарифму sin или tg соответствует угол, меньший 3°, а также логарифму cos или ctg — угол, больший 87°, поступаем так: подыскав в таблице III ближайший угол к данному lg sin или lg tg, смотрим внизу страниц I таблицы найденный нами угол или ближайший к нему, и замечаем рядом с ним в столбце S или T, смотря по тому, ищем ли lg sin или lg tg, соответствующий логарифм, который вычитаем из данного логарифма, увеличенного на 10; к полученному логарифму в разности подыскиваем соответствующее число, которое и определит число секунд в искомом угле; эти секунды потом превращаем в градусы и минуты.

Пример I. lg tg $x = \bar{2}.41500$, найти x.

Придав 10 к данному логарифму, получим 8.41500 и ищем в таблице III соответствующий угол. На стр. 39 находим, что ближайший логарифм к данному есть 8.41321, которому соответствует угол в 1°29′. Теперь смотрим внизу страниц I таблицы угол в 1°29′; там такого угла нет, а есть ближайший к нему (стр. 26), равный 1°28′20″, которому в столбце T соответствует 4.68567. Этот логарифм вычитаем из данного, т. е. из 8.41500, и получаем 3.72933; подыскав к логарифму, найденному в разности, т. е. к 3.72933, соответствующее число, получаем 5362. Следовательно, секунд в искомом угле будет 5362, и потому

$$x = 5362'' = 1°29'22''.$$

Пример II. Найти x, когда lg cos $x = \bar{3}.84579$.

Пусть $y = 90 - x$, тогда lg cos x = lg sin $y = \bar{3}.84579$.. На стр. 38 найдем $y = 24'6''$, а потому $x = 89°35'54''$.

Замечание. Если синус угла равняется числу, мало разнящемуся от 1, то соответствующий угол близок к 90°; в таком случае, отыскание во II таблице соответствующего ему угла будет неудобно, так как при углах, близких к 90°, их синусы, а следовательно, и логарифмы синусов, изменяются очень медленно, так что бывает, как видно из таблицы, по нескольку одинаковых логарифмов, вследствие чего неизвестно, какой именно взять из соответствующих углов. Чтобы избежать такой неопределенности, при решении подобных вопросов, можно воспользоваться следующими формулами:

$$\sin\left(45° - \frac{x}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 - \cos(90° - x)}{2}} = \sqrt{\frac{1 - \sin x}{2}},$$

когда данный синус мало разнится от 1, и

$$\sin\frac{x}{2}=\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}},$$

когда данный косинус мало разнится от 0.

Пример. Найти x, когда $\sin x=0{,}99986$. Получим

$$\sin\left(45°-\frac{x}{2}\right)=\sqrt{\frac{1-0{,}99986}{2}}=\sqrt{\frac{0{,}00014}{2}}=\sqrt{0{,}00007},$$

$$\lg\sin\left(45°-\frac{x}{2}\right)=\frac{\lg 0{,}00007}{2}=\bar{3}.92255,\ \text{откуда}\ 45°-\frac{x}{2}=28'46'',$$

или

$$x=89°2'28''.$$

Можем также воспользоваться следующими приблизительными формулами:

$$\sin x=x(\cos x)^{\frac{1}{3}}\ \text{и}\ \operatorname{tg} x=x(\cos x)^{-\frac{2}{3}}$$

Таблица III — квадраты чисел (стр. 83)

В этой таблице числа с двумя десятичными знаками помещены в столбце с надписью N, а третий десятичный знак помещен сверху и снизу каждой страницы. Квадраты числа даны с четырьмя десятичными знаками и расположены так: первые две цифры, одинаковые в нескольких квадратах, находятся в столбце с надписью N, а остальные три цифры — в столбцах с надписью: 0, 1, 2, 3,... 9. Столбцы в P. P. служат для нахождения квадратов чисел, не помещенных в таблице.

Употребление этой таблицы сходно с употреблением I таблицы, что видно из следующих примеров.

Пример I. Найти квадрат 0,495. На стр. 83 находим 0,2450.

Пример II. Найти квадрат 2,46378.

Получим (стр. 87) квадрат $2{,}463=6{,}0664$. Разн. = 49.

в 49 столбце на			7	34,3
„ 49	„	„	8	3,92

следовательно, квадрат $2{,}46378=6{,}0702$,

Пример III. Найти квадрат 8,934.

Числа 8,934 нет в таблице, а потому уменьшаем его в 10 раз и получаем 0,8934, квадрат которого (стр. 84) равен 0,7981, следовательно, $(8{,}934)^2=(0{,}8934)^2\cdot 100=79{,}81$.

По этой таблице можно решить и обратный вопрос, т. е. найти квадратный корень из данного числа, поступая так же, как при нахождении числа по данному логарифму с помощью I таблицы.

