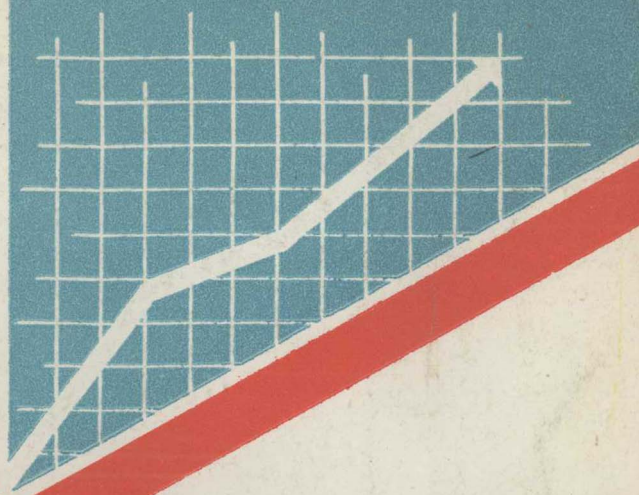


АКАДЕМИЯ
НАУК СССР

•
УРАЛЬСКИЙ
НАУЧНЫЙ
ЦЕНТР



**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
МЕТОДЫ
ПЛАНИРОВАНИЯ
ПРОМЫШЛЕННОГО
ПРОИЗВОДСТВА**

СВЕРДЛОВСК, 1984

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
МЕТОДЫ
ПЛАНИРОВАНИЯ
ПРОМЫШЛЕННОГО
ПРОИЗВОДСТВА

СВЕРДЛОВСК, 1984

УДК 518:519.3

Математические методы планирования промышленного производства: [Сб. статей]. Свердловск: УНЦ АН СССР, 1984.

Рассматриваются математические методы планирования управления сложными производственными процессами. Предложен системный анализ промышленного производства, в том числе взаимодействие различных подсистем и функционирование связей в системах оптимального планирования промышленного производства. Описан опыт оптимизации промышленного производства и создания соответствующего программного обеспечения.

Материалы предназначены специалистам в областях экономико-математических методов, распознавания образов, системного анализа и планирования горных, металлургических и машиностроительных предприятий.

Ответственные редакторы
канд. техн. наук **В. М. Кисляк, В. С. Казанцев**

М $\frac{20201-244(82)1269}{055(02)7}$ 6—1984

© УНЦ АН СССР, 1984

А. Я. ДОРОФИЕНКО, В. М. КИСЛЯК

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ В ПЛАНИРОВАНИИ ПРОИЗВОДСТВА МАШИНОСТРОИТЕЛЬНОГО ПРЕДПРИЯТИЯ

Рассматривается задача создания системы оптимального планирования и управления сложными производственными объединениями, какими, например, являются современные крупные машиностроительные предприятия с индивидуальным и мелкосерийным производством. При создании системы планирования необходимо учитывать следующие специфические особенности таких предприятий:

1) планирование производства охватывает широкий спектр задач начиная от планов конструкторских проработок, кончая внутрисменными заданиями отдельным станкам и агрегатам; причем на оптимальность планов существенно влияют многочисленные параметры, одни из которых отражают специфику данного машиностроительного производства, другие являются общими для всех аналогичных предприятий;

2) объемно-календарные планы предприятия должны составляться с точным учетом технологии изготовления как отдельных узлов и деталей, так и целых агрегатов и машин, производимых предприятием;

3) длительные технологические циклы изготовления машин на предприятии, характеризующиеся комплексом динамически связанных параметров, вызывают «старение» составленного объемно-календарного плана в ходе его реализации, т. е. план утрачивает свойство оптимальности; это обусловлено рядом факторов, главные из которых: возникающие сбои в ходе производства, внешние воздействия на ход производства; процесс «старения» планов вызывает необходимость их периодической коррекции, т. е. осуществления принципа непрерывности планирования;

4) существует тесная взаимосвязь между результатами работы отдельных подразделений — цехов, отделов предприятия.

