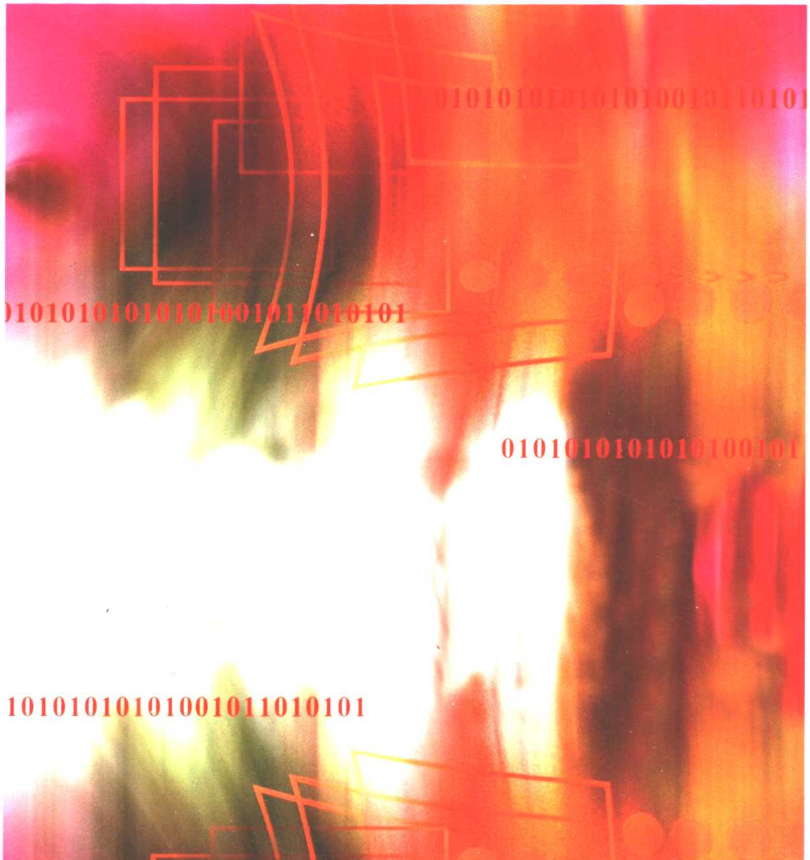
HZ BOOKS

PEARSON Prentice Hall

经　典　原　版　书　库

应用组合数学

(英文版·第2版)



本书只供在中国大陆销售

(美) 弗雷德 S. 罗伯茨 拉特格大学
巴里·特斯曼 狄克森学院 著

机械工业出版社
China Machine Press

应用组合数学

经 典 原 版 书 库

应用组合数学

（英文版·第2版）

（美） 弗雷德 S. 罗伯茨 拉特格大学
巴里·特斯曼 狄克森学院 著

机械工业出版社
China Machine Press

本书版权登记号：图字：01-2005-1974

图书在版编目（CIP）数据

应用组合数学（英文版·第2版）/（美）罗伯茨（Roberts, F. S.）等著. –北京：机械工业出版社，2005.5

（经典原版书库）

书名原文：Applied Combinatorics, Second Edition

ISBN 7-111-15891-1

I. 应… II. 罗… III. 组合数学–英文 IV. O157

中国版本图书馆CIP数据核字（2004）第141029号

机械工业出版社（北京市西城区百万庄大街22号　邮政编码 100037）

责任编辑：迟振春

北京牛山世兴印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行

2005年5月第1版第1次印刷

787mm×1092mm 1/16 · 52.75印张

印数：0 001-3 000册

定价：79.00元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

本社购书热线：(010) 68326294

前　言

本书第2版的面世离初版时间已有20年之久。新版进行了大幅度修订，加入200多页新材料，许多章节有了重大变更，并增加了大量新的例子与练习。但是，本书的宗旨没有改变。下面三段话引自第1版前言，这些文字至今仍是适用的。