Пример IV. Найти $\sqrt{6{,}75}$.

Ход действий:

Данное число 6,75		Разн. = 52.
Ближайшее меньшее (стр. 88)	6,7496	2,598
	4	
В столбце 52 ближайшее	5,2	1
следовательно,	$\sqrt{6{,}75}=2{,}5981$.	

Таблица IV — квадратные корни из чисел (стр. 89)

Целые числа от 0 до 10 с одним десятичным знаком и целые числа от 10 до 100 помещены в столбцах с надписью N, а следующий десятичный знак для всех чисел поставлен сверху и снизу каждой страницы. Квадратные корни из этих чисел с четырьмя десятичными знаками расположены так: целое число, одинаковое для нескольких корней, написано в столбце $\sqrt{N}$, а остальные четыре цифры в столбцах с надписью: 0, 2, 3, ..., 9. В этой таблице нет столбцов с надписью Р. Р., а потому, при отыскании корней из чисел, не помещенных в таблице, придется поправку находить непосредственно с помощью пропорции.

Пример I. Найти $\sqrt{2{,}85}$.

На стр. 89 найдем 1,6882, следовательно, $\sqrt{2{,}85} = 1{,}6882$ с погрешностью до 0,00005.

Пример II. Найти $\sqrt{5{,}6945}$.

На стр. 90 найдем:	$\sqrt{5{,}69} = 2{,}3854$	Разность $= 21$.
Поправка на	45 $\quad$ 9,45	$(21 \cdot 0{,}45 = 9{,}45)$
следовательно,	$\sqrt{5{,}6945} = 2{,}3863$.	

С помощью этой таблицы можно найти корень с большим числом десятичных знаков, пользуясь формулой

$$\sqrt{N} = \frac{a}{2} + \frac{N}{2a} - \frac{x^2}{2a},$$

где a — величина корня, найденного в таблице, и x — ошибка первого приближения; поэтому, положив

$$\sqrt{N} = \frac{a}{2} + \frac{N}{2a},$$

сделаем погрешность, равную $\frac{x^2}{2a}$.

Пример III. Найти $\sqrt{21}$.

По таблице (стр. 91) $\sqrt{21} = 4{,}5826 \pm x$, где $x \leqslant 0{,}00005$.

Тогда, по предыдущей формуле,

$$\sqrt{21} = 2{,}2913 + \frac{21}{9{,}1652} = 2{,}2913 + 2{,}2912756950 =$$

$$= 4{,}5825756950 \text{ с погрешностью } \frac{(0{,}00005)^2}{9{,}1652},$$

т. е. до одной единицы в десятом десятичном знаке.

Таблица V — кубические корни (стр. 93)

В этой таблице расположение чисел и корней из них сходно с расположением предыдущей таблицы. Так, найдем, что $\sqrt[3]{278} = 6{,}5265$.

Таблица VI — формулы для решения треугольников (стр. 94)

Эта таблица служит для решения прямоугольных и косоугольных, плоских и сферических треугольников.

Примечание. Логарифм от отрицательного числа условились изображать так: *взяв логарифм числа, не обращая внимания на знак минус, ставить внизу с правой стороны значок n;* например, $\lg(-36) = 1.55630_n$, поэтому, если $\lg A = a$, то $\lg(-A) = a_n$; обратно, если $\lg x = 1.20412_n$, то $x = -0{,}16$.

Из правила знаков при умножении и делении чисел следует: 1) если приходится складывать или вычитать два логарифма, имеющие значки n, то надо сложить или вычесть данные логарифмы, *не обращая внимания на n, и в результате n не писать;* 2) если приходится складывать или вычитать логарифмы, из которых только один имеет значок n, то надо произвести действие, не обращая внимание на значок n, и потом в результате поставить n.

Таблицы VII, VIII, IX — натуральных значений тригонометрических величин (стр. 97, 111 и 131)

Основная таблица (таблица IX, стр. 131) содержит значения шести тригонометрических функций (sin, cosec, tg, ctg, sec, cos) с пятью десятичными знаками для аргумента, изменяющегося на 1 минуту старого деления квадранта. Лишь в пределах 0—18° функции ctg и cosec даны с тремя и четырьмя десятичными знаками, однако и в этом интервале число значащих цифр в них не меньше пяти.

Рядом со столбцами функций помещены их первые разности. Для функций ctg и cosec в пределах от 0 до 10° табличные разности не приведены, так как при необходимости интерполировать эти функции в указанных пределах аргумента удобнее пользоваться таблицами VII и VIII.