Перечисленные особенности машиностроительного предприятия с индивидуальным и мелкосерийным производством не позволяют воспользоваться разрабатываемыми на других предприятиях системами планирования [1—2] и требуют самостоя-

тельных разработок таких систем. Вместе с тем существует много общего в разработках систем планирования подобных предприятий. В частности, при создании системы планирования производства необходимо использовать системный подход, применение которого для данной ситуации имеет ряд специфических особенностей.

Необходимость использования системного подхода

Для успешного планирования производства на предприятии необходимо вырабатывать решения, которые, во-первых, приводили бы к достижению определенных целей, во-вторых, принимались бы своевременно и, в-третьих, увязывали бы интересы отдельных звеньев производства, способствуя улучшению хода всего производства в целом [1].

Для выполнения первого условия необходимы наличие целей в функционировании производства предприятия, возможность построения достаточно полной модели, отражающей влияние отдельных звеньев производства на конечные цели, и, как следствие этого, достаточно большой объем исходной технико-экономической информации о текущем и будущем состоянии производства.

Второе условие требует наличия достаточно эффективного органа планирования, функционирующего в реальном масштабе времени, для чего в современных условиях необходимо использовать достаточно производительные ЭВМ.

Третье условие предполагает, что имеется объективная возможность увязать интересы отдельных производств в системе предприятия, что следует из объективных законов функционирования социалистической экономики. Однако это не означает, что такая возможность появляется автоматически при выработке любых рекомендаций по согласованию планов отдельных производств. Необходимо разработать такие рекомендации, так подобрать критерии функционирования отдельных производств, чтобы каждое звено в системе предприятия, функционируя в оптимальном режиме, обеспечивало достижение глобальных целей всего предприятия.

Следует отметить, что с ростом масштабов производства чрезвычайно быстро увеличивается необходимый объем перерабатываемой информации, сложность отражения взаимосвязей производства, размерность и сложность используемых моделей производства.

В результате становится практически невозможным осуществлять процесс планирования на предприятии с помощью одного органа планирования, т. е. возникает необходимость разделения функций органов планирования и управления.

А, как правило, такое разделение, позволяя справиться с информационными трудностями для каждого обособленного органа планирования, порождает необходимость согласования принимаемых этими органами решений, т. е. создания более общего органа планирования, расположенного на новом иерархическом уровне. Поэтому по мере роста объемов производства, усложнения его взаимосвязей выстраивается иерархическая пирамида планирования.

Другой важной причиной необходимости применения системного подхода к планированию производства является структурная организация самого производства, наличие уровней иерархии как в самом производстве, так и в системе его планирования. Подобная организация возникла не из потребностей планирования или управления, а под влиянием концентрации и специализации производства, так как это способствует росту производительности труда, повышению эффективности всего производства.

Необходимость построения многоуровневой системы планирования производства на машиностроительном предприятии можно проследить с помощью построения следующей условной схемы производственной иерархии. Построение можно начать с единичных агрегатов: станков, поточных линий и т. д. Для их нормальной работы уже необходимо использовать элементы планирования. Однако в условиях многооперационности изготовления деталей или узлов эффективность функционирования участка или даже цеха, объединяющего различные типы станков, не всегда складывается из эффективности работы всех его агрегатов. Возникает необходимость согласования планов производства отдельных агрегатов-станков путем создания плана производства цеха. А так как производственные процессы отдельных цехов также взаимосвязаны, то возникает проблема: взаимосвязки их планов, что можно осуществить только на более высоком, чем цеховой, уровне. В результате таких построений можно сделать вывод о том, что необходимость использования системного подхода обусловлена прежде всего сложным иерархическим характером самого производства и сложностью существующей на предприятии схемы планирования.