> 当代数学发展最快的领域可能就是组合数学了。它之所以发展快速，一个主要原因是其在计算机科学、通信、交通运输、遗传学、实验设计和排程等方面的广泛应用。因此，本书将从应用的观点向读者介绍组合数学的工具。
>
> 组合数学的发展是同计算机的发展齐头并进的。当今的高速计算机使得各领域中实际组合问题的求解成为可能，而这些问题在不久以前还是无法解决的。这种情况提高了研究组合问题求解方法的重要性。与此同时，计算机科学的发展本身又带来了大量具有挑战性的组合问题。因此，我们很难把组合数学和计算机技术割裂开来。读者将会看到本书中对计算技术的强调，我们会经常采用计算机科学中的大量应用实例，频繁讨论算法，等等。另一方面，本书所采取的一个总观点是：组合数学在大量学科中有着广阔的应用前景，我们强调的重点是应用的多样性，而不限于某一方面。
>
> 本书选取的数学题材中，许多是快速发展的组合数学教科书中相对而言称为标准的内容。另一部分题材的选择，或者是来自当前的研究文献，或者由于其学科应用价值而被选用。我们相信，本书在对应用的广泛讨论方面是与众不同的。书中有若干完整的小节专门介绍这样的应用，例如开关函数，使用酶揭示未知的RNA链，信息检索中的搜索与排序，错误校正码的构造，化学成分的计算，选举中的势力预测以及斐波那契数的应用。还有一些节介绍与卷积有关的递归的应用、欧拉链的应用以及生成函数的应用等等，这在各种文献中是比较独特的。

第2版中的新内容

本书之所以受到欢迎，大部分原因在于它引用了最新文献和各种实际应用。推动着组合数学发展的应用仍然在不断扩展，尤其是在自然科学和社会科学中。在第2版中，许多新应用更是来自计算机科学和生物学。在增加应用题材的同时，我们也增加了某些新的主题，删去了一些特殊的内容，改变了组织结构，并对例子、练习和参考文献也作了改进与更新。

下面说明第2版中所作的某些主要修改。

第1章：增加了有关表着色的新材料，扩充了对州立法会议日程安排的讨论。表着色问题在书中许多地方还会出现。

第2章：在第1版中，2.16节仅限于讨论生成置换的算法方法，第2版现在补充了大量材料，并分成几个小节。2.18节介绍“好算法”的概念和NP完全问题，进行了大幅度改写和更新。此外还

添加了有关“鸽笼原理”的新章节。讨论拉姆齐理论的小节是由第1版8.1节的材料和8.2节的部分材料合成的。另外，我们还增加了讨论置换之间的反演距离和进化论生物学中的突变问题。

第3章：在3.3节中增加了图着色问题的一小节，着重讨论图着色的推广，例如多重着色和T形着色。这类着色问题是由现实应用引起的，例如移动电话问题、交通灯切换和信道分配。此外，在本章中我们还增加了物种进化树重构的内容。第1版第8章有关拉姆齐理论的许多材料中，对于那些没有写进第2章的部分，已被改写成新的一节。

第4章：这一章是全新的。内容包括二元关系的定义及其与有向图的联系；用有向图和关系引入的序以及对线性序和弱序的处理；偏序、线性扩展和维；链和可比性图；网格；布尔代数；开关函数和门网络。本章与应用有紧密的联系，其中涉及信息原理、效用理论、搜索与排序以及诸如开关函数这样一些较早的应用。这一章包含的某些应用在组合数学的文献中没有受到广泛关注，如像优先选择、搜索引擎、混合排序和心理物理测度等。以本章中的概念为基础的许多例子也出现在以后各章中。第4章涉及的范围可以一直延续到第11章之后。

第5章：在第1版中这是第4章。前面几章引入的许多新概念与例子在这一章又被重新提出，例如第4章的弱序和第3章的表着色。

第6章：这是第1版中的第5章。本章增加了有关DNA测序的新材料，作为置换的“转置平均值”的内容。

第7章：这是第1版中的第6章。本章增加了有关密码技术的新材料和散布全章的整数因子分解（在书中后面还要提到）。

第1版原第8章：这一章已经被删去，其中的重要材料加进第2章，而其余的材料被写入书中其他章节。

第8章：这是第1版中的第7章。本章中新增加了一些例子，这些例子以第4章中的概念（如弱序）为基础。同时，本章中还增加了一小节，讨论图的自同构，并在本章多处地方重新提到。

第9章：本章增加了讨论正交阵列和加密的一节，内容涉及鉴别码和机密共享。与此同时，本章还讨论了模算术与RSA密码系统之间的联系，以及机密共享应用的一个可求解设计的内容。此外，本章关于“分组测试”的新内容涉及几个应用，其中包括不合格产品鉴别、疾病隔离、基因组测绘和卫星通信。