С целью облегчения интерполирования (если для этого не используется арифмометр) помещены таблички пропорциональных частей для всех встречающихся на странице табличных разностей. Для удобства пользования табличками пропорциональных частей в тех случаях, когда часть из них обслуживает обе страницы данного разворота, они помещены у корешка книги. На страницах 152, 153 и 154 (20°, 21°, 22°), за недостатком места, не представилось возможным разместить на развороте все необходимые таблички пропорциональных частей, вследствие чего часть из них перенесена на смежный разворот.

Чтобы сделать возможным, не прибегая к квадратичному интерполированию, получение из таблиц значения ctg и cosec малых углов (и, соответственно, tg и sec углов, близких к 90°) с пятью знаками для аргументов, заданных с секундами, прилагаются таблицы VII и VIII. Первая из них (стр. 97—110) дает указанные функции в пределах 0—1° (и, соответственно, 89—90° для tg и sec) со ступенью аргумента в 1″ Таблица VIII (стр. 111—130), содержащая те же функции для аргумента в пределах 1—10° (и, соответственно 80—90°) со ступенью в 10″, снабжена также столбцом «средних разностей» (*d*); назначение его — контролировать образование в уме разностей смежных функций и предупреждать нередко допускаемые при этом ошибки. На полях этой таблицы помещены также пропорциональные части.

Примеры

1. Найти tg 34°26′. На стр. 166 (таблица IX), в заголовке которой стоит 34°, отмечаем графу, обозначенную сверху tg, и, двигаясь по ней вниз, — в направлении возрастания зн чений минут аргумента, указанных жирным шрифтом в крайней левой графе — находим в строке, соответствующей 26′, — 0,68557. Это и есть искомая величина.

2. Найти cos 69°42′24″. Так как в данном примере аргумент больше 45°, ищем нужный нам заголовок (69°) внизу и находим его на стр. 152. Отметив графу, обозначенную внизу заголовком cos, передвигаемся по ней вверх, в направлении возрастания значений минут аргумента, указанных в крайней правой графе, и в строке, соответствующей 42′, находим 0,34694. Для определения поправки на 24″ замечаем, что табличная разность между найденной нами функцией и функцией, соответствующей ближайшему большему аргументу (69°43′), равна 8 (эта разность помещается справа от нашей функции и несколько выше ее). Найдя у корешка книги табличку с заголовком 28, выбираем из нее поправку

на 20″	9,3
„ 4″	1,9
на 24	11,2

Полученную поправку (0,00011) придаем к найденному ранее значению (0,34694) со знаком минус, так как функция cos с увеличением аргумента убывает, и окончательно имеем cos 69°42′24″ = 0 34683.

3. Найти. ctg 0°14′38″. Так как аргумент лежит в пределах 0—1°, пользуемся таблицей VII и на стр. 100 находим ctg 0°14′38″ = 234,92.

4. Найти cosec $2°4'34''$. На стр. 115 (таблица VIII) находим cosec $2°4'30'' = 27{,}618$. Для интерполирования образуем разность между нашей функцией и стоящей в той же строке справа от нее (cosec $2°4'40''$), при этом достаточно получить в уме лишь последнюю цифру разности и убедиться, что она совпадает с последней цифрой «средней разности», стоящей в той же строке в столбце «d», или отличается от нее не больше чем на единицу. В нашем примере табличная разность равна 36. Пользуясь табличкой пропорциональных частей с заголовком 36, находим cosec $2°4'34'' = 27{,}618 - 14 = 27{,}604$.

5. Найти ctg $1°07'28''$. Как и в предыдущем примере, обращаемся к таблице VIII, содержащей значения ctg и cosec для аргумента в пределах $1-10°$ и на стр. 112, озаглавленной ctg $1°$, в пересечении строки «$7'$» с графой «$20''$» находим ближайшее (большее) значение функции (51,049). Образовав в уме табличную разность ($51{,}049-50{,}923 = 126$) и убедившись в ее правильности после сличения с числом, стоящим в той же строке в графе «d», мы имеем возможность определить поправку на $8''$ в заданном аргументе. За отсутствием таблички пропорциональных частей с заголовком 126, используем две таблички с заголовками 120 и 60, из которых выбираем на $8''$: $96{,}0 + 4{,}8 = 100{,}8 \approx 101$ и окончательно получаем: ctg $1°07'28'' = 51{,}049 - 101 = 50{,}948$.

6. Найти a, если $\operatorname{tg} a = 8{,}7407$. На стр. 122 находим значение tg, ближайшее меньшее по отношению к заданному 8,7392. Этому значению соответствует $a = 83°28'20''$. Образуем табличную разность — 38 — между ближайшим меньшим и ближайшим большим значениями функции и разность между заданным значением функции (8,7407) и ближайшим меньшим (8,7392) — 15. В табличке пропорциональных частей с заголовком 38 находим поправку, ближайшую к последней разности — 15,2. Соответствующая этому числу поправка аргумента равна $4''$. Таким образом, окончательно имеем: $a = 83°28'24''$.