Следующей важной причиной, вызывающей необходимость использования системного подхода, является многоуровневость составляемых планов, отличающихся по глубине планирования. Можно говорить о наличии системы планов как для всего предприятия в целом, так и для отдельных его подразделений — отделов, цехов — и даже о планах агрегатов — станков, линий и т. д. В общем случае можно выделить долгосрочные, среднесрочные, краткосрочные (текущие) планы. Но так как каждый план сам представляет собой многокомпонентную иерархическую систему, то совокупность планов различной продолжительности должна образовывать своего рода общую

иерархическую систему планирования производства предприятия.

Таким образом, все указанные причины вызывают необходимость использования системного подхода при создании общей системы планирования производства машиностроительного предприятия.

Основные положения системного подхода в планировании машиностроительного производства

Основной отличительной особенностью системного подхода в планировании, по сравнению со всеми другими способами организации процесса планирования, является рассмотрение сферы планирования как большой системы, состоящей из взаимосвязанных элементов, совместно функционирующих для достижения поставленных целей. Можно выделить следующие основные черты больших систем [2]:

1) наличие подсистем с явно выраженными локальными свойствами, которые в своей взаимосвязи образуют большую систему;

2) целенаправленность и управляемость системы, т. е. наличие у нее общей цели и общего назначения;

3) сложная иерархическая структура организации системы, предусматривающая сочетание централизованного управления с автономностью частей (подсистем), наличие вертикальных связей между элементами различных уровней и горизонтальных связей между элементами одного уровня;

4) большие размеры системы, т. е. большое число элементов, входов и выходов, разнообразие выполняемых отдельными элементами функций;

5) целостность и сложность поведения, наличие обратных связей, приводящих к тому, что изменение одних переменных влечет вариацию многих других переменных или параметров системы.

Таким образом, основными инструментами при системном подходе являются подсистемы и связи между ними, в том числе и обратные связи. Наличие обратных связей предполагает, что система может самонастраиваться в ходе достижения поставленных целей.

Системный подход к планированию и управлению производством требует совмещения разнородных частных моделей отдельных производств в общую плано-производственную систему предприятия, позволяющую видеть всю структуру связей и отношений производства, весь комплекс параметров, определяющих наилучшие пути его функционирования и совершенствования.

С помощью системного подхода удастся достаточно точно проследить за характером влияния вариаций параметров от-

дельных производств на основные показатели как смежных производств, так и тех производств, которые с данным производством не связаны непосредственно, что позволяет повысить качество планирования.

При системном подходе важен фактор неопределенности. При планировании сложного машиностроительного производства он присутствует практически во всех решаемых задачах. Можно выделить следующие основные причины появления неопределенности:

- а) определенная свобода выбора производственной программы;
- б) неполнота исходной информации;
- в) недостаточная познанность особенностей протекания технологических процессов на предприятии;
- г) отсутствие достаточно точных прогнозов последствий принимаемых решений, получаемых в реальном масштабе времени.

Другие причины появления неопределенности при принятии плановых решений — плохая формализуемость некоторых особенностей производства и невозможность количественно оценить некоторые явления в ходе составления планов производства.

Однако, по сравнению с другими способами планирования, при системном подходе удастся существенно изменить характер неопределенности в системе планирования. В частности, с одной стороны, удастся локализовать области неопределенности, привязав их к определенным подсистемам, а с другой, появляется возможность нейтрализовать воздействие неопределенности на качество принимаемых решений не только за счет прогнозирования поведения параметров локальных систем в условиях неопределенности, но и в результате использования косвенной информации, получаемой в других подсистемах.

При проведении системных исследований для анализа сложных процессов можно выделить ряд основных этапов, которые имеют свои специфические особенности при анализе системы планирования сложного машиностроительного производства.

На первом этапе осуществляется постановка общей проблемы, определяются общие контуры системы, выявляются конечные цели, задаются ограничения на условия функционирования системы. На втором этапе определяются и анализируются структура и объем необходимой исходной информации, достаточной для адекватного описания поведения системы. Исследуется логическая структура анализируемой системы, выявляются возможные связи между различными звеньями системы. Оценивается объем промежуточной и выходной информации. Как правило, на этом этапе выявляется возможность организации системы по целому ряду вариантов.