第10章：有关“一致解码”的小节是新增的，这同寻找分子序列中的蛋白质有关，同时加入了涉及光盘错误校正码的内容。关于“判读”DNA产生蛋白质的材料也是新增加的。

第11章：在11.2节中增加了讨论单行街道问题的几小节。这些新的内容涉及有关广场取向和环形网格的最新结果，分别反映不同城市类型的需要。本章还增加了关于检测大量图的连通性问题的内容，这类问题出现在与远程通信流量和网上数据有关的最新应用中。此外，关于DNA混合排序的内容亦被包括在本章中。

第12章：这一章用若干新的例子解释其中的概念，包括天花疫苗接种、声音系统和石油钻探的例子。我们写了新的一节讨论稳定婚姻问题及其许多最新的应用，包括医院分配实习医生、动态劳动力市场和战略行为。第1版第13章中有关最大加权匹配的内容已移至本章中。

第13章：我们引入有关门格定理的新内容。本章还收入许多新的实例，讨论诸如建筑物腾空、聚类和数据挖掘以及分布式计算等问题。

保留的特点

尽管第2版对第1版作了重大修改，但仍然突出了使本书具有独特价值的那些特点。

- 强调来自不同领域中的应用，把这些应用作为本来的主题而不只是一些孤立的例子，并且从最新文献中寻找应用。
- 许多例子在书中被反复提出，特别是那些与新旧主题都有联系的例子。
- 强调通过不同的练习求解问题，用这些练习检测常规的概念，引入新的概念和应用，或者试图对读者提出应用现有组合数学技术的挑战。本书依然坚持这样一个原理，即学习组合数学的最佳方式是通过求解问题学习，实际上这也是学习任何一门数学的最佳方式。
- 把不同难度的主题组合在一起再加进详细的注释，使本书可以在各种不同水平的课程中使用。
- 本书的组织方式允许读者按各种不同的顺序使用其中的题材，这一方面反映出组合数学中主题的某种独立性，同时这样灵活的方式又使各主题相得益彰，便于读者学习。

本书的组织方式

本书分为四部分。第一部分包括第2、3、4章，介绍组合数学中使用的基本工具及其应用，其中引入基本计数规则和图论与关系中使用的工具。其余三部分围绕组合数学的三个基本问题组织，即计数问题、解的存在问题和最优化问题。这些问题在第1章中讨论。本书第二部分同处理计数问题的更高级工具有关，其中包括生成函数、递归、包含和排他以及波利亚理论。第三部分涉及解的存在问题，其中讨论组合设计、编码理论和图论中的特殊问题。这也是有关图论和网络的连续三章（第11章至第13章）的开始，并作为图算法的导论。第四部分讨论组合最优化，通过对图和网络的连续研究说明各种基本思想。这部分从过渡性的匹配和覆盖一章开始，其中又以存在问题开头，以最优化问题结束。第四部分最后讨论图和网络的最优化问题。本书分为四部分带有某种随意性，而书中的许多主题说明组合数学的若干不同方面，例如同时说明存在问题和最优化问题。然而，对于组织现代组合学的大量题材而言，把本书分成四部分看来又是很合理的。

预备知识

本书可以在不同程度的课题中使用。本书大部分内容是针对主修和非主修数学和计算机科学专业的低年级和高年级学生编写的。本书也适合于具有足够数学基础的大学二年级学生（书中已完全指明了在入门课程中可以省略的题材）。另一方面，书中包含足够的材料，能以一种快速的进度用于具有难度的研究生课程。书中作为本科课程的教材，已在拉特格大学中使用过，选课的大部分学生来自数学系和计算机科学系，其余的学生来自商学、经济学、生物学和心理学系。在狄克森学院，书中的材料已在主修数学的低年级或高年级的学生中使用过。这些课程以及本书的预备知识（包括熟悉函数和集合的语言），至少可以从一门微积分课程中获得。第5章和第6章要用到无穷序列和无穷级数（其实第6章大部分只用到无穷序列的基本性质，并不需

要极限的概念)。这里无需了解微积分中的其他传统的主题。但是，从微积分这样的课程中获得数学上的素质训练则是很必要的。此外，读者需要了解某些线性代数的工具，特别是熟悉矩阵运算。我们还假定读者了解数学归纳法（有一些教师会在课程的早期阶段复习数学归纳法，并快速复习集合的知识)。书中少数可选读的几节需要用到正文所述以外的概率知识。另有几节介绍近世代数，例如群和有限域。上述这些节是自足的，但是对于没有足够基础的学生而言，这样的进度可能过快。

算法

本书在很多部分把重点放在算法上。由于组合数学与研究精确和有效求解复杂问题的过程之间日益增强的关系，以及组合数学和计算机科学如此紧密的结合，这样做是不可避免的。我们的目标是对学生引入算法的概念和介绍一些重要的算法实例。我们在讨论大部分的算法时，都采用一种相对形式化的方式。这种方式很少去揭示算法的概念以及如何描述算法。主要目标在于提出算法过程的基本思想，而不试图以最简洁或最合适计算机的形式描述算法。有人不同意用这种方法介绍算法。我们的观点则是不能用组合数学的课程代替算法的学习。计算机科学系的学生需要学习一门单独的算法课程，其中应包括对实现所述算法的数据结构的讨论。然而，学习组合数学的全体学生需要接受算法的思想，具备算法的思维方式，这种思维方式对于本学科而言是重要的也是基本的。我们认识到，我们对如何介绍算法的折中方案并不能使所有的人满意。但是这里应当指出，对于具有计算机背景的学生来说，应完成书中那些有趣的且重要的练习，把其中非形式化的算法转换成更精确的计算机算法甚至是计算机程序。

例子和应用所起的作用

书中的各种应用扮演了一种重要角色，并且成为一大特色，使本书在众多的组合数学书籍中独树一帜。作者建议教师对应用进行挑选，把它们作为课外阅读材料。书中的许多应用是用例子的形式介绍的，并在全书中重复展现。无论对教师或是学生而言，都不必成为书中不同实例和各个小节所述的应用领域的专家。应用和例子多半是自足的，倘若不是这种情况，也很容易通过因特网上的相关搜索获得对应用的理解。

组合数学同计算机科学之间的联系为人所共知且极其重要，在此无须特别强调。

本书中取材于生物科学的例子非常重要。我们把重点放在这样的例子上是基于下述观察：生物科学和数学科学之间的联系正在以极快的速度加强。数学和计算机科学的方法在现代生物学中扮演了且仍在扮演着重要的角色。例如在“人类基因工程”和疾病传播建模中，让数学工作者认识到专业领域需要像组合数学这样的数学方法已变得越来越重要。此外，已经有越来越多的学校开设数学和生物学相结合的交叉课程。

数学与社会科学之间的联系也在迅速增加，尽管其进展不如数学同生物学科的联系增长得那样快。现在，计算机科学的工具和数学建模方法被应用于处理日益复杂的社会学科问题。所以，我们介绍了出现在社会科学方面的种种应用，重点是决策和投票问题。

数学证明

作出证明是数学区别于其他学科的一个重要方面。组合数学可能是一种奇特的结构，通过它可以向学生介绍数学证明的概念，并教会他们如何写出完善的证明。有些学校以组合数学作为数学证明课程的入门课程。但这不是我们写这本书的目的。虽然使用本书的教师应把证明包括在内，但我们却倾向于把证明处理成略带非形式化的，而非把重点放在如何写证明上。我们将书中许多比较难的证明加上了星号，表示是可选的。

练习

本书的练习处于主角的地位。练习用于测验常规概念，引入新的概念和应用，并试图作为对读者运用书中既有的组合技术提出的挑战。组合数学的本质在于，越是通晓它，越能应付种种难题，这也是大部分数学的本质。在本书中，我们尽量收入各种实用性和理论性的练习以及具有不同难度的练习。

在不同情况下使用本书的方法

本书可适用于不同水平的不同课程。我们已在几门课程中使用书中的材料，特别是在名为“组合数学”的一学期课程和名为“应用图论”的一学期课程中使用。对低年级和高年级讲授的组合数学课程，用第1、2、3、5、6、7、9、10章的大部分材料，略去正文中由脚注指明的各节(通常为证明)。在拉特格大学一门快进度的一年级研究生课程中，Fred Roberts把课程的重点放在证明上，此外还在课程中融入许多可选的章节，同时采用第8章或第12章的材料。无论在本科生或研究生的课程中，教师都应该用第8章或第11章以及第12章和第13章的部分内容代替第9章和第10章。在不单独开设图论课程的情况下，特别推荐把第11章包括在内。类似情况，如果不开设运筹学课程，特别推荐把第13章的部分内容包括在内。在拉特格大学，对本科生和研究生都开设两门单独的课程，讲授第11章至第13章的大部分材料。