На третьем этапе происходит выбор конкретной структуры

рассматриваемой системы. Выделяются локальные подсистемы; строятся их экономико-математические модели, выбираются критерии функционирования подсистем, определяются их входные и выходные параметры. Определяется сеть связей между подсистемами, а также структура передаваемой информации.

На четвертом этапе осуществляется предварительный анализ построенной системы. Проверяется чувствительность отдельных подсистем к характеру поступающей входной информации. Устанавливается соответствие критериев функционирования отдельных подсистем и всей системы в целом. Отдельно выявляются особенности функционирования обратных связей в системе, возможность регулирования ее поведения.

На пятом этапе обосновывается рациональность выбранной структуры системы. Окончательно формируется система планирования.

Здесь каждый этап обособлен, выделен в самостоятельное исследование. Реально, на практике, такое разделение осуществить бывает довольно трудно, а порой и невозможно, поскольку результаты отдельных этапов бывают настолько тесно переплетенными, взаимосвязанными, что их разделение невозможно.

Основной критерий качественной оценки построенной системы планирования — достижение адекватности отображения системой реальных ситуаций в ходе производственного процесса. Степень адекватности может быть оценена как количественно, так и качественно. Для качественной оценки, как правило, привлекается мнение экспертов или руководителей предприятия.

Для оценки выбранной структуры системы планирования используется ряд основных характеристик системы [2]. Свойство целостности, которое характеризует силу внутренних взаимосвязей подсистем по сравнению с внешними связями, — одно из важнейших для больших систем. Свойство целостности, в свою очередь, раскрывается через целевую согласованность системы и ее связность.

Свойство целевой согласованности отражает степень совпадения целей различных подсистем на различных уровнях иерархии и является как бы обратной характеристикой меры ее конфликтности (внутренней противоречивости). Целевая согласованность системы находится в сложном взаимодействии с другим аспектом свойства целостности — централизацией. Целостность системы, как правило, тем выше, чем больше целевая согласованность образующих ее подсистем и чем сильнее централизация.

Следующее важное свойство, характеризующее структуру больших систем, — ее сложность. Она прежде всего характеризуется размерностью иерархии, т. е. количеством признаков, положенных в основу образования иерархических уровней. При

создании системы планирования производства машиностроительного предприятия такими признаками могут быть:

- а) уровни планирования (глубина планирования);
- б) административная подчиненность;
- в) технологическая предопределенность.

За основу для организации иерархии можно принять каждый из этих признаков в отдельности, тогда имеют место три варианта одномерной линейной иерархии. Иерархию можно построить также с одновременным использованием любых двух или даже трех признаков, в последнем случае получается трехмерная иерархия.

Следующие характеристики сложных систем — количество уровней иерархии, общее число подсистем и сложность их соподчинения. Последняя характеристика определяется двумя показателями:

- 1) количеством подчиненных данной подсистеме нижестоящих подсистем (куда передается управляющая информация);
- 2) числом вышестоящих подсистем для данной системы, с которыми она связана.

При построении рациональной структуры системы планирования производства естественно стремление уменьшить ее сложность, однако это наталкивается на трудности адекватного отображения реальных связей производства.

Анализ перечисленных свойств системы имеет не только познавательный интерес, но позволяет более конструктивно подойти к оценке и сравнению возможных вариантов организации системы. Поэтому нужно при условии обеспечения достаточной надежности функционирования создаваемой системы планирования и достижения адекватности отображения ей реальных связей производства оптимизировать перечисленные основные характеристики иерархических систем, чтобы сократить время согласования решений внутри системы в реальном масштабе времени.

Таким образом, с помощью системного анализа исследуются наиболее сложные проблемы планирования производства, связанные прежде всего с необходимостью определения целей и направления действий. Системный анализ позволяет наиболее адекватно отобразить существующие сложные реальные связи современного крупного машиностроительного производства, поднимает на качественно новый уровень процесс планирования такого производства, так как позволяет достаточно полно описать все основные последствия принимаемых принципиальных плановых решений.