其他的一学期或半学期课程应按照本书的材料设计，因为大多数章是相对独立的（请参考下面的讨论)。在拉特格大学，应用图论课程是围绕第3章和第11章讲授的，并从书中的其余部分（第4、12和13章）及别的地方补充图论的题材（需要快速讲授2.1节至2.7节，或者还有2.18节)。第3、11、12、13章也适于在一门介绍图算法的课程或者名为“图与网络”的课程中讲授。全书非常适合作为现代组合数学及其应用引论的一学年教材。对于学习过组合数学的人来说，若要将重点放在组合数学的应用上，可以把书中有关应用的小节和例子包括在内。

本书可以用于大学二年级的一学期或半学期课程。这样的课程应包含第1章至第3章，跳过第4章和第5章，然后选用第6章的6.1节和6.2节，以及第7章和第11章的部分内容，带有星号的各节和大多数证明应予省略。其他的题材可由教师酌情增加。

主题之间的相关性和使用本书题材的顺序

在组织任何课程时，希望教师了解对题材相对独立性的说明。在讲授组合数学引论的主题

时，没有被普遍接受的顺序，对这样的引论应包含哪些主题也没有一致的看法。我们在写本书时力求采用这样一种方法，使各章的内容相对独立，并能按不同的顺序讲授。

第2章是本书的基础部分，介绍全书用到的基本计数规则。第3章只包含足以进入到主题的图论知识，它的重点是用以说明第2章提出的基本计数规则的那些图论题材。第3章引入的概念在全书各处都会涉及，尤其是在第4、11、12章。教师可以把本书用于一学期或半学期的组合数学课程，不讲授第3章。但是，按我们的意见，至少应包含图着色（3.3节和3.4节）的材料在内。除第3章外，主要依赖关系是：第4章依赖第3章；第6章6.2节之后的内容依赖第5章；第7章引用第3章和第6章中的几个例子；第11章至第13章依赖第3章；10.5节依赖第9章；第12章中提到的几个概念在第13章13.3.8节中被用到。

处于迅速发展时期的组合数学

最后应该强调，组合数学是一门迅速发展的学科，它的方法正在迅速建立，它的应用正在迅速探索。本书介绍的许多主题同研究工作的前沿紧密相关。它是一门典型性的学科，可以把新手很快带到前沿领域。我们尽力收集组合数学及其应用的参考文献，以便使有兴趣的读者能更深入地钻研本书所讨论的主题。

致谢

作者之一Fred Roberts于1976年开始第1版的写作，当时我为拉特格大学组合数学的本科课程写了一部分手稿。经过几年时间的修改和增补，本书正式用于组合数学课程和前述的其他课程，Barry Tesman也这样使用本书。同时还有很多人也同样把本书作为他们的教材，并反馈了大量意见，这使作者受益匪浅。作者特别要感谢下列使用者提出的非常有用的评论：Midge Cozzens，他在东北大学使用第1版的草稿；Fred Hoffman，他在佛罗里达大西洋大学使用它们；Doug West，他在普林斯顿大学使用它们；Garth Isaak，他在Lehigh大学使用第2版的草稿；Buck McMorris，他在伊利诺伊理工学院使用第2版的草稿。

我们特别感谢现在和过去的学生们，他们在本书两个版本的准备阶段以多种方式提供了帮助，包括校对、核对练习、检查各种错误，此外他们还提出了各种宝贵的意见。Fred Roberts对Midge Cozzens、Shelly Leibowitz、Bob Opsut、Arundhati Ray-Chaudhuri、Sam Rosenbaum和Jeff Steif等人的帮助表示感谢。Barry Tesman对Kathy Clawson以及John Costango的帮助表示感谢。