В отличие от существующих до последнего времени подходов по применению математических методов и ЭВМ в оптимальном планировании машиностроительного производства, когда рассматривались отдельные локальные задачи, при системном подходе упор делается на взаимосвязку планов от-

дельных задач, на выработку рациональной структуры создаваемой системы планирования. При этом основные усилия должны быть сосредоточены на следующих основных направлениях:

- а) анализ существующей системы планирования;
- б) выработка принципов организации иерархии планов;
- в) разработка принципов и создание методов согласования плановых решений.

В случае а) системно исследуется структура существующей системы планирования. Выделяется и обосновывается состав решаемых плановых задач. Вырабатываются рекомендации о более рациональной структуре системы планирования, т. е. анализ проводится с точки зрения исследования системного подхода.

В случае б) выделяются уровни планирования, определяются входы и выходы локальных задач планирования (как по вертикали, так и по горизонтали). Определяются каналы передачи информации.

В случае в) разрабатываются методы согласования плановых решений локальных задач как внутри уровней планирования, так и между уровнями. Наиболее сложна разработка методов реализации принципов обратной связи.

Принципы построения системы планирования машиностроительного производства

Основные принципы построения больших систем планирования:

1) системы планирования сложного иерархического производства строятся на сочетании вертикальных и горизонтальных связей подсистем планирования;

2) подсистемы планирования строго соответствуют объектам планирования, причем области их применения четко определены и исключают дублирование;

3) каждая подсистема планирования передает управления нижестоящим подсистемам через обобщенную (т. е. агрегированную для этих подсистем) информацию, которая выступает для них либо в качестве ограничений, либо в качестве целей.

С помощью вертикальных связей решения из подсистемы более высокого иерархического уровня передаются в виде управляющей информации подсистемам планирования нижестоящего уровня, которые при решении собственных задач детализации возвращаются назад в вышестоящую подсистему для анализа и корректировки. При принятии решений по согласованию входов и выходов таких связей предпочтение отдается вышестоящей подсистеме. Горизонтальные связи обеспечивают взаимодействие подсистем одного уровня иерархии. С их помощью детализируются и согласовываются поступающие от вы-

шестоящих подсистем агрегированные решения, при этом все подсистемы одного уровня выступают как равноправные.

Большое многообразие условий и факторов, влияющих на качество принимаемых решений, вызывает необходимость использования системного подхода. Применительно к конкретной ситуации принципы системного подхода состоят в следующем. Вся система непрерывного планирования производства машиностроительного предприятия разбивается на ряд относительно самостоятельных локальных подсистем со своими критериями оценки производственной деятельности. Локальные подсистемы согласуются как по входам (исходная информация), так и по выходам (вычисленные управляющие параметры), подчиняясь определенной иерархии подсистем.

Различная технико-экономическая природа локальных подсистем приводит к необходимости формализации их различными математическими языками. Одни подсистемы целесообразно описывать в терминах теории расписаний, другие — в терминах математического программирования, третьи — на языке имитационного моделирования. Каждой локальной подсистеме после ее математического описания можно поставить в соответствие оптимизационную задачу. Тогда совокупность таких взаимосвязанных задач и будет представлять многоуровневую иерархическую систему планирования машиностроительного производства.

Поскольку определенная часть параметров, характеризующих технико-экономические показатели производства, является стохастической, следует для каждой локальной подсистемы прогнозирование этих параметров включать как этап подготовки исходной информации для объемно-календарного планирования.