我们收到许多人对本书的评论。我们要特别感谢以下人士，他们在审阅第1版的各个阶段和其他时间曾做出极其有价值的评论：John Cozzens、Paul Duvall、Marty Golumbic、Fred Hoffman、Steve Maurer、Ronald Mullin、Robert Tarjan、Tom Trotter以及Alan Tucker。在我们准备第2版的时候，我们收到了Steve Maurer对第1版提供的非常有用的评论。Jeff Dinitz对第9章和第10章的草稿提出了具体的意见。关于第2版，我们收到审阅者们很有价值的评论，他们是：Edward Allen、Martin Billik、John Elwin、Rodney W.Forcade、Kendra Killpatrik、Joachim Rosenthal、Sung-Yell Song、Vladimir Tonchev和Cun-Quan Zhang。尽管我们收到大量的意见和

评论，但书中的疏误仍然在所难免。我们会对此负责。

本书第1版的成书过程，几经录入、复制和剪贴（剪刀加浆糊）。在这期间，Fred Roberts得到Lynn Braun、Carol Brouillard、Mary Anne Jablonski、Kathy King、Annette Roselli和Dotty Westgate的莫大帮助。由于出版业务的显著变化，第2版又由Barry Tesman进行录入和剪贴（电子编辑）等工作。由于第1版没有电子副本，其扫描任务是由Barry Tesman以前的学生Jennifer Becker完成的。在此，Barry Tesman对她承担这一艰巨任务表示感谢，同时还要感谢狄克森学院数学与计算机科学系的人员提供的支持和所做的贡献。

两位作者在这里还要感谢家人的支持。写作意味着要占用大部分的家庭时间：为了校对要停用电话，为了写作要取消旅游，为了某处改进要牺牲休息。我们的家人对此给予极其宝贵的帮助和理解。Fred Roberts感谢已故双亲Louis和Frances Roberts的关爱与支持；感谢已故岳母Lily Marcus在技术上和其他方面提供的帮助；感谢妻子Helen的帮助，虽然她看上去就像是一位因丈夫写书而“独守空房的女子”，但她的帮助不只限于一如既往的支持、劝导和鼓励，同时她也是本书其中一章的合作者，在书中引入了她在教学中使用的各种题材和例子，这些材料散布在书中各处；最后还要感谢Sarah和David。在写第1版时，孩子们的贡献就是保持稳定良好的情绪，更为重要的是在成年以后，他们以其他方式对我的作品做出了贡献。比如Sarah为我介绍的公共卫生的理念目前已反映在我当前的数学研究方向以及本书中；此外，David还对计算机科学的许多方面做出了解释，对此我在本书后面一处重要的脚注中对他表示感谢。Fred Roberts在此再次向他们表示最诚挚的感谢以及无限的祝福。Barry Tesman感谢双亲Shirley和Harve Tesman的关爱和支持；感谢妻子Johanna，在这项任务中，她是默默的同伴，而在过去的20年岁月中，她却是活跃的伴侣和朋友；最后要感谢Emma和Lucy，因为他们是最可爱的Emma和Lucy。

弗雷德 S. 罗伯茨
froberts@dimacs.rutgers.edu
巴里·特斯曼
tesman@dickinson.edu

Notation

Set-theoretic Notation

$\cup$	union	$\emptyset$	empty set
$\cap$	intersection	$\{\cdots\}$	the set ...
$\subseteq$	subset (contained in)	$\{\cdots : \cdots\}$	the set of all ... such that ...
$\subsetneqq$	proper subset	A^c	complement of A
$\not\subseteq$	is not a subset	$A - B$	$A \cap B^c$
$\supseteq$	contains (superset)	$\lvert A\rvert$	cardinality of A, the number of elements in A ·
$\in$	member of		
$\notin$	not a member of		

Logical Notation

$\sim$	not
$\rightarrow$	implies
$\leftrightarrow$	if and only if (equivalence)
iff	if and only if

Miscellaneous

$\lfloor x \rfloor$	the greatest integer less than or equal to x	$[a, b]$	the closed interval consisting of all real numbers c with $a \leq c \leq b$
$\lceil x \rceil$	the least integer greater than or equal to x	$\approx$	approximately equal to
$f \circ g$	composition of the two functions f and g	$\equiv$	congruent to
$f(A)$	the image of the set A under the function f; that is, $\{f(a) : a \in A\}$	A^T	the transpose of the matrix A
(a, b)	the open interval consisting of all real numbers c with $a < c < b$	$\prod$	product
		$\sum$	sum
		$\int$	integral
		Re	the set of real numbers

Contents