За один ход решения локальных задач, как правило, не удается достичь их полной информационной увязки. Это означает, что полученные выходные параметры ряда локальных задач не совпадают с соответствующими ограничениями на входы других локальных задач. Поэтому необходимо предусмотреть возможность корректировки решений локальных задач путем организации процедуры последовательных приближений, которая позволила бы достичь полной информационной увязки локальных задач и получить оптимальные решения на всех уровнях планирования. Способ выделения локальных подсистем должен обосновываться с позиций оптимального функционирования системы планирования производства предприятия в целом, а не только исходя из сложившейся практики планирования. Проведя анализ существующей системы планирования, признали целесообразным использовать следующие два направления образования уровней иерархии и выделения локальных подсистем в системе планирования:

- а) глубину планирования;
- б) административную подчиненность.

Третье направление — технологическая последовательность — является вспомогательным и используется при анализе отдельных подсистем.

В соответствии с двумя основными направлениями можно выделить следующие уровни планирования (уровни иерархии).

Первое направление:

1) перспективное планирование сроком на 5—10 лет с годовой разбивкой производства в укрупненных показателях (в изделиях укрупненных номенклатур);

2) внутригодовое планирование с квартальной и месячной разбивкой;

3) внутримесячное планирование с недельно-сменной разбивкой;

4) внутрисменное планирование и управление.

Второе направление:

1) план производственного объединения в целом;

2) планы отдельных предприятий, входящих в ПО;

3) планы основных подразделений предприятий (цехов, отделов, служб);

4) планы участков;

5) планы станков и агрегатов.

Композиция этих двух направлений (временного и административной подчиненности) позволяет разбить все многообразие задач планирования на структурные блоки, из которых формируется система планирования. Понятно, что некоторые структурные блоки могут быть незаполненными. Так, на уровне перспективного планирования нецелесообразно составлять планы производства, участков или, тем более, станков и агрегатов.

Для удобства описания следует упорядочить направления, определяющие уровни иерархии. Будем считать, что направление административной подчиненности является доминирующим.

На первом уровне этого направления, когда производственное объединение рассматривается как единая система, решаются вопросы обоснования принципиальных технико-экономических рекомендаций по перспективному развитию производства объединения в целом, по распределению капитальных вложений, увеличению мощностей, обоснованию объемов производства изделий укрупненных номенклатур как в целом по объединению, так и по каждому подразделению (предприятию). На этом уровне планирования основной является подсистема оптимального перспективного планирования производственного объединения сроком на 5—10 лет с годовой разбивкой. В силу того что на данном уровне планирования исходная информация в основном (за исключением ряда ключевых показателей, устанавливаемых директивно) является вероятностной, необходимо иметь подсистему прогнозирования всей сово-

купности исходных данных: ресурсоемкость изготовления продукции, спрос на продукцию, наличие рабочей силы и т. д.

На втором уровне достигается уточнение и развертывание показателей первого уровня планирования на ближайшую перспективу, план развития всего производственного объединения расчленяется на планы отдельных предприятий, входящих в объединение. Основными подсистемами данного уровня являются подсистема годового планирования производства объединения в целом и подсистемы перспективного планирования производства отдельных предприятий. Основной упор на данном уровне должен быть сделан на согласование планов производства и взаимных поставок деталей и узлов между различными предприятиями производственного объединения.

На третьем уровне планы отдельных предприятий разбиваются на планы цехов и отделов, входящих в предприятие (как правило на уровне внутригодового планирования), для согласования планов взаимосвязанных цехов выделяется подсистема межцехового планирования. Основными для данного уровня являются подсистемы годового оптимального объемно-календарного планирования производства предприятий с месячной разбивкой.

На четвертом уровне планы цехов разбиваются на планы участков, технологических линий и т. д. Эти планы составляются, как правило, на уровне внутримесячного планирования.

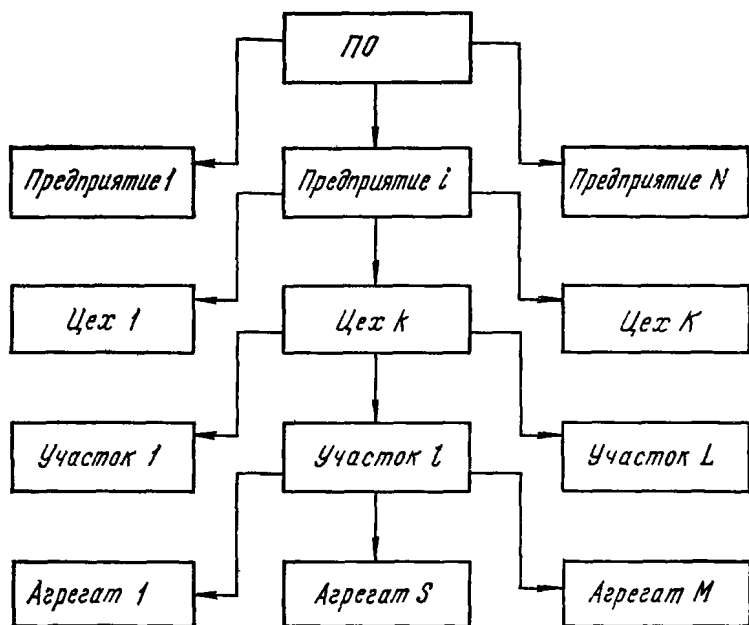
На пятом уровне планы участков расчленяются на планы отдельных станков и агрегатов. На этом уровне планы составляются в разрезе заданий и тем самым этот уровень планирования смыкается с внутрисменным управлением производства.

Для некоторых производств, цехов с уникальным оборудованием четвертый и пятый уровни планирования могут быть объединены.

После выделения уровней иерархии и локальных подсистем устанавливаются взаимосвязи подсистем. Приводим общую схему (без обратных связей) системы планирования производства; стрелки показывают направление передачи информации. Между различными уровнями передается только управляющая информация. Внутри уровней планирования передача информации осуществляется главным образом для согласования решений.

Общее описание системы планирования производства

Дадим общее описание выделенных подсистем планирования и их взаимосвязей как в горизонтальном, так и в вертикальном направлениях.



Общая схема системы планирования производства

На уровне планирования работы производственного объединения в целом целесообразно выделить две основные подсистемы:

- а) перспективное планирование на 5—10 лет;
- б) прогнозирование поведения технико-экономических показателей производства.

При решении задачи составления перспективных планов должны быть даны ответы на следующие основные вопросы. Во-первых, это выбор конкретных предложений по срокам и объектам капитальных вложений, направленных на развитие производственных мощностей. Во-вторых, определение перспективы развития производства с учетом прогнозных оценок потребностей отдельных номенклатур и, в-третьих, составление планов производства продукции на имеющихся и вновь вводимых мощностях. Ясно, что все перечисленные аспекты тесно связаны между собой, так как качество принятия решений в конечном итоге оценивается через результаты планируемого производства продукции на развитых мощностях.

Экономико-математическая модель оптимального перспективного планирования имеет следующий вид: найти

$$\max \sum_i \sum_k P_k^i (y_{kj}^i, z_{kl}^i, x_k^i) \quad (1)$$

при ограничениях

$$\sum_t \sum_k d_k^{ts} x_k^t \leq D^s, (s); \quad (2)$$

$$\sum_t \sum_k h_{kr}^{ts} x_k^t \leq H_r^s, (s), (r); \quad (3)$$

$$\sum_t x_k^t \leq 1, (k); \quad (4)$$

$$x_k^t = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}, (k), (t); \quad (5)$$

$$\sum_t \Delta \Phi_{ki}^{ts} x_k^t = \Phi_{ki}^s - \Phi_{ki}^0, (k), (i), (s); \quad (6)$$

$$\sum_j a_{kij}^t y_{kj}^t + \sum_l b_{kij}^t z_{kl}^t \leq \Phi_{ki}^t, (k), (i), (t); \quad (7)$$

$$\sum_k \sum_{t=1}^{\tau} r_i^t y_{ki}^t \geq R_j^{\tau}, (j), \tau=2, \dots, T; \quad (8)$$

$$\alpha_j^t \leq \sum_k y_{kj}^t \leq \beta_j^t, (j), (t); \quad (9)$$

$$\sum_k \sum_j g_{ijl}^t y_{ki}^t \geq \sum_k z_{kl}^t, (l), (t); \quad (10)$$

$$\xi_j^t \leq \frac{\sum_k c_j^t y_{kj}^t}{\sum_k \sum_j c_j^t y_{ki}^t} \leq \eta_j^t, (j), (t); \quad (11)$$

$$\alpha_{kj}^t \leq y_{kj}^t \leq \beta_{kj}^t, (k), (j), (t); \quad (12)$$

$$\gamma_{kl}^t \leq z_{kl}^t \leq \delta_{kl}^t, (k), (l), (t). \quad (13)$$

Введем следующие обозначения:

d_k^{ts} — объемы капитальных вложений по k -му предприятию в s -м году, если работы начаты в год t -й;

D^s — максимально возможный объем капитальных вложений по производственному объединению в s -м году;

h_{kr}^{ts} — затраты r -го фондообразующего ресурса на k -м предприятии в s -м году при условии, что работы начаты в t -й год;

H_r^s — r -й фондообразующий ресурс, которым объединение будет располагать в s -м году;

$\Delta \Phi_{ki}^{ts}$ — прирост фонда рабочего времени i -го вида оборудования на k -м предприятии в s -м году, если капитальные вложения начаты в t -м году;

Φ_{ki}^0 — фонд рабочего времени i -го оборудования на k -м предприятии на начало периода планирования;

Φ_{ki}^s — фонд рабочего времени i -го оборудования на k -м предприятии в s -м году (искомая величина);

- α_{kij}^t — использование фонда рабочего времени i -го вида оборудования для производства одного изделия j -й номенклатуры на k -м предприятии в t -м году (без учета изготовления комплектующих узлов);
 b_{kil}^t — использование фонда рабочего времени i -го вида оборудования для изготовления l -го комплектующего узла на k -м предприятии в t -м году;
 r_j^t — объем в натуральных показателях изделия j -й номенклатуры в t -м году;
 R_j^t — нарастающий с начала периода планирования обязательный объем производства продукции j -й номенклатуры;
 α_j^t, β_j^t — границы выпуска продукции j -й номенклатуры в t -м году объединением в целом;
 g_{jl}^t — коэффициенты комплектации изделий j -й номенклатуры l -ми узлами в t -м году;
 c_j^t — стоимость изделия j -й номенклатуры в t -м году;
 ξ_j^t, η_j^t — границы пропорций производства ряда номенклатур в t -м году;
 $\alpha_{kj}^t, \beta_{kj}^t$ — возможные границы выпуска продукции j -й номенклатуры на k -м предприятии в t -м году;
 $\gamma_{kl}^t, \delta_{kl}^t$ — верхние и нижние границы объемов производства комплектующих l -х узлов на k -м предприятии в t -м году;
 $P_k^t(y_{kj}^t, z_{kl}^t, x_k^t)$ — функция, оценивающая эффективность плановых решений на k -м предприятии в t -м году;
 y_{kj}^t — переменная величина, характеризующая объем производства изделий j -й номенклатуры на k -м предприятии в t -м году;
 z_{kl}^t — переменная величина, определяющая количество комплектующих l -х узлов, производимых на k -м предприятии в t -м году.

В модели соотношения (2) и (3) задают ограничения по объемам капитальных вложений и по фондообразующим ресурсам производственного объединения по всем периодам планирования. Соотношения (4), (5) отражают логические условия и ограничения на возможные варианты развития производственных фондов объединения. Условия (6) определяют величину производственных фондов на каждом предприятии в зависимости от сроков капитальных вложений. Условия (7) накладывают ограничения на использование производственных мощностей каждого предприятия по всем периодам планирования. Ограничения (8) обеспечивают выполнение директивных заданий по производству изделий всех номенклатур за период планирования. Соотношения (9) накладывают ограничения на объемы производства изделий различных